სსიპ – ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის
ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი

დ ი რ ე ქ ტ ო რ ი ს ბ რ ძ ა ნ ე ბ ა № 2

17 ივლისი, 2018 წ.

სსიპ – ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის დამოუკიდებელი სამეცნიერო-კვლევითი ერთეულის - ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის 2019-2023 წლების სამოქმედო გეგმის დამტკიცების შესახებ

თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის დებულების მე-4 მუხლის მე-2 პუნქტის „ა" ქვეპუნქტისა და თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს 2018 წლის 17 ივლისის სხდომის (ოქმი # 3) დადგენილების საფუძველზე,

ვ ბ რ ძ ა ნ ე ბ:

1. დამტკიცდეს სსიპ – ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის 2019-2023 წლების სამოქმედო გეგმა ამ ბრძანების დანართის შესაბამისად;

2. ბრძანება ძალაშია ხელმოწერისთანავე.

დირექტორი ნინო ფარცვანია

ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი
ANDREA RAZMADZE MATHEMATICAL INSTITUTE
სსიპ–ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი
LEPL-IVANE JAVAKHISHVILI TBILISI STATE UNIVERSITY

1.1. პროექტის დასახელება: კვლევები მათემატიკის ფუნდამენტურ და გამოყენებით დარგებში, თეორიულ ფიზიკაში

1.2. პროექტის ხელმძღვანელი: თორნიკე ქადეიშვილი

1.3. მონაწილე ინსტიტუტი: ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი

1.4. პროექტის ხანგრძლივობა: 5 წელი (2019 – 2023 წწ.)

1.5. პროექტის მოკლე შინაარსი

თსუ ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი არის ქვეყნის წამყვანი სამეცნიერო დაწესებულება, რომელიც აწარმოებს სამეცნიერო კვლევებს მათემატიკის ფუნდამენტურ და გამოყენებით დარგებში და თეორიულ ფიზიკაში. ინსტიტუტის მეცნიერთა სამეცნიერო შედეგები კარგადაა ცნობილი და აღიარებული საერთაშორისო სამეცნიერო საზოგადოების მიერ, რასაც ადასტურებს ინსტიტუტის თანამშრომელთა მიერ მიღებული საერთაშორისო გრანტები, სერთაშორისო გამომცემლობებში გამოქვეყნებული მონოგრაფიები, მაღალრეიტინგულ სამეცნიერო ჟურნალებში გამოქვეყნებული სამეცნიერო სტატიები.

წინამდებარე პროექტით გათვალისწინებულია სამეცნიერო კვლევები თანამედროვე მათემატიკისა და თეორიული ფიზიკის აქტუალურ დარგებში სხვადასხვა მიმართულებებით. მათემატიკურ კვლევებს სწორედ ეს სპეციფიკა ახასიათებს - აქ ძალიან იშვიათადაა კვლევა ერთი კონკრეტული იდეის (პროექტის) ირგვლივ ხანგრძლივი პერიოდის განმავლობაში მკვლევართა დიდი კოლექტივების მიერ. კვლევა მათემატიკაში უპირატესად ინდივიდუალურია ან წარმოებს მცირერიცხოვან ჯგუფში, რომლის შემადგენლობა ხშირად იცვლება. მათემატიკოსთა სამეცნიერო ინტერესებიც მუდმივად იცვლება ცოდნის ფრონტის წინსვლის შესაბამისად. სწორედ ეს გარემოებები განაპირობებს წინამდებარე პროექტის თავისებურებას - ის რამდენიმე სხვადასხვა მიმართულებას მოიცავს, ამასთან სამუშაოთა ეტაპების დროში გაწერა პირობითია (განსხვავებით ექსპერიმენტული მეცნიერებებისაგან). მაგრამ ეს არ ნიშნავს, რომ შესაძლებელია საქმის დაზარალების გარეშე პროექტის დაყოფა და განხილვა რამდენიმე ცალკეულ კომპონენტად. ყველგან, უცხოეთის წამყვან სამეცნიერო ცენტრებში, მათემატიკის ინსტიტუტები მრავალდარგოვანია, რადგან უაღრესად მნიშვნელოვანია მეცნიერთა უწყვეტი ურთიერთობა, იდეების გაცვლა, მეცნიერთა წარმატებულ კოლექტივში საჭიროა მეცნიერთა აუცილებელი კრიტიკული მასა. ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში მუშაობა სწორედ ასე მიმდინარეობს - სხვადასხვა სამეცნიერო მიმართულებების მეცნიერები ხშირად თანამშრომლობენ, აქვეყნებენ ერთობლივ ნაშრომებს, მონაწილეობენ ერთობლივ გრანტებში, რეგულარულად იმართება ერთობლივი სემინარები და კონფერენციები. ამის ბევრი მაგალითი იქნება ქვემოთ მოყვანილი.

აღწერილ თავისებურებათა გამო პროექტში შედარებით უფრო დეტალურად იქნება აღწერილი პირველი წლის ამოცანები. პროექტის მოქმედების მთელი პერიოდის განმავლობაში ინსტიტუტი წარადგენს წარსული ეტაპების დატალურ ანგარიშებსა და შემდგომი ეტაპის სამუშაოთა დეტალურ აღწერას.

პროექტის დეტალური აღწერა - კვლევის ობიექტების, აქტუალობის, სიახლის, მეთოდოლოგიის, შემსრულებელთა მიერ ადრე მიღებული შედეგების, არსისა და სამეცნიერო ღირებულების - მოცემული იქნება პროექტის ძირითად ნაწილში თითოეული თემისათვის.

1.6. არსებული აღჭურვილობა და დანადგარები

დასახელება	რაოდენობა	ექსპლუატაციაში შესვლის წელი
კომპიუტერი	7	2009
კომპიუტერი	5	2010
კომპიუტერი	2	2013
კომპიუტერი	6	2015
კომპიუტერი	10	2016
კომპიუტერი	12	2018
პორტაბელური კომპიუტერი	3	2009
პორტაბელური კომპიუტერი	6	2010
პორტაბელური კომპიუტერი	2	2011
პორტაბელური კომპიუტერი	4	2013
პლანშეტური კომპიუტერი	1	2009
პლანშეტური კომპიუტერი	2	2014
სერვერი	1	2015
პრინტერი	2	2013
პრინტერი	4	2015
პრინტერი	3	2016
პრინტერი კომბაინი	1	2009
პრინტერი კომბაინი	5	2010
პრინტერი კომბაინი	1	2013
პრინტერი კომბაინი	2	2015
სკანერი	1	2009
სკანერი	2	2015
პროექტორი	1	2008
პროექტორი	1	2009
პროექტორი	1	2010
პროექტორი	1	2011

1.7. პროექტის სამეცნიერო თემები

1) კვლევები აბსტრაქტულ ანალიზსა, მრავალგანზომილებიან და გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზში, მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრულ ახალ ფუნქციურ სივრცეებისა და ინტეგრალური გარდაქმნების თეორიაში. გამოყენებები კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში;

2) ალგებრული ობიექტების ჰომოლოგიური, ჰომოტოპიური და კატეგორიული თვისებები;

3) მოდალური და ინტუიციონისტური ლოგიკის სემანტიკური ასპექტები;

4) ტოპოლოგიური ობიექტების ახალი ალგებრული მოდელები და მათი გამოყენებები გეომეტრიის, ტოპოლოგიის, ალგებრის და ფიზიკის საკითხებში;

5) არალოკალური სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანები ჩვეულებრივი და კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის;

6) სასაზღვრო ამოცანები წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათემატიკური ფიზიკის ამოცანები;

7) უწყვეტ გარემოთა მექანიკის ზოგიერთი საკონტაქტო და შერეული სასაზღვრო ამოცანა;

8) თანამედროვე კვანტური ველის თეორიის მეთოდების განვითარება და გამოყენება ელემენტარული ნაწილაკების, დაბალგანზომილებიანი ფიზიკური სისტემების და გრავიტაციის თანამედროვე ამოცანებში;

9) მარტინგალური მეთოდების გამოყენება სტოქასტურ ფინანსთა თეორიაში, ასიმპტოტურ სტატისტიკასა და ოპტიმალურ მართვაში. ზღვარითი თეორემები და წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი.

1.8. პროექტის სავარაუდო ღირებულება

ღირებულება (ლარი)	I წელი	II წელი	III წელი	IV წელი	V წელი	ჯამი
ხ ე ლ ფ ა ს ი						
ა) სამეცნიერო პერსონალი						
მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი (30 საშტატო ერთ.)	252,000.00	252,000.00	252,000.00	252,000.00	252,000.00	1,260,000.00
უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი (14.5 საშტატო ერთ.)	104,400.00	104,400.00	104,400.00	104,400.00	104,400.00	522,000.00
მეცნიერი თანამშრომელი (8.5 საშტატო ერთ.)	51,000.00	51,000.00	51,000.00	51,000.00	51,000.00	255,000.00
უფროსი ლაბორანტი (3.5 საშტატო ერთ.)	16,800.00	16,800.00	16,800.00	16,800.00	16,800.00	84,000.00
განყოფილების ხელმძღვანელი (9 ერთ.)	10,800.00	10,800.00	10,800.00	10,800.00	10,800.00	54,000.00
ბ) ადმინისტრაცია და დამხმ. პერსონალი						
დირექტორი	15,000.00	15,000.00	15,000.00	15,000.00	15,000.00	75,000.00
დირექტორის მოადგილე	12,000.00	12,000.00	12,000.00	12,000.00	12,000.00	60,000.00
სწავლული მდივანი	2,400.00	2,400.00	2,400.00	2,400.00	2,400.00	12,000.00
დირექტორის მრჩეველი სამეცნიერო საკითხებში	8,400.00	8,400.00	8,400.00	8,400.00	8,400.00	42,000.00
დირექტორის თანაშემწე სამეურნეო საკითხებში	8,400.00	8,400.00	8,400.00	8,400.00	8,400.00	42,000.00
საფინანსო-საბუღ. საქმის მთავ. სპეც. (0.5 საშტ.)	3,600.00	3,600.00	3,600.00	3,600.00	3,600.00	18,000.00
საფინანსო-საბუღალტრო საქმის სპეციალისტი	5,100.00	5,100.00	5,100.00	5,100.00	5,100.00	25,500.00
კადრების მენეჯერი	5,100.00	5,100.00	5,100.00	5,100.00	5,100.00	25,500.00
სამეცნიერო ინფორმაციის სექტორის გამგე	7,800.00	7,800.00	7,800.00	7,800.00	7,800.00	39,000.00
ბიბლიოთეკის გამგე	7,200.00	7,200.00	7,200.00	7,200.00	7,200.00	36,000.00
უფროსი ბიბლიოთეკარი (0.5 საშტატო ერთ. -2)	6,000.00	6,000.00	6,000.00	6,000.00	6,000.00	30,000.00
მთარგმნელ-რედაქტორი (2 საშტატო ერთ.)	9,600.00	9,600.00	9,600.00	9,600.00	9,600.00	48,000.00
სამეც. ინფ. სექტორ. უფრ. ლაბორანტი (2 საშტ. ერთ.)	9,600.00	9,600.00	9,600.00	9,600.00	9,600.00	48,000.00
კომპიუტერული ქსელის უფროსი ადმინისტრატორი	6,000.00	6,000.00	6,000.00	6,000.00	6,000.00	30,000.00
დამლაგებელი	3,600.00	3,600.00	3,600.00	3,600.00	3,600.00	18,000.00
ჯამი:	544,800.00	544,800.00	544,800.00	544,800.00	544,800.00	2,724,000.00
გ) დამხმარე პერსონ. (ხელშეკრულებით)						

”საქართველოს მათემატიკური ჟურნალის” პასუხისმგებელი რედაქტორი	4,020.00	4,020.00	4,020.00	4,020.00	4,020.00	20,100.00
ჟურნალის ”მემუარები დიფ. განტ. მათ. ფიზიკაში” პასუხისმგებელი რედაქტორი და ”საქართველოს მათემატიკური ჟურნალის” ტექნიკური რედაქტორი (კომპიუტ. უზრუნველყოფა)	4,800.00	4,800.00	4,800.00	4,800.00	4,800.00	24,000.00
ჟურნალის ”ა. რაზმაძის მათ. ინსტიტუტის შრომები” პასუხისმგებელი რედაქტორი	4,020.00	4,020.00	4,020.00	4,020.00	4,020.00	20,100.00
სამეცნიერო ჟურნალების ტექნიკური რედაქტორი (მთარგმნელი - 2 ერთ.)	7,080.00	7,080.00	7,080.00	7,080.00	7,080.00	35,400.00
სამეცნიერო ჟურნალების ტექნიკური რედაქტორი (კომპიუტერული უზრუნველყოფა - 2 ერთ.)	7,080.00	7,080.00	7,080.00	7,080.00	7,080.00	35,400.00
ჯამი:	27,000.00	27,000.00	27,000.00	27,000.00	27,000.00	135,000.00
სულ სახელფასო ფონდი:	571,800.00	571,800.00	571,800.00	571,800.00	571,800.00	2,859,000.00
სხვა ხარჯები						
მივლინება	68,000.00	58,000.00	58,000.00	58,000.00	58,000.00	300,000.00
წარმომადგენლობითი ხარჯები	10,000.00	10,000.00	10,000.00	10,000.00	10,000.00	50,000.00
საკანცელარიო საქონლისა და საწერ-საბეჭდი ქაღალდის შეძენა	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	7,500.00
მცირეფასიანი საოფისე ტექნიკის შეძენა	4,000.00	4,000.00	4,000.00	4,000.00	4,000.00	20,000.00
საოფისე ინვენტარის შეძენა და დამონტაჟების ხარჯი	4,000.00	4,000.00	4,000.00	4,000.00	4,000.00	20,000.00
კომპიუტერული ტექნიკის შეძენა	0.00	10,000.00	10,000.00	10,000.00	10,000.00	40,000.00
კავშირგაბმულობის ხარჯი	3,000.00	3,000.00	3,000.00	3,000.00	3,000.00	15,000.00
საფოსტო მომსახურების ხარჯი	9,000.00	9,000.00	9,000.00	9,000.00	9,000.00	45,000.00
ჯამი:	99,500.00	99,500.00	99,500.00	99,500.00	99,500.00	497,500.00
ზედნადები ხარჯები						
ელექტროენერგიის, წყლის, ბუნებრივი აირის, შენობა-ნაგებობების დასუფთავების ხარჯი, და ა. შ.	15,200.00	15,200.00	15,200.00	15,200.00	15,200.00	76,000.00
სულ ჯამი:	686,500.00	686,500.00	686,500.00	686,500.00	686,500.00	3,432,500.00

2. პროექტის აღწერილობა

<u>თემა 1:</u> კვლევები აბსტრაქტულ ანალიზსა, მრავალგანზომილებიან და გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზში, მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრულ ახალ ფუნქციურ სივრცეებისა და ინტეგრალური გარდაქმნების თეორიაში. გამოყენებები კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის მათემატიკური ანალიზის განყოფილება.

მკვლევართა ჯგუფი: ფიზ-მათ. მეცნ. დოქტორები: ვ. კოკილაშვილი (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ა. ხარაზიშვილი, ა. მესხი, შ. ტეტუნაშვილი, ო. ძაგნიძე, ლ. ეფრემიძე, ფიზ-მათემ. მეცნ. კანდიდატები: ა. კირთაძე, ე. გორდაძე

თემის მოკლე შინაარსი

პროექტით გათვალისწინებულია კვლევები აბსტრაქტულ ანალიზში, ზომიან მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრული არასტანდარტულ ფუნქციურ სივრცეებსა და ინტეგრალურ გარდაქმნების თეორიაში, მრავალგანზომილებიან და გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზში, გამოყენებებში კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებსა და ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანებში. პროექტით დაგეგმილია გრანდირებული სივრცეების ახალი სკალის შემოღება და მისი გამოკვლევა ინტეგრალურ ოპერატორთა ასახვის თვისებების თვალსაზრისით. ჩვენ ვიმედოვნებთ, რომ შემოღებული ახალი ფუნქციური სივრცეები უკეთ იქნება მორგებული გამოყენებით პრობლემებზე, ვიდრე მანამდე არსებული გრანდ ლებეგისა და გრანდ სობოლევის სივრცეები. პროექტი ითვალისიწნებს ახალი მიდგომების განვიტარებას წონების თეორიაში, რასაც ჩვენი ვარაუდით, მოჰყვება საკმაოდ რთული ორწონიანი ამოცანების და კვალის უტოლობის ამოხსნა წრფივი და მრავლადწრფივი ოპერატორებისათვის.

ჩვენს კვლევებში მნიშვნელოვანი ადგილი დაეთმობა მრავლადწრფივი ინტეგრალური ოპერატორების კვლევებს. მაგალითად, მრავლადწრფივი ჰარდის ტიპისა და მრავლადწრფივი ცალმხრივი ინტეგრალების ასახვის თვისებების დადგენას, არაკომპაქტურობის ზომის შეფასებებს მთელი რიგი მრავლადწრფივი ინტეგრალური ოპერატორებისათვის. განვითარებული იქნება ახალი მიდგომები ექსტრაპოლაციის თეორიაში. მაგალითად, წონიანი ექსტრაპოლაციის თეორემის დამტკიცებისას გრანდ მორის სივრცეებში მაკენჰაუპტის A_ω წონებით. ფუნქციური სივრცეებისა და ოპერატორთა მიმართულებით მიღებული შედეგები ფართოდ იქნება გამოყენებული ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებების ამონახსნთა რეგულარობისა და ამონახსნთა სივრცეების დასადგენად; აგრეთვე შტრიჰარცის ტიპის შეფასებებისა და ამოხსნადობის დასადგენად მრავლადწრფივი ტალღის განტოლებებისათვის.

საპროექტო წინადადების მნიშვნელოვანი ნაწილი ეთმობა მრავალგანზომილებიან ჰარმონიულ ანალიზს. ამ მიმართულებით ჩაფიქრებული ინოვაციური მიდგომები საშუალებას მოგვცემს ამოიხსნას მთელი რიგი ღია პრობლემა მრავალგანზომილებაინ ფურიეს ანალიზში. ასე, მაგალითად, კოეფიციენტთა აღდგენის ამოცანა ნებისმიერი კრებადი ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივებისათვის, ასეთი უნივერსალური მწკრივის კონსტრუირების ამოცანა, რომლის წევრები ნებისმიერი ზომადი ფუნქციების, ფუბინის ტიპის თვისების გამოვლენა და სხვა.

პროექტით გათვალისიწნებულია კვლევები ვეივლეტებისა და მატრიცთა სპექტრალური ფაქტორიზაციის საკითხებში. ამ მიმართულებით ჩვენ მოველით მნიშვნელოვან გარღვევებს. სახელდობრ, ვვარაუდობთ არაკომპაქტურ ვეივლეტ მატრიცების პარამეტრიზაციის ამოცანის ამოხსნას, ვეივლეტ მატრიცები პირველი სტრიქონით შევსების პრობლემის გადაჭრას და რაც, ჩვენი აზრით, ფრიად მნიშვნელოვანია, მრავალცვლადიანი მატრიცების სპექტრალური

ფაქტორიზაციის ალგორითმის აგება, კონსტრუირებული ალგორითმის კრებადობის რიგის დადგენა. მრავალგანზომილებიანი მატრიცის ფაქტორიზაციის ალგორითმის გამოყენება განზრახულია თავის ტვინში ინფორმაციის ნაკადთა ანალიზისათვის გრეინჯერის მიზეზ-შედეგობრივი ტესტით, ეპილეფსიის მკურნალობის მეთოდების ჩათვლით ბიომედიცინაში.

წარმოდგენილი პროექტის მნიშვნელოვანი ნაწილი ითვალისწინებს ზომის თეორიის საკითხების გამოკვლევას, სახელდობრ, ზომის სტრუქტურის შესწავლისადმი ახლებურ მიდგომასა და იდეოლოგიას. ჩვენი მიზანია შევიმუშაოთ ახალი და გავაუმჯობესოთ არსებული მეთოდები და იდეოლოგია იმისათვის, რომ შეეძლოთ მისი გამოყენება სხვადასხვა ალგებრულ-ტოპოლოგიურ სტრუქტურებზე განსაზღვრული კონკრეტული ინვარიანტული (კვაზიინვარიანტული) სიგმა-სასრული ზომების შესასწავლად. ზომიან სივრცეებში შემოტანილი იქნება ე. წ. მცირე სიმრავლეთა ახალი კონცეფცია და ამ სიმრავლეების თვისებები გამოყენებული იქნება ზომის თეორიის ზოგიერთი აქტუალური პრობლემის ამოსახსნელად. პროექტში ინტენსიურად იქნება გამოკვლეული კავშირი ზომის სტრუქტურასა და ალგებრულ და ტოპოლოგიურ სტრუქტურებს შორის.

თემის სამეცნიერო და ტექნოლოგიური დარგები

აბსტრაქტული ანალიზი, მრავალგანზომილებიანი და გამოყენებითი ჰარმონიული ანალიზი, ფუნქციური სივრცეებისა და ინტეგრალური ოპერატორების თეორია, გამოყენებები კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში

თემის აღწერილობა

საპროექტო წინადადება ითვალისწინებს კვლევებს აბსტრაქტულ ანალიზსა, მრავალგანზომილებიან და გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზში, ზომიან მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრულ ახალ ფუნქციურ სივრცეებსა და ინტეგრალურ გარდაქმნებში, გამოყენებებს კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებსა და რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანაში ანალიზური ფუნქციებისათვის.

პროექტით დაგეგმილია ახალი არასტანდარტული ე. წ. გრანდირებული ფუნქციური სივრცეების შემოღება და მათი გამოკვლევა ჰარმონიული ანალიზის ფუნდამენტური და ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობისა და კომპაქტურობის თვალსაზრისით. აღნიშნული სივრცეები და ინტეგრალური გარდაქმნები განსაზღვრული იქნება რთულ გეომეტრიულ სტრუქტურაზე, სახელდობრ, კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე. ფართოდ არის ცნობილი, რომ ზომიან მეტრიკულ სივრცეებზე დასმული ამოცანების გზით თანამედროვე ჰარმონიულმა ანალიზმა შესამჩნევად გააფართოვა ანალიზური პრობლემების კვლევების არეალი (კოიფმანი და ვეისი, მატილა, ჰეინონენი, ჰიტიონენი, ჰაილაში, კოსკილა და სხვა). გრანდირებული ფუნქციური სივრცეების ახალის სკალის შემოღება განპირობებულია იმ მოსაზრებით, რომ ახალი სივრცეები უკეთ იქნება მორგებული გამოყენებებისადმი კერძოწარმოებულებიან არაწრფივ განტოლებათა თეორიასა და ანალიზურ ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანებში, ვიდრე მანამდე არსებული „გრანდ“ სივრცეები (ივანიეცი, სბორდონე, გრეკო).

პროექტი ითვალისინებს ახალი მიდგომების განვითარებას მრავლადწრფივ ინტეგრალური ოპერატორების თეორიაში, კვალისა და ორწონიანი ამოცანების ამოხსნას, იმ ზომების სრულ დახასიათებას, რომლის მიმართაც განსაზღვრული მრავლადწრფივი წილადური ინტეგრალური ოპერატორი არის შემოსაზღვრული ერთი ფუნქციური სივრციდან მეორეში.

პროექტით განზრახულია: კარლესონის წირთა ნამრავლზე განსაზღვრული ჯერადი კოშის სინგულარული ინტეგრალების ასახვის თვისებების გამოკვლევა წონიან შერეულნორმიან ლებეგის სივრცეებში; სობოლევის ტიპის ჩადგმის თეორემის დადგენა წონიან ცვლადმაჩვენებლიან გრანდ ლებეგის სივრცეებში; ზომიან მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრული კალდერონ-ზიგმუნდის სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობის დადგენა წონიან ცვლადმაჩვენებლიან გრანდირებულ სივრცეებში. წონიან

უტოლობებში ნორმების წონებზე ოპტიმალური რაოდენობრივი დამოკიდებულების დადგენა მაკენჰაუპტის წონების ტერმინებში.
წონიანი ექსტრაპოლაციის შედეგების დადგენა წონიან გრანდ მორისა და სრულად ზომად გრანდ ლებეგის სივრცეებში.

ბანახის ფუნქციურ მესერებზე შემოსაზღვრული აპროქსიმაციის თვისების გამოკვლევა იმ პირობით, რომ მათში ჰარდი-ლიტლვუდის ოპერატორი შემოსაზღვრულია.

პროექტით ნავარაუდევია კომპაქტურობის პრობლემების გამოკვლევა. ჩვენ მოველით არაკომპაქტურობის ზომის შეფასებების დადგენას მთელი რიგი ინტეგრალური ოპერატორებისთვის, ისეთები, როგორიცაა ჯერადი ჰილბერტის გარდაქმნა, მრავლადწრფივი მაქსიმალური, სინგულარული და პოტენციალის ტიპის ოპერატორები.

ნავარაუდევია ფუნქციათა სივრცეებისა და ოპერატორთა თეორიაში პროექტით გათვალისწინებული შედეგების ფართო გამოყენებები შემდეგი მიმართულებებით: არადივერგენციული ფორმის ელიფსური დიფერენციალური განტოლებების რეგულარობის გამოკვლევა, ამონახსნთა შიგა შეფასებების დადგენა, იმ ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნების, მაღალი რიგის წარმოებულების კლასის დადგენა, რომელთა კოეფიციენტები შეიძლება განიცდიდნენ წყვეტას, სტრიჰარდსის ტიპის შეფასებებისა და ამოხსნადობის დადგენა მრავლადწრფივი ტალღის განტოლებებში.

საპროექტო წინადადება მიზნად ისახავს განავითაროს ინოვაციური მიდგომები მრავალგანზომილებიან ჰარმონიულ ანალიზში, რის საფუძველზეც ნავარაუდევია მთელი რიგი ღია პრობლემების გადაჭრა. სახელდობრ, ისეთი უნივერსალური მწკრივის აგება, რომლის კოეფიციენტებიც ნებისმიერი ზომადი ფუნქციებია. აქამდე ცნობილი იყო უნივერსალური მწკრივები მხოლოდ კონკრეტულ ფუნქციათა სისტემების მიმართ (ფეკეტე, სერპინსკი, მენშოვი, ტალალიანი). მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ანალიზის მიმართულებით ნავარაუდევია ნებისმიერი კრებადი, ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივების კოეფიციენტების აღდგენის ამოცანის ამოხსნა. ამ მიზნით შემოღებული იქნება ე. წ. კანტორის ინტეგრალის ცნება და შესწავლილი იქნება ამ ინტეგრალის თვისებები. ჩვენ მოველით, რომ ეს ინტეგრალი იქნება ლებეგის, დანჟუასა და ზიგმუნდ-მარცინკევიჩის ინტეგრალების გარკვეული განზოგადება. ჩვენი ვარაუდით სწორედ კანტორის ტრიგონომეტრიული ინტეგრალის განმეორებითი გამოყენების საშუალებით შესაძლებელი გახდება ნებისმიერი, კრებადი ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივის კოეფიციენტების აღდგენა.

საპროექტო წინადადება ითვალისწინებს პრინგსჰაიმის აზრით კრებადი ჯერადი ფუნქციური მწკრივებისათვის ფუბინის ტიპის დებულების დადგენას და მის გამოყენებებს.
გამოყენებითი ჰარმონიული ანალიზის მიმართულებით საპროექტო წინადადება ითვალისწინებს კვლევებს ვეივლეტებისა და მატრიცთა სპექტრალური ფაქტორიზაციის საკითხებში. დაგეგმილია ერთ-ერთი მრავალწლიანი ისტორიის მქონე ღია პრობლემის, არაკომპაქტურ ვეივლეტ მატრიცთა პარამეტრიზაციის ამოცანის ამოხსნა. სრულიად ახლებურად იქნება გააზრებული სპექტრალურ ფაქტორიზაციასა და ვეივლეტებს შორის არსებული კავშირი. გათვალისწინებულია აგრეთვე ვეივლეტ მატრიცების გასრულების ამოცანის ამოხსნა. ამ ამოცანის მნიშვნელობა განპირობებულია იმ ფაქტით, რომ ვეივლეტ მატრიცის პირველ სტრიქონში არსებული ფილტრი უნდა გასრულდეს სხვა, შესაბამისი, სათანადო მაღალი გამტარობის ფილტრის საშუალებით.

დღესდღეობით მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაცია თამაშობს არსებით როლს გამოყენებითი ხასიათის ამოცანების ამოხსნისას მრავალარხიანი სისტემისათვის კომუნიკაციებისა და მართვის თეორიაში. ამ მიმართულებით დაგეგმილია მრავალცვლადიანი მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის შემუშავება და ამ ალგორითმში კრებადობის რიგის დადგენა. აღნიშნული ალგორითმი უაღრესად მნიშვნელოვანია ამოცანებისათვის, სახელდობრ, 2-D და 3-D სიგნალების დამუშავებაში. რაც შეეხება ალგორითმის კრებადობის რიგს, იგი საშუალებას მოგვცემს არსებულ კომპიუტერულ პროგრამაში მარეგულირებელი პარამეტრები შერჩეულ იქნას ავტომატურად. მრავალგანზომილებიანი ეფექტური ალგორითმის გამოყენება

განზრახულია თავის ტვინში ინფორმაციის ნაკადთა ანალიზისათვის გრეინჯერის მიზეზ-შედეგობრივი ტესტით, ეპილეფსიის მკურნალობის მეთოდების ჩათვლით ბიომედიცინაში.

ზომის თეორიის ნაწილში საპროექტო წინადადება ითვალისწინებს ახალ მიდგომის შემოთავაზებას ზომადობის სტრუქტურის შესასწავლად. ახალი იდეოლოგიის მიხედვით მოხდეს სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის თვისებების გარკვეული კლასიფიკაცია, რომელიც უფრო ადეკვატურად წარმოაჩენს სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის თვისებებს. ბევრი სიმრავლე (ფუნქცია), რომლებიც კონკრეტული ზომის მიმართ პარადოქსალური ხასიათისაა, შეიძლება იყოს უფრო კარგი სტრუქტურის მქონე სხვა ზომის ან გარკვეული ზომათა კლასის მიმართ. ჩვენი აზრით, ზომადობის საკითხისადმი ასეთი მიდგომა შესაბამისობაშია მათემატიკის თანამედროვე ხედვასთან: სახელდობრ, როცა იკვლევენ ერთ კონკრეტულ მათემატიკურ ობიექტს, ბუნებრივია კვლევა განზოგადდეს მსგავსი ობიექტების კლასის მიმართ.

ზომის თეორიის მიმართულებით პროექტი ითვალისიწნებს აგრეთვე ინვარიანტული და კვაზიინვარიანტული ზომებისთვის შტაინჰაუზ-ვაილის თეორემისა და მისი შებრუნებულის ანალიზს, არათვლადი ჯგუფების აბსოლუტურად არაზომადი ქვესიმრავლეების სტრუქტურის კვლევას, აბსოლუტურად ზომადი, ფარდობითად ზომადი და აბსოლუტურად არაზომადი ფუნქციების ყოფაქცევის კვლევას ანალიზის ძირითადი ოპერატორების მიმართ, ინვარიანტული ზომების ძლიერი ერთადერთობის თვისების გამოკვლევას უსასრულო განზომილებიან ვექტორულ სივრცეებში, თითქმის სურექციული ჰომომორფიზმების მეთოდის მნიშვნელობის წარმოჩენა ინვარიანტულ და კვაზიინვარიანტულ ზომათა თეორიაში.

პროექტით გათვალისწინებული მრავალფეროვანი ამოცანები, რომლებიც ჩამოყალიბებულია სხვადასხვა კონტექსტში, მჭიდროდ არიან ერთმანეთთან დაკავშირებული სხვადასხვა ასპექტით, მოტივაციით, ტქნიკითა და მეთოდოლოგიით.

შესავალი (კვლევის ობიექტი, პრობლემის აქტუალობა, კვლევის სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია)

ამ პუნქტის შინაარსი გადმოცემული იქნება ცალ-ცალკე ორი ქვეთემის შესაბამისად. I. მრავალგანზომილებიანი და გამოყენებითი ჰარმონიული ანალიზი, მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრული ახალი ფუნქციური სივრცეები და ინტეგრალური გარდაქმნები და გამოყენებები; II. აბსტრაქტული ანალიზი, ზომის თეორიის აქტუალური პრობლემები

I ქვეთემა

კვლევის ობიექტებია: რთულ გეომეტრიულ სტრუქტურებზე განსაზღვრული ახალი, არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეები და ინტეგრალური გარდაქმნები, მრავლადწრფივი ოპერატორები, კარლესონის წირების ნამრავლიან სივრცეებზე განსაზღვრული კოშის ჯერადი სინგულარული ინტეგრალები, ცალმხრივი ოპერატორები, ორწონიანი და კვალის უტოლობები, ბანახის ფუნქციური მესერები; არადივერგენციული ფორმის ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი განტოლებები VMO კოეფიციენტებით, მრავლადწრფივი ტალღის განტოლება, წყვეტილკოეფიციენტებიანი ელიფსური ტიპის განტოლებები ცნობილი წევრით წონიან გრანდ მორის სივრციდან, რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანა; ჯერადი ფუნქციური მწკრივები, ვეივლეტები და ვეივლეტ მატრიცები, მატრიცთა სპექტრალური ფაქტორიზაცია.

პროექტის ძირითადი ამოცანაა გამოიკვლიოს თანამედროვე ანალიზის აქტუალური პრობლემები არასტანდარტული დასმებით, სახელდობრ, დაადგინოს დიფერენციალური და ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები ზომიან მეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრულ ახალ ფუნქციურ სივრცეებში, განავითაროს ინოვაციური მიდგომები მრავალგანზომილებიან და გამოთვლით ჰარმონიულ ანალიზში, მიღებული შედეგები გამოიყენოს კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებსა და რიმან-ჰილბერტის სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნისათვის. ხაზგასმით აღვნიშნავთ, რომ ზომიან მეტრიკულ სივრცეებში დასმული ამოცანების გზით თანამედროვე ჰარმონიულმა ანალიზმა

შესამჩნევად გააფართოვა ანალიზური პრობლემების კვლევების არეალი (მატილა, ჰეინენონი, ჰიტიონენი, ჰაილაში, კოსკელა და სხვა).

I ქვეთემის აქტუალობა

პრობლემის აქტუალობის დასტურია ის ფაქტი, რომ პროექტით გათვალისწინებულ თემატიკაში ინტენსიური კვლევები მიმდინარეობს მსოფლიოს წამყვან სამეცნიერო ცენტრებში, ისეთებში, როგორიცაა: ჩიკაგოს დე პოლის, რადგერსის, ნიუ-იორკისა და ალაბამას უნივერსიტეტები, სასექსისა და კარდიფის უნივერსიტეტები (დიდი ბრიტანეთი), მიუნხენისა და იენის უნივერსიტეტების მათემატიკური ინსტიტუტები (გერმანია), ჰელსინკის უნივერსიტეტი (ფინეთი), ავეიროსა და ლისაბონის უნივერსიტეტები (პორტუგალია), ტოკიოს მეტროპოლიტენ, ნაგოიას, ოსაკასა და ჰიროშიმას უნივერსიტეტები (იაპონია), ფედერიკო II და ფლორენციის უნივერსიტეტები (იტალია), პარიზის დ'ორსეისა და პოლტიერის უნივერსიტეტები (საფრანგეთი), პეკინის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (ჩინეთი), ჩარლზის უნივერსიტეტი (ჩეხეთი), ვ. სტეკლოვის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი და მოსკოვის სახელმწიფო უნივერსიტეტი (რუსეთი).

I ქვეთემის მიმართულებით უკანასკნელ ხანს გამოქვეყნდა მთელი რიგი მონოგრაფიები და მრავალი სტატია მსოფლიოს მაღალავტორიტეტულ გამომცემლობებში და სამეცნიერო ჟურნალებში.

ქვემოთ განვიხილავთ კონკრეტულად თუ რატომ არის აქტუალური წარმოდგენილი პროექტის თემატიკა.

უკანასკნელ წლებში ცხადი გახდა, რომ კლასიკურ ფუნქციურ სივრცეებს აღარ ძალუძთ მთელი რიგი თანამედროვე პრობლემების გადაწყვეტა, რომლებიც ბუნებრივად იჩენენ თავს გამოყენებითი მეცნიერებების სხვადასხვა მათემატიკურ მოდელებში. ნათელი გახდა ახალი არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების შემოღების აუცილებლობა სხვადასხვა თვალსაზრისით. უკანასკნელ ხანს ინტენსიურად შეისწავლებოდა შემდეგი ახალი ფუნქციური სივრცეები: ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგისა და სობოლევის სივრცეები და ე. წ. „გრანდ" სივრცეები. ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგისა და სობოლევის სივრცეების ინტენსიური შესწავლა განპირობებულია მათი არსებითი გამოყენებებით ელექტრორეოლოგიურ მოდელებში (აჩერბი და მინიონე, რუჟიჩკა), სხვადასხვა ფიზიკური მოვლენების შესწავლისას (ჟიკოვი) და სახეთა გამოცნობის პრობლემებში (აბოლაიჰი, მესკინე და სუისი, ჰარიულეხტო, ჰესტო, ლატვალა და ტოივანენი, რაჯაგაპონი და რუჟიჩკა). გრანდ ლებეგის სივრცეების შემოღება (ივანიეცი და სბორდონე) და ინტენსიური გამოკვლევა განპირობებული იყო მათი არსებითი როლით კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში (გრეკო), სობოლევის თეორიაში (ფუსკო, პ. ი. ლიონსი და სბორდონე), ბანახის ფუნქციურ სივრცეთა თეორიაში (ფიორენცა და რაკოტოსონი). როგორც აღმოჩნდა გრანდ ლებეგისა და გრანდ მორის სივრცეები სწორედ ის სივრცეებია, სადაც შესაძლებელია ფართო კლასის არაწრფივი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების სიღრმისეული გამოკვლევა ამონახსნების არსებობის, ერთადერთობისა და რეგულარობის თვალსაზრისით. მორის სივრცეები თამაშობენ უმნიშვნელოვანეს როლს ნავიე-სტოქსის განტოლებების რეგულარობის საკითხებში. როგორც ცნობილია, ნავიე-სტოქსის განტოლებების პრობლემა კლეის მათემატიკური ინსტიტუტის მიერ კლასიფიცირებულია როგორც ათასწლეულის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი პრობლემა. არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების ექსტენსიური გამოკვლევა მიმდინარეობს მსოფლიოს სხვადსხვა ცნობილ სამეცნიერო ცენტრებში. უკანასკნელ წლებში ამ თემატიკაში გამოქვეყნდა რამდენიმე მნიშვნელოვანი მონოგრაფია, მათ შორის აღსანიშნავია ლ. დიენინგის, პ. ჰარჯულეხტოს, პ. ჰასტოსა და მ. რუჟიჩკას მონოგრაფია (შპრინგერი), დ. კრუზ-ურიბესა და ა. ფიორენცას (შპრინგერი), ვ. კოკილაშვილის, ა. მესხის, ჰ. რაფეიროსა და ს. სამკოს მონოგრაფიები (შპრინგერი, ბირკჰოიზერი).

პროექტის ერთ-ერთი მიზანია ავაგოთ არასტანდარტულ ფუნქციათა სივრცეების ახალი სკალა და გამოვიკვლიოთ იგი დიფერენციალური და ინტგერალური ოპერატორების

შემოსაზღვრულობის თვალსაზრისით. ჩვენ ვიმედოვნებთ, რომ შემოღებული ახალი ფუნქციური სივრცეები უკეთ იქნება მორგებული გამოყენებით პრობლემებზე, ვიდრე მანამდე არსებული „გრანდ" სივრცეები. ჩვენს მიერ დაგეგმილი კვლევების ერთ-ერთი სიახლე იქნება რელიხის უტოლობის დადგენა ახალ ფუნქციურ სივრცეებში. აღნიშნული უტოლობა კლასიკურ სივრცეებში მნიშვნელოვან როლს ასრულებს მაგალითად, p-ბიჰარმონიული ოპერატორების საკუთრივი მნიშვნელობების ქვემოდან შეფასების საკითხებში, აგრეთვე, ნავიე-სტოქსის სასაზღვრო პირობების შესწავლისას (ბალინსკი, ევანსი, ლიუსი, კონტინო და ზესკი, ედმუნდსი და ევანსი). საპროექტო წინადადების მნიშვნელოვანი ნაწილი ეძღვნება წონების თეორიას. წონები წარმოადგენენ მძლავრ იარაღს კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიაში. მათ ძალუძთ, მაგალითად, გააქრონ განსაკუთრებულობები, უხეში კოეფიციენტები და გადაგვარებები (ფეიფსი, ჯერისონი და კენიგი). უკანასკნელ წლებში მთელი რიგი პრობლემების გადაჭრა კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში შესაძლებელი გახდა წონების თეორიაში მიღწეული პროგრესის შედეგად, მაგალითად, განტოლებებში, რომლებშიც ჩნდებიან სასრული დეფორმაციის კვაზიკომფორმულ ასახვებში. ეს უკანასკნელი მჭიდროდ არის დაკავშირებული გამოყენებითი მეცნიერებების პრობლემებთან (სამედიცინო გამოსახულებები, მასალათა გამძლეობა, სხვადასხვა ფიზიკური მოვლენები). ხაზგასასმელია ის ფაქტი, რომ წონების თეორია დიდ როლს თამაშობს შრედინგერის ოპერატორის საკუთრივი რიცხვების განაწილებებში (ჩ. ფეფერმანი და ფონგი), ამავე ოპერატორის განსაზღვრის არისა და არსებითი სპექტრის გამოკვლევაში (კერმანი და სოიერი), ნახევრადწრფივი კერძოწარმოებულებიანი განტოლებების დადებითი ამონახსნების არსებობის იმ აუცილებელი და საკმარისი პირობების დადგენაში, რომელიც გამოხატულია კოეფიციენტებით წარმოქმნილი წონებით. წონების თეორიის მიმართულებით საპროექტო წინადადება მიზნად ისახავს ამოიხსნას მნიშვნელოვანი და რთული ორწონიანი ამოცანები და დადგინდეს დაზუსტებული მუდმივების შეფასებები წონიან უტოლობებში ინტეგრალური ოპერატორებისათვის. ორწონიანი ამოცანის ამოხსნა ნიშნავს, დადგენილ იქნას ერთი წონიანი ფუნქციური სივრციდან მეორეში ოპერატორის შემოსაზღვრულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები. მაკენჰაუპტის წონების ტერმინებში წონიან უტოლობებში ზუსტი მუდმივების დადგენის ამოცანა სათავეს იღებს ს. ბაკლის შრომებში (1993). ზუსტი საზღვრების დადგენა გულისხმობს წონიან უტოლობებში ნორმების წონებზე ოპტიმალური რაოდენობრივი დამოკიდებულების განსაზღვრას. კალდერონ-ზიგმუნდის ოპერატორისათვის ბაკლის ტიპის თეორემის სრული დამტკიცება ეკუთვნის ტ. პ. ჰიუტიონენს (A_2 ჰიპოთეზა). უპრიანია აგრეთვე მოვიხსენიოთ ლ. გრაფაკოსის ცნობილი მონოგრაფია „კლასიკური ფურიეს ანალიზი", მე-3 გამოცემა, შპრინგერი, 2014, თავი 7. სინგულარული ინტეგრალებისათვის ზემოხსენებული ზუსტი საზღვრების დადგენა მოტივირებულია მათი გამოყენებების პერსპექტივით კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში, მაგალითად, იგი იძლევა საშუალებას ამოიხსნას ბელტრამის განტოლების რეგულარობის პრობლემა (ასტალა, ივანიეცი, საკსმანი, ჰიტიონენი). კალდერონ-ზიგმუნდის თეორიის მრავლადწრფივი ასპექტების შესწავლამ მნიშვნელოვანი როლი ითამაშა კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების თეორიაში. საპროექტო წინადადების ერთ-ერთი არსებითი სიახლეა ახალი მიდგომების განვითარება ექსტრაპოლაციის თეორიაში. რუბიო დე ფრანციას ექსტრაპოლაციის თეორემა წარმოადგენს ერთ-ერთ ულამაზეს და სასარგებლო შედეგს თანამედროვე ანალიზში. მან სტიმული მისცა ექსტრაპოლაციის თეორიის შექმნას სხვადასხვა თვალსაზრისით, თავდაპირველად ექსტრაპოლაციის თეორემები ეხებოდა ოპერატორებს, მაგრამ მოგვიანებით ცხადი გახდა, რომ ფაქტიურად საქმე გვაქვს უტოლობათა წყვილების ექსტრაპოლაციასთან. ჩვენი მიზანია ამ სულისკვეთებით ექსტრაპოლაციის თეორემის დადგენა ზომადი ფუნქციების მიმართ განსაზღვრულ გრანდ მორის სივრცეებში.

პროექტი ითვალისწინებს კოშის ორმაგი სინგულარული ინტეგრალების შესწავლას, რომლებიც განსაზღვრულია კარლესონის ორი წირის ნამრავლზე, მათ მიერ გაჩენილი ინტეგრალური ოპერატორის შემოსაზღვრულობის კრიტერიუმების დადგენას, გრანდ ლებეგის ცვლადმაჩვენებლიან წონიან სივრცეებში შესაბამისი „დაზუსტებული", ძლიერი მაქსიმალური

ოპერატორის შემოსაზღვრულობის დამტკიცებას. წონიანი ნორმის უტოლობები სინგულარული ინტეგრალებისათვის, რომლებიც განსაზღვრულია გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეში დღეისათვის არ არის ცნობილი. ზემოთაღნიშნულ ფუნქციურ სივრცეებში წონით შემოსაზღვრულობა ცნობილია მხოლოდ ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ოპერატორებისათვის (კოკილაშვილი, მესხი). ინოვაციური მიდგომის გამოყენებით და განვითარებით ჩვენ ვგეგმავთ აგრეთვე ამ ამოცანის ამოხსნას კალდერონ-ზიგმუნდის სინგულარული ოპერატორისათვის. ჯგუფის წევრების მიერ დადებითგულიანი ოპერატორებისათვის ორწონიანი ამოცანების ამოხსნით მიღებულ გამოცდილებაზე დაყრდნობით ვგეგმავთ მაჩვენებლის ზუსტი საზღვრების დადგენას წონების მაკენჰაუპტის მახასიათებლების ტერმინებში წონიან უტოლობებში წილადური ინტეგრალებისათვის, რომლებიც განსაზღვრულია კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებში. ზუსტი საზღვრების პოვნა ნიშნავს წონიან უტოლობებში ნორმის წონაზე ოპტიმალური რაოდენობრივი დამოკიდებულების დადგენას. ჩვენ ვგეგმავთ მივიღოთ პიონერული შედეგი ექსტრაპოლაციის თეორიაში. კერძოდ, დავამტკიცოთ წონიანი ექსტრაპოლაციის თეორემა განაწილების ფუნქციისათვის გრანდ ლებეგის სივრცეებში. გვინდა აღვნიშნოთ, რომ პროექტით დაგეგმილია ისეთი ინტეგრალური გარდაქმნების შესწავლა, რომლებიც განსაზღვრულია ზოგად სტრუქტურებზე, სახელდობრ, ზომიან კვაზიმეტრიკულ სივრცეებზე. უნდა აღინიშნოს, რომ ზომიან მეტრიკულ სივრცეებში დასმული ამოცანების კვლევამ მნიშვნელოვნად გააფართოვა თანამედროვე ჰარმონიული ანალიზის არეალი. პროექტის ერთ-ერთი დამახასიათებელი თვისება ისაა, რომ მოსალოდნელი დებულებების უმეტესობას ექნება კრიტერიუმის (აუცილებელი და საკმარისი პირობების) სახე.

ჩვენ განზრახული გვაქვს ინტეგრალურ ოპერატორთა შემოსაზღვრულობის შესახებ მოსალოდნელი შედეგები გამოვიყენოთ VMO კოეფიციენტებიანი არადივერგენციული ფორმის ელიფსური დიფერენციალური განტოლების რეგულარობის გამოსაკვლევად სინგულარული ინტეგრალების თვალსაზრისით ზოგიერთ გრანდ ფუნქციურ სივრცეებში. ამავე სივრცეების ჩარჩოებში დადგენილი იქნება ელიფსურ განტოლებათა ამონახსნების შიგა შეფასებები. ჩვენ ვვარაუდობთ შევისწავლოთ ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებები, რომელთა კოეფიციენტები შეიძლება განიცდიდნენ წყვეტას. ასეთ შემთხვევაში ჩვენ მოველით, რომ თუ მოცემული წევრი ეკუთვნის გრანდ მორის სივრცეს მაკენჰაუპტის წონებით, მაშინ ამონახსნების მაღალი რიგის წარმოებულებიც იმავე კლასს მიეკუთვნება.
პროექტის ერთ-ერთი ამოცანაა გამოიკვლიოს მრავალგანზომილებიანი ფურიეს ანალიზის აქტუალური პრობლემები. ფუნქციათა მწკრივს ეწოდება უნივერსალური, თუ ყოველი ზომადი ფუნქციისათვის არსებობს ამ მწკრივის კერძო ჯამთა ისეთი ქვემიმდევრობა, რომელიც კრებადია მოცემული ფუნქციისაკენ. უნივერსალურ მწკრივებს გააჩნიათ მდიდარი ისტორია. პირველი უნივერსალური ტეილორის მწკრივი [-1,1] შუალედზე ააგო მ. ფეკეტემ. ვ. სერპინსკიმ ააგო ისეთი ხარისხოვანი მწკრივი, რომლი კერძო ჯამების გარკვეული ქვემიმდევრობებით შეიძლება მივუახლოვდეთ ნებისმიერ უწყვეტ ფუნქციას. ფაქტიურად, ვ. სერპინსკიმ ააგო უნივერსალური ხარისხოვანი მწკრივი. მოგვიანებით დ. მენშოვმა აღმოაჩინა უნივერსალური ტრიგონომეტრიული მწკრივის არსებობა. ა. ტალალიანმა დაამტკიცა, რომ ყოველი სრული ორთონორმირებული სისტემისათვის არსებობს უნივერსალური მწკრივი ქრობადი კოეფიციენტებით. საპროექტო წინადადების ერთ-ერთი მიზანია ისეთი უნივერსალური მწკრივის აგება, რომლის წევრები ნებისმიერი ზომადი ფუნქციებია. ამავე დროს ჩვენ ვვარაუდობთ დავადგინოთ ნებისმიერი ზომადი ფუნქციების მიმართ უნივერსალური მწკრივის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობების დადგენა.

ერთადერთობისა და კოეფიციენტების აღდგენის საკითხს მდიდარი ისტორია აქვს. აღვნიშნოთ ამ მიმართულებებით საყოველთაოდ ცნობილი ზოგიერთი შედეგი, რომლებიც დღეისათვის უკვე კლასიკურად ითვლება. გ. კანტორის ფუნდამენტური თეორემის თანახმად, თუ ერთმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივი კრებადია ნულისაკენ ყველგან, მაშინ ამ მწკრივის ყოველი კოეფიციენტი ნულის ტოლია. აღნიშნული თეორემა განზოგადდა მრავალი მიმართულებით. ვალე-პუსენმა დაადგინა, რომ, თუ ერთმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივი

კრებადია ყველგან, გარდა შესაძლოა სასრული რაოდენობა წერტილებისა, ლებეგის აზრით ინტეგრებადი ფუნქციისაკენ, მაშინ ის არის მისი ჯამის ფურიე-ლებეგის მწკრივი. ჯგუფის წევრმა, შ. ტეტუნაშვილმა ამოხსნა ერთადერთობის პრობლემა პრინგსჰეიმის აზრით კრებადი გარკვეული ჯერადი ფუნქციური მწკრივებისათვის (მათ შორის ტრიგონომეტრიული მწკრივებისათვის) და ამ ამოხსნის გამოყენებით მიაგნო მწკრივის კოეფიციენტთა აღდგენის პრობლემის ამოხსნას იმ შემთხვევისათვის, როდესაც მწკრივის ჯამი არის ლებეგის აზრით ინტეგრებადი ფუნქცია. (იხილეთ **Sh. Tetunashvili**, *Math. USSR Sbornik*, **73**, 1992, № 2, 517-534; **Sh. Tetunashvili,** *Proc. of American Mathematical Society*. **128**(2000), No 9, 2627-2636 (with J. M. Ash); **Sh. Tetunashvili,** *Proc. of American Mathematical Society.***134**(2006), No 6, 1681-1686 (with J. M. Ash)). მეორეს მხრივ, არსებობს ისეთი ტრიგონომეტრიული მწკრივი, რომლის ჯამი არის ლებეგის აზრით არაინტეგრებადი ფუნქცია. ერთმაგი კრებადი ტრიგონომეტრიული მწკრივის კოეფიციენტების აღდგენის საკითხის გადაწყვეტას ემსახურება ლებეგის ინტეგრალის ისეთი განზოგადებები, როგორიცაა: დანჟუას, მარცინკევიჩის, ზიგმუნდის, ჯეიმსის, ბერკილის, პერონის ინტეგრალები. რაც შეეხება პრინგსჰეიმის აზრით კრებადი ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივის კოეფიციენტების აღდგენას, როდესაც მწკრივის ჯამი ლებეგის აზრით არაინტეგრებადი ფუნქციაა, ეს თანამედროვე მრავალგანზომილებიანი ფურიე ანალიზის ერთ-ერთი უმნიშვნელოვანესი ამოცანაა. პროექტის ერთ-ერთი მიზანია, რომ მოვახდინოთ გარღვევა აღნიშნული მიმართულებით. ჩვენ ვგეგმავთ შემოვიღოთ ე. წ. კანტორის ინტეგრალის ცნება და შევისწავლოთ ამ ინტეგრალის თვისებები. ჩვენ მოველით, რომ ეს ინტეგრალი იქნება ლებეგის, დანჟუას და ზიგმუნდ-მარცინკევიჩის ინტეგრალების გარკვეული აზრით განზოგადება. ჩვენ მოველით, რომ კანტორის ტრიგონომეტრიული ინტეგრალის განმეორებითი გამოყენების საშუალებით შესაძლებელი იქნება ნებისმიერი, კრებადი, ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივის კოეფიციენტების აღდგენა.

ერთ-ერთი მიმართულება, რომელიც განზრახულია პროექტში გამოსაკვლევად, არის ვეივლეტების თეორია. ვეივლეტების თეორია წინა საუკუნის ადრეული 80-იანი წლებიდან ჩამოყალიბდა ჰარმონიული ანალიზის ერთ-ერთ მიმართულებად (დებიოში, კოიფმანი, მეიერი, მალატი). ვეივლეტთა მწკრივები საშუალებას იძლევა, რომ ის ფუნქციები და განაწილებები, რომლებიც მანამდე შესწავლილი იყო ფურიეს მწკრივებისა და ინტეგრალების საშუალებით გაანალიზდეს უფრო მარტივად და ნაყოფიერად. დღეისათვის ვეივლეტების ანალიზი თამაშობს უმნიშვნელოვანეს როლს გამოყენებათა ფართო სპექტრში, როგორიცაა სიგნალთა დამუშავება, მონაცემთა და გამოსახულებათა შეკუმშვა, კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებათა ამოხსნა, მრავალფაქტორიან მოვლენათა მოდელირება, სტატისტიკა და სხვა. ფაქტიურად ძნელია დასახელდეს დარგი, რომელშიც ვეივლეტების თეორიას არ აქვს გამოყენება.

მე-20 საუკუნის 90-იანი წლების აღმოჩენა, რომელმაც გამოავლინა, რომ ვეივლეტ მატრიცების დისკრეტული თეორია წარმოადგენს, ჰარმონიულ ანალიზში შემუშავებული უწყვეტი ფუნქციების ორთონორმირებული ბაზისებით წარმოდგენის ახალ საშუალებას, კულტურული შოკი აღმოჩნდა დარგის სპეციალისტებისათვის. პროექტის მონაწილის ლ. ეფრემიძის მიერ შემოთავაზებული იყო ახალი თვალსაზრისი ვეივლეტთა დისკრეტული აღწერის შესახებ, რომელმაც გააჩინა ახალი პერსპექტივა, როგორც ვეივლეტთა თეორიის გამდიდრების, ისე მისი პრაქტიკული გამოყენების არეალის გაზრდის თვალსაზრისით. მოხერხდა კომპაქტური ვეივლეტ-მატრიცების სრული პარამეტრიზაცია (იხილეთ **L. Ephremidze** and E. Lagvilava, *J. Fourier Analysis and Applications*, **20**, no. 2, (2014), 401-420). ერთ-ერთი მრავალწლიანი ისტორიის მქონე ღია პრობლემას წარმოადგენს არაკომპაქტური ვეივლეტ მატრიცთა ფაქტორიზაცია. ჩვენ ვაპირებთ ამ პრობლემის ამოხსნას ვინერ-ჰოფის ფაქტორიზაციის საშუალებით. ასეთი მიდგომა იძლევა მატრიცის სპექტრალურ ფაქტორიზაციასა და ვეივლეტებს შორის არსებული კავშირის ახლებურად გააზრების საშუალებას. ვეივლეტთა თეორიაში მნიშვნელოვანი შედეგი, რომელსაც მოველით წარმოადგენს რაციონალური დეტერმინანტის მქონე ყველა ანალიზურ, უნიტარულ მატრიც ფუნქციათა სრულ დახასიათებას. პროექტით გათვალისწინებულია ვეივლეტის გასრულების ამოცანის ამოხსნა. ამ ამოცანის მნიშვნელობა განპირობებულია იმ ფაქტით, რომ ვეივლეტ

მატრიცის პირველ სტრიქონში არსებული ფილტრი უნდა გასრულდეს სხვა, შესაბამისი, სათანადო მაღალი გამტარობის ფილტრის საშუალებით.
დღესდღეობით მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაცია თამაშობს არსებით როლს გამოყენებითი ხასიათის ამოცანების ამოხსნისას მრავალარხიანი სისტემებისათვის კომუნიკაციებსა და მართვის თეორიაში. მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაცია პირველად გამოჩნდა ვინერისა და კოლმოგოროვის შრომებში სტაციონარული სტოქასტური პროცესების წრფივი პროგნოზირების შესახებ. ბოლო ათწლეულებში უამრავი სტატია მიეძღვნა მატრიცულ შემთხვევაში სპექტრალური ფაქტორის გამოთვლის საკითხებს. შემოთავაზებული პროექტის ერთ-ერთი სიახლეა მრავალცვლადიანი მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმის დამუშავება. ამ საკითხის აქტუალობა გამოწვეულია შემდეგი მიზეზით: ეფექტური ალგორითმი ყველა სპექტრალური ფაქტორის გამოსათვლელად ძალიან მნიშვნელოვანია, მაგალითად, რთული მიმართული მჭიდრო ფრეიმლეტების დასამზადებლად; მოსალოდნელი მრავალცვლადიანი მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმი ძალიან მნიშვნელოვანია პრაქტიკული ამოცანებისთვის 2-D და 3-D სიგალების დამუშავებაში. ალგორითმის კრებადობის რიგის დადგენა საშუალებას მოგვცემს არსებულ კომპიუტერულ პროგრამაში მარეგულირებელი პარამეტრები შერჩეულ იქნან ავტომატურად.

სიახლე. რატომ არის საპროექტო წინადადება ინოვაციური, რითი განსხვავდება დღეისათვის ცნობილი შედეგებისგან? 1) დღემდე უნივერსალური მწკრივები აგებული იყო მხოლოდ სპეციალური (ტრიგონომეტრიული, სრული ორთონორმირებული) სისტემების მიმართ. ამ შედეგების მიღების დროს მომარჯვებული მეთოდები იყო სპეციფიკური, შესაბამისი კერძო სახის სისტემების მიმართ. ჩვენ კი მიზნად ვისახავთ შევიმუშავოთ ზოგადი მეთოდი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს ავაგოთ უნივერსალური მწკრივი ნებისმიერი ზომადი ფუნქციების მიმართ. საპროექტო წინადადებით გათვალისწინებულია შემოვიღოთ ნატურალურ რიცხვთა ქვემიმდევრობის სიმკვრივის სრულიად ახალი ცნება, რომელიც მოემსახურება ზემოხსენებული ამოცანის ამოხსნას; 2) პროექტის ერთ-ერთი სიახლეა მიკვლეულ იქნას გადანაცვლებების მიმართ ინვარიანტული ზანახის X სივრცე, უფრო ვიწრო, ვიდრე L^p სივრცეა ისეთი, რომ რისის პოტენციალებისათვის $X \to L^p_v$ კვალის უტოლობის მართებულობისათვის ფროსტმანის ტიპის პირობა v წონის მიმართ არამარტო აუცილებელი, არამედ საკმარისიც აღმოჩნდეს; 3) ზომისა და ინტეგრალის თეორიაში კარგად ცნობილია ფუბინის თეორემა ჯერადი ინტეგრალების განმეორებითი ინტეგრალებით გამოთვლის შესახებ. ჩვენ ვვარაუდობთ, რომ ფუბინის ტიპის თეორემა მართებულია აგრეთვე პრინსჰაიმის აზრით კრებადი ჯერადი ფუნქციური მწკრივებისთვისაც ε-ერთადერთობის სისტემის მიმართ; 4) ჩვენ მიერ დაგეგმილია ახალი არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეების, კერძოდ, გრანდ ცვლადმაჩვენებლიანი სივრცეების შემოღება გრანდ ფუნქციური სივრცეების ახალი სკალის შემოღების გზაზე. ამ სივრცემ უნდა გააერთიანოს ორი არასტანდარტული ფუნქციური სივრცე: ცვლადმაჩვენებლიანი და გრანდ ლებეგის სივრცეები. ეს საშუალებას მოგვცემს ერთიანი თვალთახედვით შევისწავლოთ ოპერატორთა ასახვისა და ექსტრაპოლაციის საკითხები; 5) პირველად მათემატიკურ ლიტერატურაში, ჩვენ ვიმედოვნებთ დავადგინოთ რელიხის უტოლობა ახალ არასტანდარტულ ფუნქციურ სივრცეებში. ამ უტოლობის მნიშვნელობა კარგად ცნობილია მათემატიკური ფიზიკის ამოცანებში, სახელდობრ, მეოთხე რიგის ელიფსურ და პარაბოლურ განტოლებებში, ტალღის დიფრაქციის ამოცანებში; 6) ჩვენ ვიმედოვნებთ შევეჭიდოთ ხანგრძლივი დროის მანძილზე ღიად დარჩენილ პრობლემას მატრიცის ფაქტორიზაციის თეორიაში. კერძოდ, ვაპირებთ მრავალცვლადიანი მატრიცის სპეტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმის შემუშავებას და ამ ალგორითმში კრებადობის რიგის დადგენას. ჩვენ გვჯერა, რომ მიღებული შედეგები შეიტანენ არსებით წვლილს თეორიაში არსებული ჩატოვებული ადგილების შესავსებად. ეფექტური ალგორითმი, რომლის შემუშავებასაც ვვარაუდობთ, საგრძნობ გავლენას მოახდენს გამოყენებითი ხასიათის მეცნიერებებზე, კერძოდ სიგნალების თეორიაში; 7) ჩვენ ვვარაუდობთ, რომ საპროექტო წინადადებით გათვალისწინებული ისეთი ინტეგრალური გარდაქმნები შევისწავლოთ, რომლებიც

განსაზღვრულია ზოგად სტრუქტურებზე, სახელდობრ, ზომიან კვაზიმეტრიკულ სივრცეებზე; ჩვენ ვიმედოვნებთ, რომ პროექტით გათვალისწინებულ და ჩვენს მიერ დადგენილ დებულებებს ექნებათ კრიტერიუმების (აუცილებელი და საკმარისი პირობების) ფორმა.

კვლევის მეთოდოლოგია. ჩვენი კვლევებისას გამოყენებული იქნება უკვე ცნობილი და პროექტის განხორციელებისას შემუშავებული ახალი მეთოდები, განვითარებული იქნება ახალი იდეები ჰარმონიულ ანალიზში, ფუნქციათა სივრცეების თეორიაში, მრავალგანზომილებიან ფურიეს ანალიზსა და მატრიცთა სპექტრალურ ფაქტორიზაციაში. კვლევები დაფუძნებული იქნება პროექტის მონაწილეთა მდიდარ გამოცდილებაზე და მნიშვნელოვან შედეგებზე, მიღებული მთელი რიგი თანამედროვე პრობლემების ამოხსნისას. ფართოდ გამოყენებული იქნება აგრეთვე უკანასკნელ ხანს პროექტის თემატიკაში სხვადასხვა საერთაშორისო კვლევით ცენტრებში მიღწეული პროგრესი.

ჩვენ მტკიცედ ვაცნობიერებთ იმ სიძნელეებს, რაც მოსალოდნელია რთული ბუნების პრობლემების გადაწყვეტის პროცესში, იმ ფაქტს, რომ თავს იჩენს ახალი მათემატიკური მეთოდებისა და ინოვაციური მიდგომების შემუშავების აუცილებლობა. კვლევები დაგეგმილია პროექტის მონაწილეთა მჭიდრო ურთიერთთანამშრომლობით, რომელიც უზრუნველჰყოფს პროექტის წარმატებით შესრულებას.

კვლევების პროცესში ჩვენ მოველით შემდეგ სიძნელეებს: კლასიკური ფუნქციური სივრცეებისგან განსხვავებით არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეები წარმოადგენენ არარეფლექსურ, არასეპარაბელურ და არაინვარიანტულს გადანაცვლებების მიმართ, სადაც მთელი რიგი კლასიკური ფუნდამენტური დებულებები ძალას კარგავს; კარგად ცნობილია, თუ რამდენად რთულია ზუსტი მუდმივების დადგენის ამოცანა ნორმების უტოლობებში; ნებისმიერი ზომადი ფუნქციების უნივერსალური მწკრივების აგებისას არ არის საკმარისი ის მიდგომები, რაც გამოყენებული იყო კონკრეტული (ტრიგონომეტრიული, სრული ორთონორმირებული სისტემების მიმართ) უნივერსალური მწკრივების აგებისას. მრავალგანზომილებიან ჰარმონიულ ანალიზში მოსალოდნელი სიძნელეები დაკავშირებულია, მაგალითად, იმ ფაქტთან, რომ ერთმაგი მწკრივებისგან განსხვავებით კრებადი ჯერადი მწკრივების კერძო ჯამები ყოველთვის არ არის შემოსაზღვრული. ჯერად სინგულარულ ინტეგრალებში განსაკუთრებულობები, განსხვავებით ერთგანზომილებიანი სინგულარული ინტეგრალებისა, ერთ წერტილში კი არ არის თავმოყრილი, არამედ განფენილია ჰიპერსიბრტყეზე. სხვადასხვა სიძნელეები მოსალოდნელია აგრეთვე მრავალგანზომილებიანი მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ეფექტური ალგორითმის შემუშავებისას. მოცემული დეტერმინანტით სპექტრალური ფაქტორის ერთადერთობის პრობლემა სერიოზულად გამოსაკვლევია. სიძნელეა მოსალოდნელი კოეფიციენტთა ველის იდენტიფიცირებისას, მაშინ, როცა ეს მნიშვნელოვანი ნაბიჯია იმისათვის, რომ მრავალცვლადიანი მატრიცი სპექტრალურად გაფაქტორდეს.

ჩვენ ვვარაუდობთ, რომ საჭირო გახდება აგრეთვე სიძნელის დაძლევა ჩოლესკის ტიპის სამკუთხა მატრიცის ფაქტორიზაციისას.

ჩვენ მტკიცედ გვჯერა, რომ პროექტის მონაწილეებს ძალუძთ ზემოხსენებული სიძნელეების დაძლევა. წარმოდგენილი პროექტის წარმატებით განხორციელებისათვის გამოვიყენებთ მთელი რიგი ნოუ-ჰაუს კომბინაციას.

როგორ ვაპირებთ მოსალოდნელი ბარიერების გადალახვას. ექსტრაპოლაციის პრობლემების ამოსახსნელად ჩვენ დაგეგმილი გვაქვს რაოდენობრივი წონითი შეფასებების დადგენა; ნებისმიერი ზომადი ფუნქციების მიმართ ჯერადი უნივერსალური მწკრივის კონსტრუქცია მოფიქრებული იქნება ისეთნაირად, რომ მისი წევრები არ იყოს მაინცდამაინც სპეციფიკური ბუნების. პრინსჰაიმის აზრით კრებადი ჯერადი ფუნქციური მწკრივებისათვის ფუბინის ტიპის მოვლენის დასადგენად ჩვენ მოგვიწევს ე. წ. ε-ერთადერთობის სისტემის გამოყენება, რომელთა მიმართ ჯერად მწკრივებს, ჩვენი ვარაუდით, გააჩნიათ ფუბინის ტიპის თვისება; ჯერადი კოშის სინგულარული ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობის დასადგენად ჩვენ მოვიშველიებთ „დაზუსტებულ“ ძლიერ მაქსიმალურ ფუნქციებს, განსაზღვრულს კარლესონის წირთა ნამრავლზე და შევისწავლით მისი ასახვის თვისებებს; სობოლევის ტიპის წონიანი

უტოლობის დასამტკიცებლად გრანდ ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში შევისწავლით იმ წონებს, რომელთა განსაკუთრებულობები განაწილებულია მთელ არეზე; იმისათვის, რომ რისის პოტენციალისათვის ამოვხსნათ $X \to L_v^p$ კვალის ამოცანა, X სივრცეს შევარჩევთ ისე, რომ v წონისათვის პირობა, რომელიც უზრუნველჰყოფს კვალის უტოლობის მართებულობას, აღმოჩნდეს არამარტო აუცილებელი, არამედ საკმარისიც; ჩვენ ხაზს ვუსვამთ, რომ მრავალი მიზეზი განაპირობებს სპექტრალური ფაქტორიზაციის ეფექტური ალგორითმის შექმნის სიძნელეებს. კერძოდ, დადგინდება ერთადერთობის პირობა მოცემული დეტერმინანტის მქონე სპექტრალური ფაქტორისა; დადგინდება კოეფიციენტთა ველი, რომელიც საშუალებას მოგვცემს არსებული 1-D მეთოდი გადატანილ იქნას მრავალი ცვლადის შემთხვევაზე; გამოკვლეული იქნება ჩოლსკის ტიპის სამკუთხა ფაქტორიზაციის მდგრადობის საკითხი.

კლასიკური ფუნქციური სივრცეებისაგან განსხვავებით, არასტანდარტული ფუნქციური სივრცეები წარმოადგენენ არარეფლექსურ, არასეპარაბელურ და გადანაცვლებების მიმართ არაინვარიანტულს, რის გამოც მთელი რიგი ფუნდამენტური კლასიკური დებულება აღარ არის მართებული. ამ მიმართულებით მთელი რიგი მოსალოდნელი სიძნელე დაძლეული იქნება წონიანი ნორმების უტოლობებში ზუსტი მუდმივების დადგენის გზით. ექსტრაპოლაციის პრობლემების ამოხსნისას ჩვენ დაგვჭირდება ინტეგრალური ოპერატორების ნორმებისათვის რაოდენობრივი წონითი შეფასებების დადგენა. კოშის ჯერადი სინგულარული ოპერატორების შემოსაზღვრულობის გამოკვლევის პროცესში ჩვენ ვვარაუდობთ კარლესონის წირთა ნამრავლზე განსაზღვრული „დაზუსტებული“ ძლიერი მაქსიმალური ფუნქციების თვისებების გამოკვლევისათვის შესაბამისი მეთოდის გამომუშავებას. კვაზიმეტრიკულ ზომიან სივრცეებზე განსაზღვრული ინტეგრალური გარდაქმნების გამოკვლევისას კლასიკური მეთოდები აღარ მუშაობენ, ამიტომ მეტრიკულ სივრცეებში ანალიზის მეთოდების გამოყენებასთან ერთად ჩვენ ვვარაუდობთ გამოვიყენოთ ორადული „გაცხრილული“ და „გაიშვიათებული“ ინტეგრალური გარდაქმნები, რომლებიც განსაზღვრულია კვაზიმეტრიკულ სივრცეებზე გაორმაგების პირობით. გრანდირებულ სივრცეებში შედეგების მისაღებად საჭირო იქნება შესაბამისი ფაქიზი რაოდენობრივი შეფასებების დადგენა და გამოყენება. კვაზიმეტრიკულ სივრცეებზე ზედა გაორმაგების პირობით განსაზღვრული ინტეგრალური გარდაქმნების შესწავლის პროცესში დაგვჭირდება სივრცის ბურთის ზომების გეომეტრიული თვისებების დადგენა როგორც გაორმაგების პირობებში, ასევე იმ სიტუაციაში, როცა გაორმაგების პირობა დარღვეულია.

შესავალი (კვლევის ობიექტი, პრობლემის აქტუალობა, კვლევის სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია)

II. აბსტრაქტული ანალიზი, ზომის თეორიის აქტუალური პრობლემები

სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის ფუნდამენტურ კონცეფციებთან დაკავშირებული სხვადასხვა საკითხების კვლევა არის აუცილებელი თანამედროვე მათემატიკის მთელი რიგი ისეთი დარგების შემდგომი განვითარებისათვის, როგორიცაა: ნამდვილი და კომპლექსური ანალიზი, აბსტრაქტული ჰარმონიული ანალიზი, ტოპოლოგიური ჯგუფების ზოგადი თეორია, ერგოდულობის თეორია, ალბათობის თეორია, შემთხვევით პროცესთა თეორია, უსასრულო თამაშთა თეორია, სიმრავლურ-თეორიული ტოპოლოგია და ა.შ. ჩამოთვლილი დარგების განსახილველი ამოცანების სპეციფიკიდან გამომდინარე, ზომადობის ცნება შეიძლება შემოღებულ იქნას განსხვავებული სახით. ამრიგად, ზომის თეორია თანამედროვე მათემატიკის მრავალი მიმართულებისათვის წარმოადგენს დამხმარე მათემატიკურ დისციპლინას და არსებითად ხელს უწყობს მათ შემდგომ განვითარებას. ამ თეორიას აქვს მდიდარი მეთოდოლოგიური ბაზა, რომელიც განპირობებულია სხვადასხვა კონცეფციებით და სათანადო მიდგომებით. ზომის თეორიის საკითხების კვლევის პროცესში გამოყენებული მეთოდები არის საკმაოდ რაფინირებული და სიღრმისეული.

წარმოდგენილი სამეცნიერო გეგმა შეიცავს ზომის სტრუქტურის შესწავლისადმი ახლებურ მიდგომასა და იდეოლოგიას, რომლებიც შეიძლება დახასიათდეს შემდეგი სახით.

ძირითად საბაზისო E სიმრავლეზე განსაზღვრული კონკრეტული « ზომის მიმართ სიმრავლეთა და ფუნქციების ზომადობის შესწავლის ამოცანა იცვლება E-ზე განსაზღვრულ ზომათა გარკვეული M კლასის მიმართ (კერძოდ, μ–ის ყველა გაგრძელებათა კლასის მიმართ) ზომადობის ამოცანის შესწავლით. აქედან გამომდინარე, ამ პროექტში ერთ-ერთ ცენტრალურ საკითხს წარმოადგენს ნამდვილმნიშვნელობიან ფუნქციათა ზომადობის თვისებების კვლევა ბაზისურ E სივრცეზე განსაზღვრულ ზომათა სხვადასხვა M კლასის მიმართ. ამ კლასების შერჩევა ნაკარნახევია საკვლევი საკითხების სპეციფიკით. ბევრ შემთხვევაში ბაზისური E სივრცე შესაძლოა აღჭურვილი იყოს ზომათა M კლასთან მჭიდროდ დაკავშირებული ზოგიერთი დამატებითი მათემატიკური სტრუქტურით (მაგალითად, ტოპოლოგიური სტრუქტურით ან ალგებრული სტრუქტურით ან ალგებრულ–ტოპოლოგიური სტრუქტურით). პროექტის ძირითად ნაწილში E სივრცე არის აღჭურვილი გარდაქმნათა G ჯგუფით და M კლასის როლში გამოდის G ჯგუფის მიმართ ინვარიანტულ (კვაზი–ინვარიანტულ) ზომათა სხვადასხვა ოჯახი. ამასთან, M კლასში შემავალი ზომები, საზოგადოდ, განსაზღვრულნი არიან E სიმრავლის ქვესიმრავლეთა განსხვავებულ სიგმა–ალგებრებზე. ასეთი მიდგომა შემოთავაზებული და დამუშავებულ იქნა ა. ხარაზიშვილის მიერ და შემდგომ განვითარებულ იქნა ა. კირთაძის და ამ ჯგუფთან ასოცირებულ ახალგაზრა მეცნიერების მიერ.

წარმოდგენილ სამეცნიერო გეგმაში ჩვენ მიზანია შევიმუშავოთ და გავაუმჯობესოთ შეთავაზებული მეთოდები და იდეოლოგია იმისათვის, რომ შევძლოთ მათი გამოყენება სხვადასხვა ალგებრულ-ტოპოლოგიურ სტრუქტურებზე განსაზღვრული კონკრეტული ინვარიანტული (კვაზი–ინვარიანტული) სიგმა-სასრული ზომების შესასწავლად. განსაკუთრებული ყურადღება დაეთმობა იმ მეთოდებს, რომლებიც ინარჩუნებენ ზომის ისეთ ძირითად თვისებებს, როგორიცაა: ერთადერთობის თვისება, მეტრიკული ტრანზიტულობა, სუსტი მეტრიკული ტრანზიტულობა, მდგრადობის თვისება (შტეინჰაუზის ტიპის თეორემები). აგრეთვე, ზომიან სივრცეებში შემოტანილ იქნება იქნება ე.წ. მცირე სიმრავლეთა ახალი კონცეფცია და ამ სიმრავლეების თვისებები გამოყენებული იქნება ზომის თეორიის ზოგიერთი აქტუალური ამოცანის ამოხსნისათვის.

ფუნქციათა ზომადობის საკითხის კვლევა ზომათა სხვადასხვა კლასის მიმართ საჭიროებს მძლავრ მეთოდებს აბსტრაქტული სიმრავლეთა თეორიიდან, დესკრიფციული სიმრავლეთა თეორიიდან, ჯგუფთა თეორიიდან და ზოგადი ტოპოლოგიიდან (მაგალითად, ტრანსფინიტული ინდუქციის მეთოდი, კონტინუუმ ჰიპოთეზა (CH), მარტინის აქსიომა (MA), ლუზინის სიმრავლეები, ლუზინის განზოგადებული სიმრავლეები, ბერშტეინის ტიპის ზოგიერთ პათოლოგიურ სიმრავლეთა კონსტრუქციები, მასიური გრაფიკის მქონე ფუნქციათა კონსტრუქცია, სერპინსკის სიმრავლეები, განზოგადოებული სერპინსკის სიმრავლეები, ჰამელის ბაზისების ტექნიკა, ზომათა გაგრძელების კოდაირა-კაკუტანის მეთოდის მოდიფიკაცია, და ა.შ.). ეს მეთოდები მეტად სასარგებლოა და მათ მივყავართ სიგმა-სასრულ ზომათა კლასების მიმართ ფუნქციათა ზომადობის ფენომენის უფრო სიღრმისეულ გაგებამდე. ამგვარად წარმოიშვება ბევრი საინტერესო და მნიშვნელოვანი ამოცანა. შემოთავაზებულ პროექტში დასახულია ამ ტიპის ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნა. როგორც უკვე აღინიშნა, ზომის სტრუქტურა არ არის იზოლირებული სხვა მნიშვნელოვანი მათემატიკური სტრუქტურებისაგან. ის არის მჭიდროდ დაკავშირებული ალგებრულ სტრუქტურებთან და ტოპოლოგიურ სტრუქტურებთან. ამ პროექტში ინტენსიურად იქნება გამოკვლეული ღრმა კავშირები ზომის სტრუქტურისა და ალგებრულ და ტოპოლოგიურ სტრუქტურებს შორის.

წარმოდგენილ პროექტში განხილული იქნება აბსოლუტურად ზომადი, ფარდობითად ზომადი და აბსოლუტურად არაზომადი ფუნქციების ყველა შესაძლო კომბინაცია, გამოკვლეული იქნება მოცემული ფუნქციების წყვილებზე სტანდარტული ოპერაციების შედეგად მიღებული ფუნქციების ზომადობის სტრუქტურა და შესწავლილი იქნება ის საკითხი, თუ როდის არის ასეთი ფუნქციები აბსოლუტურად ზომადი, ფარდობითად ზომადი ან აბსოლუტურად არაზომადი. ის დებულებები, რომლებიც ზემოთ მოყვანილი მიმართულებით დაგეგმილია მისაღებად, გვიჩვენებს, რომ სტანდარტული ოპერაციების მიმართ მოცემული ფუნქციების წყვილებზე ოპერაციების ჩატარების შედეგად მიღებული ფუნქციების ყოფაქცევა

არის მრავალფეროვანი და ზომის თეორიის თვალსაზრისით იწვევს დიდ ინტერესს. თუ გამოვიყენებთ ინვარიანტული (კვაზი-ინვარიანტული) ზომების გაგრძელების მეთოდებს (მარჩევსკის მეთოდს, კოდაირა-კაკუტანის მეთოდს, კაკუტანი-ოქსტობის მეთოდს, პირდაპირი ნამრავლების მეთოდს, თითქმის სიურექციული ჰომომორფიზმების მეთოდს), შესაძლებელია მიღებულ იქნას ზომათა სხვადასხვა კლასისათვის მკაცრად გაგრძელების თეორემები. აგრეთვე, ზოგიერთი დებულება საბაზისო სიმრავლეზე განსაზღვრული მცირე სიმრავლეებისათვის (უგულებელყოფადი სიმრავლე, აბსოლუტურად უგულებელყოფადი სიმრავლე და სხვ.) საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ განსხვავებული სახის თეორემები სიგმა-სასრული ინვარიანტული და კვაზი-ინვარიანტული ზომების გაგრძელებების შესახებ. საყურადღებოა ის ფაქტი, რომ ზოგიერთი წმინდა სიმრავლურ-თეორიული და კომბინატორული დებულება (როგორებიცაა ულამის თეორემა მცირე კარდინალების არაზომადობის შესახებ, ტარსკის ლემა საბაზისო სიმრავლის ქვესიმრავლეთა დამოუკიდებელი ოჯახების შესახებ, სერპინსკის ლემა საბაზისო სიმრავლის დიდი თითქმის დიზიუნქტიური ოჯახების შესახებ) შეიძლება წარმატებით გამოყენებულ იქნან პროექტით გათვალისწინებულ თემატიკაში.

არსებული ლიტერატურული მონაცემები

წინა საანგარიშო პერიოდში (2014-2018 წლები) პროექტის მონაწილეებმა გამოაქვეყნეს 5 მონოგრაფია და 1 სახელმძღვანელო:

მონოგრაფიები:

1. **V. Kokilashvili, A. Meskhi**, H. Rafeiro, S. Samko. Integral operators in non-standard function spaces: Variable exponent Lebesgue and amalgam spaces, Volume 1, Birkäuser/ Springer, Heidelberg, 576 pages.
2. **V. Kokilashvili, A. Meskhi**, H. Rafeiro, S. Samko. Integral operators in non-standard function spaces: Variable exponent Hölder, Morrey-Campanato and grand spaces, Volume 2, Birkäuser/ Springer, Heidelberg, 428 pages.
3. **A. Kharazishvili.** Set-Theoretical Aspects of Real Analysis, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton New York, 2014, 452 p. 2. Elements of Combinatorial Geometry, Part 1, Tbilisi, 2016.
4. **A. Kharazishvili.** Strange Functions in Real Analysis, 3rd expanded edition, Chapman and Hall/CRC, New York, 2017, 440 p.

სახელმძღვანელო:

ო. ძაგნიძე. ფურიეს ანალიზი, თსუ-ს გამომცემლობა, 274 გვ.

ამასთანავე წინა საანგარიშო პერიოდში (2014-2018 წლები) პროექტის მონაწილეებმა გამოაქვეყნეს 138 სტატია (*-ით აღნიშნულია იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოქვეყნებული სტატიები) (იხილეთ დანართი 1 და დანართი 2).

ქვემოთ მოვიყვანთ იმის მოკლე მიმოხილვას, თუ ხსენებული პუბლიკაციების საფუძველზე რა არის გაკეთებული, როგორ არის გამოყენებული მიღებული შედეგები. პროექტის მონაწილეებმა გასული 2014-2018 წლების საანგარიშო პერიოდში ინტეგრალური ოპერატორების ასახვის თვისებების გამოკვლევის გზაზე ცვლადმაჩვენებლიანი ლებეგის, გრანდ ლებეგისა და მორის სივრცეებში, აგრეთვე ამალგამ სივრცეებში შეიმუშავეს ისეთი მიდგომები, რომლებიც ფრიად სასარგებლო და იმპულსის მიმცემია ახალი საპროექტო წინადადების წარმატებით განხორციელებისათვის. ჰილბერტის გარდაქმნის, ჰარდი-ლიტლვუდის მაქსიმალური ფუნქციის, წილადური ინტეგრალებისა და წილადური მაქსიმალური ფუნქციების ზემოხსენებულ სივრცეებში შემოსაზღვრულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობების დადგენისას განხორციელებული მიგნებები მტკიცე საფუძველს ქმნიან მრავლადწრფივი ოპერატორების ასახვის თვისებების, ორწონიანი ამოცანებისა და კვლევის ამოცანის ამოსახსნელად, ექსტრაპოლაციის თეორიის განსავითარებლად ახალ გრანდირებულ ფუნქციურ სივრცეებში, რომლებიც ბევრად უკეთ იქნებიან მორგებული გამოყენებებისადმი კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებებში, ვიდრე მანამდე არსებული გრანდ

ლებეგისა და სობოლევის სივრცეები. ჯგუფის წევრების მიერ დადგენილი არაწრფივი ჰარმონიული ანალიზის, ინტეგრალური ოპერატორების (მაგალითად, გაწრფევად წირზე განსაზღვრული კოშის სინგულარული ინტეგრალების) შემოსაზღვრულობის კრიტერიკუმები წარმატებით იქნა გამოყენებული დირიხლეს, რომან-ჰილბერტისა და რიმან-ჰილბერტ-პუანკარეს სასაზღვრო ამოცანების ამოსახსნელად ანალიზური და განზოგადებული ანალიზური ფუნქციენბისათვის არეებში არაგლუვი საზღვრებით. ამ მიმართულებით განვითარებული ახალი ასპექტები, არასტანდარტული დასმებით ამოცანების ამოხსნა ასევე იძლევა კარგ პერსპექტივას ამჯერად წარმოდგენილ საპროექტო წინადადებების განსახორციელებლად.

გასულ საანგარიშო პერიოდში შემოთავაზებულ იქნა სრულიად ახალი მიდგომა ვეივლეტთა დისკრეტული აღწერის შესახებ, რომელმაც გააჩინა ახალი პერსპექტივა, როგორც ვეივლეტთა თეორიის გამდიდრების, ისე მისი პრაქტიკული გამოყენების არეალის გაზრდის თვალსაზრისით. ამ მიდგომის შედეგად მოხერხდა გარღვევა ვეივლეტ მატრიცების პარამეტრიზაციის ამოცანის ამოხსნის გზაზე, კერძოდ, მოხერხდა კომპაქტური ვეივლეტ მატრიცების სრული პარამეტრიზაცია, ღიად რჩებოდა არაკომპაქტურ ვეივლეტ მატრიცთა პარამეტრიზაციის საკითხი, რაც ამჟამად წარმოდგენილ საპროექტო წინადადების ერთ-ერთ ამოცანას წარმოადგენს. ცნობილია, რომ მე-20 საუკუნის 90-იანი წლების აღმოჩენამ გამოავლინა რა, რომ ვეივლეტ მატრიცების დისკრეტული თეორია წარმოადგენს ჰარმონიულ ანალიზში შემუშავებული უწყვეტი ფუნქციების ორთონორმირებულ ბაზისებით წარმოდგენილ ახალ საშუალებას, კულტურული შოკი აღმოჩნდა დარგის სპეციალისტებისათის.

ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მიღწევა გასული პროექტის შესრულების გზაზე იყო ის ფაქტი, რომ ჯგუფის წევრმა ლ. ეფრემიძემ კოლეგებთან ერთად შექმნა მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ეფექტური ალგორითმი, რომელიც დაპატენტდა 2016 წელს ამერიკის შეერთებულ შტატებში (**აშშ პატენტი No.: 9,318,232 B2, პატენტის მიღების თარიღი: 2016 წლის 19 აპრილი; პროექტი - მატრიცის ფაქტორიზაცია მონაცემთა შეკუმშვისათვის, ფილტრების ასაგებად, უკაბელო კომუნიკაციებისა და რადარებისათვის**).

ახალ არასტანდარტულ ფუნქციურ სივრცეებში ფუნქციათა მიახლოების საკითხებში მომზადდა ერთი სადოქტორო დისერტაცია, რომელიც იქნა წარმატებით დაცული.

I ქვეთემით შესრულებული სამუშაოების ავტორების შედეგები ფართოდ არის ციტირებული შემდეგ მონოგრაფიებში:

1) L. Grafakos, Modern Fourier Analysis, Third Edition, *Springer, New York, Heidelberg, Dordrecht, London*, 2014(http://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4939-1230-8).

2) D. V. Cruz-Uribe and A. Fiorenza, Variable Lebesgue spaces, Birkäuser, Springer, Basel, 2013 (http://www.springer.com/la/book/9783034805476).

3) L. Diening, P. Harjulehto, P. Hästö and M. Ružička, Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents, *Lecture Notes in Mathematics*, Vol. 2017, Springer, Heidelberg, 2011(https://books.google.ge/books?hl=en&lr=&id=5qX7CAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR3&dq=#v=onepage&q&f=false)

4) Frederic W. King, Hilbert Transforms, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. 124, *Cambridge University Press*, 2009 (https://books.google.ge/books?id=spGVZqZk-L4C&dq)

5) Frederic W. King, Hilbert Transforms, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. 125, Cambridge University Press, 2009. (https://books.google.ge/books?id=HcbaAAAAMAAJ&dq)

7) A. Kufner, L. Maligrahda and L.-E. Persson, The Hardy inequality, About its History and Some Related Results, *Pilsen,* 2007.(https://books.google.ge/books?id=0t6KGQAACAAJ&dq)

8) Y. Sawano, A Handbook of Harmonic Analysis, 2014, http://www.comp.tmu.ac.jp/yosihiro/teaching/harmonic-analysis/harmonic-analysis-textbook.pdf

9) D. E. Edmunds, W. D. Evans, Hardy Operators, Function Spaces and Embeddings, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2004.(https://books.google.ge/books?id=UiH4CAAAQBAJ&pg)

10) A. Kufner and L.-E. Persson, Weighted inequalities of Hardy type, World Scientific Publishing Co, Singapure, London, 2003.(https://books.google.ge/books?id=4SqMH8Drl40C&pg)

11) P.L. Butzer and U. Westphal, An Introduction to Fractional Calculus, in: *Applications of fractional calculus in Physics, Edited by R Hilfer* (Universität Mainz & Universität Stuttgart, Germany), *World Scientific*, 2000 http://www.worldscibooks.com/physics/3779.html

12) W. Johnston, The Lebesgue Integral for Undergraduates, *The Mathematical Association of America (MAA), Washington*, 2015.(http://www.maa.org/press/ebooks/the-lebesgue-integral-for-undergraduates)

13) J. N. Pandey, The Hilbert transforms of Schwartz distributions and applications, THE HILBERT TRANSFORM OF SCHWARTZ DISTRIBUTIONS and applications, JOHN WILEY & SONS, INC. New York, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1996.

14) V. G. Maźya, Sobolev Spaces. Springer Verlag, Berlin, 1985.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია ის ფართო გამოხმაურება, რაც გამოიწვია გასულ საანგარიშო პერიოდში ჯგუფის წევრების მიერ ჩატარებული კვლევის შედეგებმა გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზში, სახელდობრ, ვეივლეტებისა და მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის საკითხებში. ამის დასტურია შემდეგი პუბლიკაციები:

1. Chenzhe Diao and Bin Han, Generalized matrix spectral factorization and quasi-tight framelets with minimum number of generators, https://arxiv.org/abs/1806.07961
2. Maria J. Carro_ and Carlos Domingo-Salazar, The return times property on logarithm-type spaces, American Institute of Mathematical Sciences,April 2018, 38(4): 2065-2078. Doi: 10.3934/dcds.2018084
3. Du Baisheng Xu Xiaodong Dai Xuchu, Minimum-phase FIR precoder design for multicasting over mimo frequency-selective channel, J. OF ELECTRONICS, 2013, Vol.30 No.4, 319-327
4. Sergei Rogosin, Constructive methods for factorization of matrix-functions, *IMA Journal of Applied Mathematics* (2015), 1-27
5. Zeliang Wang, J.G. Mcwhirter, Stephan Weiss, Multichannel Spectral Factorization Algorithm Using Polynomial Matrix Eigenvalue Decomposition, 2015 49th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, DOI:10.1109/ACSSC.2015.7421442
6. Moody T.Chu, On the first degree Fejér–Riesz factorization and its applications to X+A*XA =Q, Linear Algebra and its Applications 489 (2016) 123–143
7. *Zeliang Wang, John G. McWhirter, Jamie Corr, Stephan Weiss,* Multiple shift second order sequential best rotation algorithm for polynomial matrix eigenvalue decomposition, 2015 23rd European Signal Processing Conference (EUSIPCO), DOI: 10.1109/EUSIPCO.2015.7362502
8. Jacob van der Woude, A straightforward proof of the polynomial factorization of a positive semi-definite polynomial matrix, Linear Algebra and its Applications, 2014, v.456, 214-220
9. Z. Wang and J. McWhirter, A New Multichannel Spectral Factorization Algorithm for Parahermitian Polynomial Matrices, 2014, 10th IMA International Conference on Mathematics in Signal Processing, 4 pages.
10. N.H. Bingham, Multivariate prediction and matrix, Szego theory, Probability Surveys, Vol. 9 (2012) 325–339
11. Latifa F. Agamalieva, Fikret A.Aliev and Naila I. Velieva , Approximate factorization of matrix polynomials with applications to the synthesis problems, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie, vol. 58(106) No. 4, 2015, 371-382
12. Yuzo Hosoya and Taro Takimoto, A numerical method for factorizing the rational spectral density matrix, Journal of Time Series Analysis, 2010, DOI: 10.1111/j.1467-9892.2010.00658
13. Ryotaro Sato, Another proof of Derriennic's reverse maximal inequality for the supremum of ergodic ratios, Comment.Math.Univ.Carolin. 47,1 (2006)155–158
14. Roger L. Jones, On the uniqueness of the ergodic maximal function, Proceedings of the American Mathematical Society, Volume 132, Number 4, Pages 1087-1090

15. Michael Frank and Lutz Klotz, A duality method in prediction theory of multivariate stationary sequences, 2002, Mathematische Nachrichten, doi.org/10.1002/1522-2616

მეთოდები, რომლებიც უკვე გამოიყენეს ამ პროექტში მონაწილე წევრებმა ზომის თეორიის მიმართულებით, აღმოჩნდა იმდენად ნაყოფიერი, რომ მიღებული შედეგები გამოდგება პროექტით გათვალისწინებულ ამოცანებში (მაგალითად, უსასრულოგანზომილებიან ბანახის სივრცეებში ახალი ტიპის ბორელის ინვარიანტული ზომები, ზომების გაგრძელებათა ფართო კლასები, კვაზი-ინვარიანტული ზომების მეტრიკული ტრანზიტულობის თვისებების ახალი გამოყენებები, და ა. შ.). პროექტის წევრების მიერ მიღებულმა შედეგებმა ბოლო ოცი წლის მანძილზე მოიპოვა აღიარება და ციტირებულია სპეციალისტებისა და ექსპერტების პუბლიკაციებში.

თემის არსი და მეცნიერული ღირებულება

I ქვეთემა

პროექტით გათვალისწინებული პრობლემების გამოკვლევების შედეგები იქნება პიონერული ხასიათის. ჩვენ მიზნად ვისახავთ მოვახდინოთ გარღვევა შემდეგი მიმართულებებით: გაფართოვდება იმ სივრცეების და ოპერატორების კლასები, რომლებიც შემოსაზღვრულია ახალ ფუნქციურ სივრცეებში; სიღრმისეულად გამოკვლეული იქნება ზომიან მეტრიკულ სივრცეზზე განსაზღვრული მრავლადწრფივი ინტეგრალური ოპერატორების მეტრული თვისებები; დასრულებული სახით გადაწყდება უნივერსალური მწკრივის აგების პრობლემა ზოგადი დასმით და აღმოჩენილი იქნება ფუბინის ტიპის მოვლენა პრინგსჰაიმის აზრით კრებადი ჯერადი ფუნქციური მწკრივებისათვის; შემუშავებული იქნება მრავალი ცვლადის მატრიცების სპექტრალური ფაქტოირზაციის ეფექტური ალგორითმი და დადგენილი იქნება მისი კრებადობის რიგი. დაგეგმილი კვლევების სამეცნიერო ღირებულება იმითაც არის განპირობებული, რომ განვითარებული იქნება სრულიად ახალი მიდგომები ექსტრაპოლაციის ამოცანების ამოსახსნელად არასტანდარტულ ფუნქციურ სივრცეებში, მატრიცთა სპექტრალური ფაქტორიზაციის ამოცანებში, სიღრმისეულად გამოკვლეული იქნება რთული ბუნების სტრუქტურებზე განსაზღვრული ინტეგრალური გარდაქმნების ასახვის თვისებები, სხვადასხვა ოპერატორებისათვის გადაწყვეტილი იქნება ზუსტი მუდმივების დადგენის ამოცანა წონიან უტოლობებში.

პრაქტიკული გამოყენების შესაძლებლობები. პროექტის დასრულების შემდეგ დაწყებული საქმიანობის გაგრძელების პერსპექტივა და სხვ. ჩვენს მიერ შემუშავებული მრავალგანზომილებიანი ეფექტური ალგორითმის გამოყენება განზრახულია თავის ტვინში ინფორმაციის ნაკადთა ანალიზისთვის გრეინჯერის მიზეზ-შედეგობრიობის ტესტით, ეფილეფსიის მკურნალობის მეთოდების ჩათვლით ბიომედიცინაში.

ჩვენ ვიმედოვნებთ, რომ პროექტით გათვალისნებული კვლევები ხელს შეუწყობს თანამედროვე ანალიზში ფუნდამენტური ცნებებისა და მიდგომების უფრო ღრმა გაგებას და გააჩენს ახალ პერსპექტივებს ოპერატორთა ინტერპოლაციისა და ექსტრაპოლაციის თეორიაში, მრავალგანზომილებიან ფურიეს ანალიზში, გამოყენებით ჰარმონიულ ანალიზსა და ფუნქციათა სასაზღვრო ამოცანების თეორიაში.

ჩვენ გვჯერა, რომ პროექტის განხორციელების შედეგად შემუშავებული ახალი მიდგომები და შედეგები მიცემს იმპულსს თანამედროვე ანალიზში და მის გამოყენებებში მომუშავე მკვლევარებსა და დოქტორანტებს აღნიშნულ დარგში შემდგომი კვლევებისათვის.

პროექტის მონაწილეები ეწევიან ინტენსიურ სამეცნიერო თანამშრომლობას ცნობილ უცხოელ მათემატიკოსებთან (იხ. დანართი 3).

II ქვეთემა

ჩვენს მიერ შეთავაზებულია ახალი მიდგომა ზომის (ზომადობის) სტრუქტურის შესწავლისათვის. ძირითადი თვალსაზრისი ახალი იდეოლოგიისა არის სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის თვისებების გარკვეული კლასიფიკაცია, რომელიც უფრო

ადექვატურად წარმოაჩენს და განსაზღვრავს სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის თვისებებს. ასეთი მიდგომიდან გამომდინარე, საბაზისო E სიმრავლეზე მოცემული ზომათა კონკრეტული M კლასისათვის მნიშვნელოვანია განვასხვავოთ სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის თვისებები შემდეგი სქემის მიხედვით: M კლასის მიმართ სიმრავლეთა და ფუნქციათა აბსოლუტურად ზომადობა, M კლასის მიმართ სიმრავლეთა და ფუნქციათა ფარდობითად ზომადობა და M კლასის მიმართ სიმრავლეთა და ფუნქციათა აბსოლუტურად არაზომადობა. მოცემული M კლასის შეცვლით ან მისი ვარირებით, მივიღებთ სხვადასხვა სიმრავლეებისა და ფუნქციების ზომადობის თვისებების უფრო სიღრმისეულ შეცნობას. მაგალითად, ბევრი სიმრავლე (ფუნქცია), რომლებიც კონკრეტული ზომის მიმართ პარადოქსალური ხასიათისაა, შეიძლება იყოს უფრო კარგი სტრუქტურის მქონე სხვა ზომის ან გარკვეული ზომათა კლასის მიმართ. ჩვენი აზრით, ზომადობის საკითხისადმი ზემოთ მოყვანილი მიდგომა არის ზოგადი და უფრო ნათელი. თანაც, ის შესაბამისობაშია მათემატიკის თანამედროვე ხედვასთან: სახელდობრ, როცა იკვლევენ ერთ კონკრეტულ მათემატიკურ ობიექტს, ბუნებრივია კვლევა განზოგადდეს მსგავსი ობიექტების კლასის მიმართ. სიმრავლეთა და ფუნქციათა ზომადობის თვისებების მოყვანილი იდეოლოგია არ უნდა იყოს ინტერესმოკლებული უნივერსიტეტის სტუდენტებისათვის და ზომადობის სტრუქტურებით დაინტერესებული მკვლევარებისათვის. წარმოდგენილი პროექტის წევრებს აქვთ სათანადო გამოცდილება ზომის თეორიისა და ნამდვილი ანალიზის ისეთი საკითხების კვლევებში, რომლებიც არსებითად უკავშირდება ზემოთ მოყვანილ თემებს. შესაბამისად, პროექტის შემსრულებლებს აქვთ პუბლიკაციები ამ მიმართულებით, რომლებშიც მოყვანილია მათი ორიგინალური შედეგები. ზემოთ მოყვანილი მიმართულებით პროექტის შემსრულებლები თავიანთ სამეცნიერო შრომებში იყენებდნენ მეთოდებს თანამედროვე მათემატიკის ისეთი დარგებიდან, როგორებიცაა: ზოგადი სიმრავლეთა თეორია, უსასრულოგანზომილებიანი ანალიზი, ტოპოლოგიური ჯგუფების ზოგადი თეორია, უსასრულო კომბინატორიკა და სხვ. პროექტის შემსრულებლებმა შემოიტანეს და განავითარეს სიურექციული ჰომომორფიზმების მეთოდი ინვარიანტულ (კვაზი–ინვარიანტულ) ზომათა თეორიაში, გამოიკვლიეს თითქმის ინვარიანტული სიმრავლეების სპეციფიკური თვისებები, შეისწავლეს ზომის გაგრძელების ამოცანის ასპექტები, მოიყვანეს ზომების უსასრულო ნამრავლისა და ზომების თვლადი ოჯახის ინდუქციური ზღვარის ახლებური კონსტრუქციები და ა.შ. შევნიშნოთ, რომ შემოთავაზებული მეთოდოლოგია ასახულია და განვითარებულია ა. ხარაზიშვილის მონოგრაფიის "Strange Functions in Real Analysis" (Chapman and Hall/CRC, New York, 2017) მესამე გამოცემაში, რომელიც სასარგებლო იქნება უნივერსიტეტის სტუდენტებისათვის და ზომის თეორიასა და ნამდვილ ანალიზში მომუშავე სპეციალისტებისათვის.

პროექტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით, პროექტში ახალგაზრდა მეცნიერების ჩართულობა, აკადემიური დოქტორის ხარისხის მოსაპოვებლად სადისერტაციო ნაშრომების მომზადება და სხვა.

I ეტაპი

- დადგენილი იქნება იმ ზომების სრული დახასიათება, რომლის შესაბამისი მრავლადწრფივი წილადური გარდაქმნები შემოსაზღვრულია მრავლადწრფივი ლებეგის L^p_μ სივრციდან L^q_μ სივრცეში (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- ახალი გრანდირებული ფუნქციური სკალის შემოღება. შესაბამისი ფუნქციური სივრცეების თვისებების შესწავლა. რელიხის უტოლობის დამტკიცება ახალ ფუნქციურ სივრცეებში (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- არაკომპაქტურობის ზომის შეფასებების დადგენა მთელი რიგი მრავლადწრფივი ინტეგრალური ოპერატორებისათვის (ორადწრფივი ჰილბერტის გარდაქმნა, წილადური ინტეგრალები და მაქსიმალური ფუნქციები) (შემსრულებელი ა. მესხი).

- ისეთი ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების გამოკვლევა, რომელთა კოეფიციენტები შეიძლება განიცდიდნენ წყვეტას; მათი ამონახსნების მაღალი რიგის წარმოებულების სივრცის დადგენა (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- ისეთი უნივერსალური ფუნქციური მწკრივის აგება, რომლის წევრებიც ნებისმიერი ზომადი ფუნქციებია. ფუნქციური მწკრივის უნივერსალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობის დადგენა (შემსრულებელი შ. ტეტუნაშვილი).
- მრავალწცვლადიანი მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ეფექტური ალგორითმის შემუშავება და მისი კავშირის დადგენა მულტი-ვეივლეტებთან (შემსრულებელი ლ. ეფრემიძე).
- ეფექტური ალგორითმის შემუშავება ყველა სპექტრალური ფაქტორის გამოსათვლელად მოცემული სპექტრალური სიმკვრივის მატრიცისთვის
- ინვარიანტული და კვაზიინვარიანტული ზომებისათვის შტეინჰაუზ–ვაილის თეორემისა და მისი შებრუნებულის ანალიზი: მოცემული იქნება შტეინჰაუზ–ვაილის თვისების ანალიზი სხვადასხვა ტიპის სივრცეებზე განსაზღვრული ინვარიანტული და კვაზი–ინვარიანტული ზომებისათვის. დადგენილი იქნება აღნიშნული თვისების ლოგიკური კავშირები ზომების მეტრიკულ ტრანზიტულობასთან (ერგოდულობასთან) (შემსრულებელი ა. ხარაზიშვილი)
- ინვარიანტული ზომების ძლიერი ერთადერთობის თვისება უსასრულოგანზომილებიან ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში: შესწავლილი იქნება სიგმა–სასრულო ინვარიანტული ზომებისათვის ძლიერი ერთადერთობის თვისების ურთიერთდამოკიდებულება სიგმა–სასრულო ინვარიანტული ზომების სხვა თვისებებთან უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში. ნაჩვენები იქნება, რომ ყველა ნამდვილ რიცხვთა მიმდევრობების სივრცეში არსებობს არანულოვანი სიგმა–სასრული ინვარიანტული ბორელის ზომა, რომელიც ფლობს ძლიერი ერთადერთობის თვისებას, მაგრამ არ არის ამ სივრცის გარკვეული ზომის ნორმალური გაგრძელება (შემსრულებელი ა. კირთაძე)

ყველა ზემოთ აღნიშნული ამოცანის ამოხსნის შედეგები მომზადდება სტატიების სახით და წარდგენილი იქნება დასაბეჭდად მაღალავტორიტეტულ საერთაშორისო ჟურნალებში, მომზადდება აგრეთვე მოხსენებები საერთაშორისო კონფერენციებზე წარსადგენად.

II ეტაპი

- ზომიან კვაზიმეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრული წილადური ინტეგრალებისათვის სობოლევის ტიპის წონიანი უტოლობის დამტკიცება არასტანდარტულ ფუნქციურ სივრცეებში (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი)
- წილადური ინტეგრალებისათვის დ. ადამსის ტიპის კვალის უტოლობაში ნორმების წონაზე ოპტიმალური რაოდენობრივი დამოკიდებულების დადგენა მაკენჰაუპტის წონის ტერმინებში (შემსრულებელი ა. მესხი).
- კარლესონის წირების ნამრავლზე განსაზღვრული კოშის ჯერადი სინგულარული ინტეგრალის ასახვის თვისებების გამოკვლევა შერეულნორმიან წონიან სივრცეებში (შემსრულებელი ვ. კოკილაშვილი).
- მრავალცვლადიანი მატრიცის სპექტრალური ფაქტორიზაციის ალგორითმის კრებადობის რიგის დადგენა და მისი გამოყენება სიგნალთა თეორიაში (შემსრულებელი ლ. ეფრემიძე).
- ფუნქციურ მწკრივთა ერთადერთობის სიმრავლის კრიტერიუმის დადგენა. ერთადერთობის იმ სიმრავლეთა წყვილების სრული აღწერა, რომელთა გაერთიანებაც აღარ წარმოადგენს ერთადერთობის სიმრავლეს (შემსრულებელი შ. ტეტუნაშვილი).

- ფუბინის ტიპის თეორემის დამტკიცება პრინგსჰაიმის აზრით კრებადი ჯერადი ფუნქციური მწკრივებისათვის (შემსრულებელი შ. ტეტუნაშვილი).
- შემოსაზღვრული აპროქსიმაციის თვისების შესწავლა ბანახის იმ ფუნქციურ მესერებში, რომელშიც ჰარდი-ლიტლვუდის ოპერატორი შემოსაზღვრულია (შემსრულებელი ა. მესხი).
- ინტეგრებული ორმაგი ტრიგონომეტრიული მწკრივის ჯამის გლუვობის საკითხის გამოკვლევა (შემსრულებელი ო. ძაგნიძე)
- არათვლადი ჯგუფების აბსოლუტურად არაზომადი ქვესიმრავლეების სტრუქტურის კვლევა: არათვლად ამოხსნად ჯგუფებში დახასიათებული იქნება ყველა ის ქვესიმრავლე, რომლებიც შეიცავენ ერთ მაინც აბსოლუტურად არაზომად სიმრავლეს. ჰომომორფიზმთა მეთოდის საშუალებით ანალოგიური დახასიათება მიღებული იქნება უფრო ზოგადი კლასის არათვლადი ჯგუფებისათვის (შემსრულებელი ა. ხარაზიშვილი).
- ორი უგულებელყოფადი სიმრავლის ალგებრული ჯამის არაზომადობა არათვლად ამოხსნად ჯგუფებში: ნაჩვენები იქნება, რომ ყოველ არათვლად ამოხსნად ჯგუფში, რომელიც აღჭურვილია არანულოვანი სიგმა–სასრულო ინვარიანტული ზომით, არსებობს ორი უგულებელყოფადი სიმრავლე, რომელთა ალგებრული ჯამი არაზომადია მოცემული ზომის გაგრძელების მიმართ (შემსრულებელი ა. კირთაძე).

ყველა ზემოთაღნიშნული ამოცანის ამოხსნის შედეგები მომზადდება სტატიების სახით და წარდგენილი იქნება დასაბეჭდად მაღალავტორიტეტულ საერთაშორისო ჟურნალებში, მომზადდება აგრეთვე მოხსენებები საერთაშორისო კონფერენციებზე წარსადგენად.

III ეტაპი

- ზომიან კვაზიმეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრული კალდერონ-ზიგმუნდის ოპერატორისათვის წონიანი უტოლობის დადგენა ცვლადმაჩვენებლიან გრანდ ლებეგის სივრცეებში (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- ცალმხრივი მრავლადწრფივი ჰარდის ტიპისა და წილადური ინტეგრალების ასახვის თვისებების გამოკვლევა (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- ორწონიანი ამოცანის ამოხსნა ზომიან კვაზიმეტრიკულ სივრცეებზე განსაზღვრული წილადური მაქსიმალური ფუნქციებისათვის (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- არაკომპაქტურ ვეივლეტ მატრიცების პარამეტრიზაციის ამოცანის ამოხსნა ვინერ-ჰოპფის ფაქტორიზაციის ტერმინებში (შემსრულებელი ლ. ეფრემიძე)
- კანტორის ინტეგრალის ცნების შემოღება და მისი თვისებების სესწავბლა. კანტორის განმეორებითი ინტეგრალების საშუალებით ნებისმიერი კრებადი ჯერადი ტრიგონომეტრიული მწკრივებისათვის კოეფიციენტთა აღდგენის პრობლემის გადაჭრა (შემსრულებელი შ. ტეტუნაშვილი).
- ორი ცვლადის ფუნქციების შვარცის აზრით S-დიფერენცირებადობის გამოკვლევა და მისი კავშირის წარმოჩენა S-კერძო წარმობადობასთან და S-კუთხურ კერძო წამოებადობასთან (შემსრულებელი ო. ძაგნიძე).
- ინვარიანტულ (კვაზი–ინვარიანტულ) ზომათა გაგრძელების ზოგიერთი მეთოდის შედარება და ანალიზი: აღწერილი იქნება ზოგადი კვლევითი სტრატეგია, რომლის საშუალებითაც მიიღება სიგმა–სასრული ინვარიანტული (კვაზი–ინვარიანტული) საკუთრივი გაგრძელებები. საგანგებოდ გამოიყოფა და აღიწერება ისეთი მეთოდები, რომლებიც ინარჩუნებენ ამოსავალი ზომების მნიშვნელოვან თვისებებს (ერგოდულობას, სეპარაბელობას, შტეინჰაუზ–ვაილის თვისებას და სხვ.) (შემსრულებელი ა. ხარაზიშვილი).

- თითქმის სურექციული ჰომომორფიზმების მეთოდი ინვარიანტული და კვაზიინვარიანტული ზომათა თეორიაში: შესწავლილი იქნება თითქმის სიურექციული ჰომომორფიზმების მეთოდის მნიშვნელობა ინვარიანტული და კვაზიინვარიანტული ზომების გაგრძელების ამოცანებისათვის. დადგენილი იქნება ნამდვილმნიშვნელობებიანი ფუნქციის ფარდობითად ზომადობის საკმარისი პირობები ზომათა გარკვეული კლასების მიმართ (შემსრულებელი ა. კირთაძე).

ყველა ზემოთაღნიშნული ამოცანის ამოხსნის შედეგები მომზადდება სტატიების სახით და წარდგენილი იქნება დასაბეჭდად მაღალავტორიტეტულ საერთაშორისო ჟურნალებში, მომზადდება აგრეთვე მოხსენებები საერთაშორისო კონფერენციებზე წარსადგენად.

IV ეტაპი

- განაწილების ფუნქციებისათვის ექსტრაპოლაციის თეორემების დადგენა გრანდირებულ სივრცეებში (შემსრულებელი ა. მესხი).
- ზომებისთვის იმ აუცილებელი და საკმარისი პირობების დადგენა, რომლებიც განაპირობებენ ამ ზომით განსაზღვრული წილადური ინტეგრალური გარდაქმნის კომპაქტურობას L^p_μ სივრციდან L^q_μ სივრცეში, $1 < p < q < \omega$ (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- VMO კოეფიციენტებიანი არადივერგენციული ფორმის ელიფსური ტიპის დიფერენცილაური განტოლებების გამოკვლევა ზოგიერთ გრანდირებულ სივრცეებში. ამავე ჩარჩოებში დადგენილი იქნება ხსენებული განტოლებების ამონახსნთა შიგა შეფასებები (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- რაციონალური დეტერმინანტის მქონე ყველა ანალიზურ მატრიცთა სრული დახასიათება (შემსრულებელი ლ. ეფრემიძე).
- ორი ცვლადის ფუნქციის გლუვობისა და S-დიფერენცირებადობასთან კავშირის გამოკვლევა (შემსრულებელი ო. ძაგნიძე).
- აბსოლუტურად ზომადი, ფარდობითად ზომადი და აბსოლუტურად არაზომადი ფუნქციების ყოფაქცევის კვლევა მათემატიკური ანალიზის ძირითადი ოპერაციების მიმართ: ნაჩვენები იქნება აბსოლუტურად არაზომადი ფუნქციების არსებითად განსხვავებული ყოფაქცევა შეკრებისა და კომპოზიციის ოპერაციების მიმართ. აბსოლუტურად არაზომადი, ფარდობითად ზომადი და აბსოლუტურად ზომადი ფუნქციების ყველა შესაძლო კომბინაციების განხილვით გამოკვლეული იქნება აღნიშნული ფუნქციების წყვილებზე მოქმედი სტანდარტული ოპერაციებით მიღებული ფუნქციების დესკრიფციული სტრუქტურა (შემსრულებელი ა. ხარაზიშვილი).
- უნიმორფულად განაწილებული წრფივი ლებეგის ზომის ინვარიანტული გაგრძელებები: აგებული იქნება მაქსიმალური სიმძლავრის სინგულარული ოჯახი წრფივი ლებეგის ზომის უნიმორფულად დადგენილი იქნება ინვარიანტული გაგრძელებებისათვის და გამოკვლეული იქნება ასეთი ოჯახის თვისებები (შემსრულებელი ა. კირთაძე).

ყველა ზემოთ აღნიშნული ამოცანის ამოხსნის შედეგები მომზადდება სტატიების სახით და წარდგენილი იქნება დასაბეჭდად მაღალავტორიტეტულ საერთაშორისო ჟურნალებში, მომზადდება აგრეთვე მოხსენებები საერთაშორისო კონფერენციებზე წარსადგენად.

V ეტაპი

- ნამრავლიან სივრცეებზე განსაზღვრული ინტეგრალური ოპერატორების შემოსაზღვრულობის დადგენა წონიან გრანდ ლებეგის სივრცეებში ზომადი ფუნქციების მიმართ (სრულად ზომადი გრანდ ლებეგის სივრცე) (შემსრულებელი ვ. კოკილაშვილი).

- წონიანი ექსტრაპოლაციის თეორემის დამტკიცება გრანდ მორის სივრცეებში მაკენჰაუპტის A_ω წონებით. ანალოგიური ამოცანის გამოკვლევა სრულად ზომად ლებეგისა და მორის სივრცეებში (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი).
- ისეთი ტრიგონომეტრიული მწკრივის აგება, რომლის კერძო ჯამების ქვემიმდევრობა კრებადია დადებითი უსასრულობისაკენ, ამასთანავე ვვარაუდობთ, რომ ინდექსების ქვემიმდევრობის ზედა სიმკვრივე ერთის ტოლი იქნება (შემსრულებელი შ. ტეტუნაშვილი).
- არაკომპაქტურობის ზომის შეფასებები ძლიერი მაქსიმალური ფუნქციებისა და ჯერადი ჰილბერტის გარდაქმნებისათვის (შემსრულებელი ა. მესხი).
- ვეივლეტ მატრიცების შევსების პრობლემის ამოხსნა: ერთეული სიგრძის შემოსაზღვრულ ანალიზურ ფუნქციათა საშუალებით აიგოს უნიტარული მატრიცი მოცემული პირველი სტრიქონით (შემსრულებელი ლ. ეფრემიძე).
- ანალიზურ ფუნქციათა რიმანისა და რიმან-ჰილბერტის ამოცანების ამოხსნა ახალი არასტანდარტული სივრცეების ჩარჩოებში, როდესაც ამოცანის კოეფიციენტები ძლიერად ოსცილებადია (შემსრულებლები ვ. კოკილაშვილი და ე. გორდაძე).
- S-ძლიერი კერძო წარმოებულების სესწავლა და მათი გამოყენებები (შემსრულებელი ო. ძაგნიძე).
- პროექციული სიმრავლეების თვისებები მოდიფიცირებული ზომადობის თვალსაზრისით: სიმრავლეთა თეორიის გარკვეულ მოდელებში დადგენილი იქნება ევკლიდური სივრცის ისეთი პროექციული ქვესიმრავლეების არსებობა, რომლებიც ფლობენ ფარდობითად ზომადობის თვისებას ყველა არანულოვან სიგმა–სასრულ ინვარიანტულ (კვაზი–ინვარიანტულ) ზომათა კლასის მიმართ. კერძოდ, ნაჩვენები იქნება ამ სივრცეში აბსოლუტურად უგულებელყოფადი პროექციული სიმრავლეების თვლადი ოჯახის არსებობა, რომელიც ფარავს მთელ სივრცეს (შემსრულებელი ა. ხარაზიშვილი).

ყველა ზემოთ აღნიშნული ამოცანის ამოხსნის შედეგები მომზადდება სტატიების სახით და წარდგენილი იქნება დასაბეჭდად მაღალავტორიტეტულ საერთაშორისო ჟურნალებში, მომზადდება აგრეთვე მოხსენებები საერთაშორისო კონფერენციებზე წარსადგენად.

პროექტში წარმოდგენილი საკითხების ირგვლივ მაგისტრანტებისა და დოქტორანტების მონაწილეობით ტარდება ყოველკვირეული სასწავლო-სამეცნიერო სემინარები:
თსუ ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტი (ხელმძღვანელი ა. ხარაზიშვილი);
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი (ხელმძღვანელი ა. კირთაძე).

ამჟამად, ა. ხარაზიშვილისა და ა. კირთაძის ხელმძღვანელობით სადოქტორო პრაგრამებზე სწავლობს ორი დოქტორანტი.

შემდგომ საანგარიშო პერიოდში დაგეგმილია ორი სადოქტორი დისერტაციის დასრულებული თემის წარდგენა სადისერტაციო საბჭოებზე.

ვ. კოკილაშვილს, ა. მესხს და შ. ტეტუნაშვილს დაგეგმილი აქვთ მომავალ საანგარიშო პერიოდში 3 დოქტორანტის მომზადება.

დანართი 1

I ქვეთემით 2014-2018 წლებში გამოქვეყნებული შრომების სია

1. *U. Ashraf, M. Asif and A. Meskhi, Kernel operators on the upper half-space: boundedness and compactness criteria. Turkish J. Math. **38** (2014), No. 1, 119-135.
2. N. Danelia and V. Kokilashvili, Approximation of periodic functions in variable grand Lebesgue spaces. Proc. A. Razmadze Math. Inst. **164** (2014), 100-103.
3. N. Danelia, V. Kokilashvili and Ts. Tsanava, Some approximation results in subspace of weighted grand Lebesgue spaces, Proc. A. Razmadze Math. Inst. **164** (2014), 104-108.

4. N. Danelia, **V. Kokilashvili** and Ts. Tsanava, Two weight uniform boundedness criteria for the Cesáro means with variable order, Proc. A. Razmadze Math. Inst. **165** (2014), 137-141.
5. O. Dzagnidze, Convergence of double trigonometric series obtained by the termwise integration. Rep. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math. 28 (2014), 4 pp.
6. O. Dzagnidze, On the differentiability of real, complex and quaternion functions. Bull. TICMI 18 (2014), No. 1, 93-109.
7. O. Dzagnidze, On the behaviour of series obtained by termwise integration of double trigonometric series. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 166 (2014), 31-48. 33.
8. O. Dzagnidze, For history of formation of the Georgian mathematical, technical and natural Sciences terminology. Rep. Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math. 28 (2014) 4 pp.
9. ო. ძაგნიძე, ტერმინოლოგიის ჩამოყალიბების ისტორიისათვის, ტერმინოლოგიის საკითხები, (რომაული პირველი), თბილისი, 2014, 187-197.
10. *L. Ephremidze, An elementary proof of the polynomial matrix factorization. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 144 (2014), No. 4, 747-751.
11. ***L. Ephremidze** and E. Lagvilava, On compact wavelet matrices of rank m and of order an degree N. J. Fourier Anal. Appl. 20 (2014) No. 2, 401-420.
12. **L. Ephremidze**, N. Salia, and I. Spitkovsky, Some aspects of novel matrix spectral factorization algorithm. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 166 (2014), 49-60.
13. ***V. Kokilashvili**, M. Mastylo, and **A. Meskhi,** On the boundedness of multi-linear fractional integrals. Nonlinear Anal. 94 (2014), 142-147.
14. *V. Kokilashvili and A. Meskhi, Maximal and Calderón–Zygmund operators in grand variable exponent Lebesgue spaces. Georgian Math. J. 21 (2014), No. 4, 447-461.
15. *V. Kokilashvili and A. Meskhi, Two-weight norm estimates for sublinear integral operators in variable exponent Lebesgue spaces. Studia Sci. Math. Hungar. 51 (2014), No. 3, 384-405.
16. V. Kokilashvili and A. Meskhi, One-weight weak type estimates for fractional and singular integrals in grand Lebesgue spaces. Banach Center Publications, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences 102 (2014), 131-141.
17. V. Kokilashvili and A. Meskhi, Some fundamental inequalities for trigonometric polynomials in imbeddings of grand Besov spaces. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 165 (2014), 105-116.
18. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and H. Rafeiro, Estimates for nondivergence elliptic equations with VMO coefficients in generalized grand Morrey spaces, Complex Variables and Elliptic Equations 59 (2014), No. 8, 1169-1184.
19. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and H. Rafeiro, Grand Bochner-Lebesgue spaces. J. Funct. Anal. 266 (2014), No 4, 2125-2136.
20. **V. Kokilashvili, A. Meskhi** and M. A. Zaighum, On sharp weighted bounds for one-sided operators norms, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 164 (2014), 121-129.
21. V. Kokilashvili and V. Paatashvili, The Dirichlet and Riemann-Hilbert problems in Smirnov classes with variable exponent in doubly-connected domains. J. Math. Sci. 198 (2014), No. 6, 735-746.
22. ***A. Meskhi**, G. Murtaza and M. Sarwar, A characterization of the two-weight inequality for Riesz potentials on cones of radially decreasing functions, J. Inequalities Appl. 2014, 2014:383.
23. ***A. Meskhi** and M. A. Zaighum, On the boundedness of maximal and potential operators in variable exponent amalgam spaces, J. Math. Inequal. 8 (2014), No. 1, 123-152.
24. V. Paatashvili, The Noetherity criteria of the Riemann-Hilbert problem for variable exponent Smirnov classes in domains with piecewise smooth boundaries, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 164 (2014), 130-135. 90
25. V. Paatashvili, The Riemann-Hilbert problem in Smirnov class with a variable exponent and an arbitrary power weight, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 165 (2014), 117-133.

26. V. Paatashvili, The Riemann problem and linear singular integral equations with measurable coefficients in Lebesgue type spaces with a variable exponent, Mem. Differential Equations Math. Phys. 61 (2014), 103- 145.

27. **Sh. Tetunashvili** and T. Tetunashvili, On coefficients of series with respect to the Rademacher system, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 165 (2014), 142-146.

28. **Sh. Tetunashvili** and T. Tetunashvili, On divergent orthogonal series by the methods of summation with a variable exponent, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 165 (2014), 147-153.

29. *__L. Ephremidze,__ E. Lagvilava and I. Spitkovsky, Rank-Deficient Spectral Factorization and Wavelets Completion Problem (with E. Lagvilava, I. Spitkovsky) Int. J. Wavelets, Multiresolution and Information Processing, 13 (2015), 240-248.

30. **L. Ephremidze** and I. Spitkovsky, Matrix Spectral Factorization with Perturbed Data (with I. Spitkovsky) *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **66**(2015), 65-82.

31. N. Danelia and **V. Kokilashvili**, Approximation of fractional derivatives of periodic functions by trigonometric polynomials and conjugate functions in variable exponent Lebesgue spaces when minimum of variable exponent equal to one. *Bull. Georgian National Academy of Sciences*, V. 9, #3, 1-5.

32. ***O. Dzagnidze**, Necessary and sufficient conditions for the H-differentiability of quaternion functions. *Georgian Math. J.* 2015; 22(2), 215-218.

33. *__V. Kokilashvili__ and **A. Meskhi**, On weighted Bernstein type Inequality in grand variable exponent Lebesgue spaces*, Mathematical Inequalities and Applications,* **18**(2015), No.3, 991–1002

34. *__V. Kokilashvili__, M. Mastylo and **A. Meskhi**, Two-weight norm estimates for multilinear fractional integrals in classical Lebesgue spaces, *Fract. Calc. Appl. Anal.,* **18** (2015), No. 5, 1146-1163. DOI: 10.1515/fca-2015-0066.

35. *__V. Kokilashvili__, M. Mastylo and **A. Meskhi**, Fractional integral operators between Banach function lattices, *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications* **117**(2015) 148–158.

36. *__V. Kokilashvili__, M. Mastylo and **A. Meskhi**, The multisublinear maximal type operators in Banach function lattices, *J.Math. Anal. Appl.* **421**(2015),No.1,656–668.

37. **V. Kokilashvili**, M. Mastyło and **A. Meskhi**, Multilinear maximal functions and singular integrals in weighted grand Lebesgue spaces, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.,* **167**(2015), 142-150.

38. **V. Kokilashvili**, M. Mastylo and **A. Meskhi**, Multilinear fractional integrals in weighted grand Lebesgue spaces*, Proc. A. Razmadze Math. Inst.,* **169**(2015), 143-153.

39. **V. Kokilashvili,** The inverse inequalities of approximation by trigonometric polynomials in weighted variable exponent Lebesgue spaces..., *Bull. Georgian National Academy of Sciences*, V. 9, #1, 9-11.

40. **V. Kokilashvili** and **V. Paatashvili**, On variable exponent Hardy classes of analytic and harmonic functions, *Proc. A. Razmadze Mat. Inst.* **169**(2015), 93-103.

41. **V. Kokilashvili** and **V. Paatashvili,** Riemann boundary value problem in variable exponent Smirnov class of generalized analytic functions, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **169**(2015), 105-118.

42. **V. Kokilashvili** and **V. Paatashvili,** On the Occasion of Boris Khvedelidze 100th Birthday Anniversary, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **169**(2015), 1- 6.

43. *__A. Meskhi__, H. Rafeiro and M. A. Zaighum, Interpolation on variable Morrey spaces defined on quasi-metric measure spaces, *Journal of Functional Analysis,* **270** (2016), Issue 10, pp. 3946-3961. doi: 10.1016/j.jfa.2015.11.013.

44. * **A. Meskhi** and M. A. Zaighum, Weighted Kernel Operators in $L^{p(x)}({\Bbb{R}}_+$ spaces. *J. Math. Ineq.* **10**(2016), Number 3, 623–639, DOI: 10.7153/jmi-10-50

45. **A. Meskhi**, Criteria for the boundedness of potential operators in grand Lebesgue spaces, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.,* **169**(2015), 119-132.

46. *V. **Paatashvili,** Smirnov classes of analytic functions with variable exponent in multiply connected Domains, *Complex Variable and Elliptic Equations*, DOI 1080/17476933.2015.1053474.
47. **V. Paatashvili,** Smirnov classes of analytic functions with variable exponent in multiply connected domains, *Bull. Georgian National Academy of Sciences,* v. 9, №1, 2015, 16-23.
48. **Sh. Tetunashvili,** On some properties of sets of uniqueness of functional series, *Bull. Georgian National Academy of Sciences*, v. 9, №1, 2015, 12-15.
49. ***L. Ephremidze**, E. Shargorodsky and I. Spitkovsky. Quantitative results on continuity of the spectral factorization mapping in the scalar case, *Bol. Soc. Mat. Mex*. (Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana) **22**(2016), 517-527.
50. I. Gabisonia, **V. Kokilashvili** and D. Makharadze. On the Approximation of Periodic Functions in Variable Exponent Lorentz Spaces, *Bull. of the Georgian Acad. of Sci.* **10**(2016), No 1, 1-5.
51. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and H. Rafeiro. Operators in generalized weighted Morrey spaces, *Doklady Mathematics,* **94**(2016), No 2, 558–560.
52. ***V. Kokilashvili**, M. Mastylo and **A. Meskhi**. Multilinear integral operators in weighted grand Lebesgue spaces, *Frac. Calc. Appl. Anal.* **19**(2016), No 3, 691-724.
53. ***V. Kokilashvili and A. Meskhi**. Weighted extrapolation in Iwaniec-Sbordone spaces. Applications to integral operators and theory of approximation. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*, **293**(2016), 161–185. Original Russian Text published in *Trudy Matematicheskogo Instituta imeni V.A. Steklova*, **293**(2016), 167–192.
54. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi and V. Paatashvili**. The Riemann boundary value problem in the class of Cauchy type integrals with densities of grand variable exponent Lebesgue spaces, *Georgian Math. J.* **23**(2016), No 4, 551-558.
55. **V. Kokilashvili, A. Meskhi** and M. A. Zaighum. Sharp weighted bounds for multiple integral operators, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.*, **170**(2016), 75–90.
56. **V. Kokilashvili, A. Meskhi and V. Paatashvili.** The Riemann–Hilbert problem in the class of Cauchy type integrals with densities of grand Lebesgue spaces, *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **170**(2016), No.2, 208-211.
57. **V. Kokilashvili, A. Meskhi and V. Paatashvili.** Generalized singular integral on Carleson curves in weighted grand Lebesgue spaces *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* **170**(2016), No.2, 212–214.
58. **O. Dzagnidze, One-dimensional Fourier series of a function of many variables.** ***Trans. A. Razmadze Math. Inst.*** **171 (2017), no. 2, 167-170.**
59. ***L. Ephremidze**, I. Selesnick, and I. Spitkovsky, On non-optimal spectral factorizations, *Georgian Math. J.*, DOI: https://doi.org/10.1515/gmj-2017-0020.
60. ***L. Ephremidze**, F. Saied, and I. Spitkovsky, On the algorithmization of Janashia-Lagvilava matrix spectral factorization method, *IEEE Trans. Inform. Theory*, (2017) http://ieeexplore.ieee.org/document/8105834/ DOI: 10.1109/TIT.2017.2772877.
61. **L. Ephremidze,** W. H. Gerstacker, and I. Spitkovsky, *On Robinson's Energy Delay Theorem, Trans. A. Razmadze Math. Inst.,* **171**(2017), 16-23.
62. *A. Fiorenza, **V. Kokilashvili and A.Meskhi**, Hardy-Littlewood maximal operator in weighted grand variable exponent Lebesgue space, *Mediterranean J. Math.* **14**(2017), No. 3, Art 118, 20 pp. DOI 10.1007/s00009-017-0921-y 1660-5446/17/030001-20.
63. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and M. A. Zaighum, Sharp weighted bounds for one-sided operators, *Georgian Math. J.* **24**(2017), No.2, 227-240.
64. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi** and H. Rafeiro, Boundedness of sublinear operators in weighted grand Morrey spaces (Russian), *Mat. Zametki*, **102**(2017), No 5, 721-735. English Translation: *Mathematical Notes*, **102**(2017), No. 5, 664–676.
65. **V. Kokilashvili and A. Meskhi**, The Boundedness of sublinear operators in weighted Morrey spaces defined on spaces of homogeneous type, In: Jain P., Schmeisser HJ. (eds) *Function Spaces*

and Inequalities, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 206, 193-211, Springer, 2017.

66. ***V. Kokilashvili and V. Paatashvili,** On the Riemann-Hilbert boundary value problem for generalized analytic functions in the framework of variable exponent spaces. *Mathematical Methods in the Applied Sciences,* DOI: 10. 1002/mma 4528.
67. ***V. Kokilashvili and V. Paatashvili,** Riemann-Hilbert problem in the class of Cauchy-type integrals with densities of grand Lebesgue spaces. *Complex Variables and Elliptic Equations,* Vol. **63,** No 9, 1233-1257.
68. M. Gabidzashvili, **V. Kokilashvili** and Ts. Tsanava, Fundamental inequalities for trigonometric polynomials in new function spaces and applications, *Bulletin of Georgian National Academy of Sciences,* **11**(2017), No 1, 1-5.
69. ***A. Meskhi,** H. Rafeiro and M. A. Zaighum, On the Boundedness of Marcinkiewicz Integrals on Continual Variable Exponent Herz spaces, *Georgian Math. J.* Published Online: 2017-11-29 | DOI: https://doi. org/10.1515/gmj-2017-0050.
70. ***A. Meskhi**, H. Rafeiro and M. A. Zaighum, Central Calderon-Zygmund operators on Herz type Hardy spaces of variable smoothness and integrability, *Annals of Functional Analysis*, 2017, http://dx.doi.org/10.1215/20088752-2017-0030.
71. ***A. Meskhi**, H. Rafeiro and M. A. Zaighum, Complex interpolation on variable exponent Campanato spaces of order k, *Complex Variable and Elliptic Equations*, **62**(2017), No 6, 795-813.
72. J. Gilleas and **A.Meskhi**, Sharp weighted bounds for the Hilbert transform of odd and even functions, *Trans. A. Razmadze Math. Ins.* 171 (2017), no. 1, 24–31.
73. ***Sh. Tetunashvili,** Functional series representable as a sum of two universal series, *Dokladi Mathematics*, **477**(2017), No 3, 276-277.
74. ***Sh. Tetunashvili,**On some properties of summability methods with variable order, *Georgian Math.*, DOI:https:/doi.org/10.1515/gmj-2017-0018.
75. * A. Mekshi and Y. Sawano, Density, duality and preduality in grand variable exponent Lebesgue and Morrey spaces, Mediterranean J. Math. Accepted.
76. *D. E. Edmunds and A. Meskhi, On the Rellich inequality in $L^{p(x)}$ spaces, Georgian Mathematical Journal, **Published Online: 2018-04-06 | DOI: https://doi.org/10.1515/gmj-2018-0024**
77. *V. Kokilashvili and A. Meskhi, One-sided operators in grand variable exponent Lebesgue spaces, Zeitschrift fur Analysis und ihre Anwendungen (Accepted for publication).
78. * V. Kokilashvili and A. Meskhi, Extrapolation results in grand Lebesgue spaces defined on product sets, Positivity, DOI: https://doi.org/10.1007/s11117-018-0564-7.
79. ***A. Meskhi,** H. Rafeiro and M. A. Zaighum, Interpolation of an analytic family of operators on variable exponent Morrey spaces, Hiroshima Mathematical Journal, Accepted.
80. ***V. Kokilashvili and A. Meskhi,** Extrapolation in grand Lebesgue spaces with A_∞ weights, Math. Notes 2018, Accepted.
81. ***V. Kokilashvili, A. Meskhi and** M. A. Zaighum, Sharp weighted bounds for one-sided operators. *Georgian Math. J.* **24** (2017), no. 2, 227–240.
82. ***V. Kokilashvili and A. Meskhi.** Hardy-Littlewood maximal operator in weighted grand variable exponent Lebesgue spaces. *Mediterr. J. Math.* **14** (2017), no. 3, 14:118 (with A. Fiorenza).
83. ***V. Kokilashvili and V. Paatashvili.** Riemann-Hilbert problem in the class of Cauchy-type integrals with densities of grand Lebesgue spaces. *Complex Variables and Elliptic Equations,* Volume 63, Issue 9, 1233-1257.
84. ***V. Kokilashvili and V. Paatashvili.** On the Riemann-Hilbert boundary value problem for generalized analytic functions in the framework of variable exponent spaces. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, DOI: 10. 1002/mma 4528.

85. *V. **Kokilashvili.** Nonlinear harmonic analysis integral operators in weighted grand Lebesgue spaces and applications. *Annals of Functional Analysis* (accepted) (with A. Fiorenza); DOI: 1215/20088752-2017-0056.
86. *V. **Kokilashvili, A. Meskhi and M. A. Zaighum,** Sharp weighted bounds for fractional integrals via the two-weight theory. *Banach J. Math. Analysis,* doi:10.2018/17358787-2017-0053.
87. ***V. Kokilashvili and A. Meskhi**. Extrapolation results in grand Lebesgue spaces defined on product sets. *Positivity* (with A.Meskhi); DOI:10.1007/s117018-0564-7, 1-21.
88. *V. **Kokilashvili and A. Meskhi**. One sided operators in grand variable exponent Lebesgue spaces. *Zeitshrift für Analysis und ihre Anwendungen* (accepted).
89. **Sh. Tetunashvili**. A note on N. Bary's one conjecture. *Georgian Math. J.* **25**(2018), no. 2, 313-316.
90. **Sh. Tetunashvili**. Universal series and subsequences of functions, *Math. Sb.*, 2018 (accepted).
91. L. Ephremidze and I. Spitkovsky, On a generalization of Smirnov's theorem with some applications, Georgian Math. J., DOI: https://doi.org/10.1515/gmj-2018-0021
92. L. Ephremidze, F. Saied, and I. Spitkovsky, On the algorithmization of Janashia-Lagvilava matrix spectral factorization method, IEEE Trans. Inform. Theory, 64 (2018), 728-737 DOI: 10.1109/TIT.2017.2772877
93. L. Ephremidze, E. Shargorodsky, and I. Spitkovsky, Quantitative results on continuity of the spectral factorization mapping, https://arxiv.org/abs/1603.0110

დანართი 2

II ქვეთემით (აბსტრაქტული ანალიზი, ზომის თეორია) 2014-2018 წლებში გამოქვეყნებული შრომების სია

1. On countable almost invariant partitions of G-spaces, Ukrain. Math. Journal, v. 66, n. 4, 2014, pp. 510–517.
2. On some real-valued step-functions with strange measurability properties, Georgian Mathematical Journal, v. 21, n. 1, 2014, pp. 83–87.
3. A characterization of uncountable sets in terms of their self-mappings and large invariant subsets, Georgian Mathematical Journal, v. 21, n. 3, 2014, pp. 297–302.
4. On partitions of the real line into continuum many thick subsets, Real Analysis Exchange, v. 39, n. 2, 2014, pp. 459–468.
5. On measurability properties of Bernstein sets, Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, v. 164, 2014, pp. 63–70.
6. On a theorem of Luzin and Sierpi ́nski, Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, v. 164, 2014, pp. 109–115.
7. To the existence of projective absolutely nonmeasurable functions, Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, v. 166, 2014, pp. 95–102.
8. On three-colorings of the Euclidean plane and associated triangles of a prescribed type, Journal of Geometry, v. 105, issue 1, 2014, p. 193. 2015
9. On iscribed and circumscribed convex polyhedra, Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, v. 167, 2015, pp. 123–129.
10. On the cardinalities of at-sets in a real Hilbert space, Georgian Mathematical Journal, v. 22, n. 2, 2015, pp. 259-264.
11. A partition of an uncountable solvable group into three negligible subsets, Bulletin of TICMI, v. 19, no. 1, 2015, pp. 37–44.
12. Three-colorings of the Euclidean plane and associated triangles of a prescribed type, Georgian Mathematical Journal, v. 22, n. 3, 2015, pp. 393–396.
13. On bijective continuous images of absolute null sets, Ukrain. Math. Journal, v. 67, n. 7, 2015, pp. 1134–1138.

14. Strangely convergent sequences, Inference: The International Review of Science, Paris, v. 1, issue 4, 2015, 13 p.
15. Acute triangles in the context of the illumination problem, Abstract, Journal of Geometry, v. 106, issue 3, 2015, pp. 626–627. 2016
16. On negligible and absolutely nonmeasurable subsets of uncountable solvable groups, Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, v. 170, issue 1, 2016, pp. 69–74.
17. Absolute null subsets of the plane with bad orthogonal projections, Real Analysis Exchange, v. 41, n. 1, 2015-2016, pp. 233–244.
18. On the cardinal number of the family of all invariant extensions of a nonzero σfinite invariant measure, Trans. A. Razmadze Mathematical Institute, v. 170, issue 2, 2016, pp. 200–204.
19. On the difference between a Vitali-Bernstein selector and a partial Vitali-Bernsteinselector, Georgian Mathematical Journal, v. 23, n. 3, 2016, pp. 387–392.
20. Acute triangles in the context of the illumination problem, Annuaire de L'Universite de Sofia, "St. Kliment Ohridski", Faculty of Mathematics and Informatics, v. 103, 2016, pp. 1–6.
21. Cantor's diagonalization method, Inference: The International Review of Science, Paris, v. 2, issue 3, 2016, 11 p.
22. Measurability properties of Mazurkiewicz sets, Bulletin of TICMI, v. 20, n. 2, 2016, pp. 44–46. 2017
23. A characterization of sets containing absolutely nonmeasurable subsets, Georgian Mathematical Journal, v. 24, n. 2, 2017, pp. 211–216.
24. On Mazurkiewicz sets from the measure-theoretical point of view, Bulletin of TICMI, v. 21, n. 1, 2017, pp. 45–54.
25. Big, little, nothing, everything, Inference: The International Review of Science, Paris, v. 3, issue 3, 2017, 10 p.
26. A. Kharazishvili, On some classes of negligible subsets of the Euclidean plane, GMJ, v. 25, issue 1, 2018, pp.41-47
27. A. Kharazishvili, A note on the Borel types of some small sets, GMJ, v. 25, issue 3, 2018 (in print)
28. A. Kharazishvili, A note on the uniqueness property for Borel G-measures, Real Analysis Exchange, v. 43, issue 1, 2018.
29. A. Kharazishvili, On groups of isometries of Euclidean space and associated measures, Journal of Geometry, v. 109, issue 1, 2018.
30. A. Kharazishvili, Some remarks on the Steinhaus property for invariant extensions of the Lebesgue measure, European Journal of Mathematics, 2018, (to print).
31. G. Pantsulaia, A. Kirtadze, On Wetsenhansen-Kalai constants for infinite-dimensional surface dynamical measures, Georg. Inter. J. Sci. Tech., Nova Science Publishers, Volume 6, Issues 2 (2014), pp. 55-77.
32. A. Kirtadze, On nonmeasurability of additive functions, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 167, 2015, pp. 135-137.
33. A. Kirtadze, On volume type functional In Euclidean geometry, Journal of Geometry, vol.106, 2015.
34. A. Kirtadze, On small sets from the measure-theoretical point of view, Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, vol. 170, issue 2, 2016, pp. 205-2007.
35. A. Kirtadze, Additive functions from measure-theory point-view, Journal of Mathematics and Statistics Sciences, vol. 2, 2016, pp. 513-523.
36. T. Kasrashvili, A. Kirtadze, Elementary volume and measurability properties of additive functions, Georgian Mathematical Journal, vol. 23, issue 1, 2016, pp.69-73.
37. A. Kirtadze, On volume type functional In Euclidean geometry, Annual of Sofia University, vol. 103, 2016, pp. 45-53.
38. A. Kirtadze, G. Pantsulaia, N. Rusiashvili, On uniform distribution for invariant extensions of the linear Lebesgue measure. arXiv:submit/1483137/[math.CA]9 Mar2016.

39. M. Beriashvili, A.Kirtadze, On the Application of Bernstein Type Construction to Measure Extension Problem, Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics Volume 31, 2017
40. A. Kirtadze, N. Rusiashvili, Almost surjective homomorphisms and their measurability, Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics Volume 31, 2017.
41. A. Kirtadze, N. Rusiashvili, On some methods of extending invariant and quasi-invariant measures, Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, 172(2018), 58-63.
42. M. Beriashvili, T. Gill, A. Kirtadze, On measurability of real-valued functions in infinite-dimensional topological vector spaces, Georgian Mathematical Journal, vol. 25, issue 2, pp.195-199.
43. A. Kirtadze, T. Kasrashvili, On the uniqueness of elementary volumes, Journal of Geometry, vol. 109, issue 1, 2018.
44. A. Kirtadze, Laudatio for a. Kharazishvili, Journal of Geometry, vol. 109, issue 1. 2018
45. M. Khachidze, A. Kirtadze, One example of application of almost invariant sets, Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics (to print)

დანართი 3

თანამშრომლობა უცხოეთის სამეცნიერო ცენტრებთან

პროექტის მონაწილეთა მიერ საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობის მაღალ ხარისხს ადასტურებს შემდეგი მაგალითები: ვ. კოკილაშვილისა და ა. მესხის ერთობლივი კვლევები შესაბამისი დარგის ცნობილ ექსპერტთან პროფესორ ფიორენცასთან (ნეაპოლი, ფედერიკო II უნივერსიტეტი). მათ გამოაქვეყნეს ოთხი ერთობლივი სტატია მაღალავტორიტეტულ საერთაშორისო ჟურნალებში. ა. მესხი თანამშრომლობს სან-დიეგოს უნივერსიტეტის (აშშ) პროფესორ ჯილესთან. გასულ წელს მათ გამოაქვეყნეს ერთობლივი სტატია. 20 წელზე მეტია ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი აქტიურად თანამშრომლობენ პროფესორ ს. სამკოსთან (პორტუგალია, ალგარვეს უნივერსიტეტი) და ჰ. რაფეიროსთან (პონტიფიკია უნივერსიტეტი, კოლუმბია). 2016 წელს მათ Birkhäuser-ის გამომცემლობაში გამოაქვეყნეს ერთობლივი მონოგრაფია ორ ტომად 1000-ზე მეტი გვერდის მოცულობით. ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი მრავალი წლის მანძილზე თანამშრომლობენ ფუნქციონალური ანალიზის მსოფლიოში აღიარებულ ექსპერტთან დ. ედმუნდსთან (სასექსის უნივერსიტეტი, დიდი ბრიტანეთი). მათ გამოაქვეყნეს ერთობლივი მონოგრაფია Kluwer-ის გამომცემლობაში და მთელი რიგი ერთობლივი სტატია მაღალავტორიტეტულ საერთაშორისო ჟურნალებში. ვ. კოკილაშვილი და ა. მესხი ხანგრძლივი დროის განმავლობაში თანამშრომლობენ პროფესორ მ. მასტილოსთან (პოზნანის უნივერსიტეტი, პოლონეთი). მათ შეასრულეს არაერთი ერთობლივი პროექტი და გამოაქვეყნეს ხუთი სტატია ასევე მაღალავტორიტეტულ ჟურნალებში. ვ. კოკილაშვილმა და ა. მესხმა გამოაქვეყნეს ერთობლივი მონოგრაფია პროფ. ლ. ე. პერსონთან (ლულეოს უნივერსიტეტი, შვედეთი). შ. ტეტუნაშვილი ნაყოფიერად თანამშრომლობს პროფ. ეშთან (დეპოლის უნივერსიტეტი, ჩიკაგო, აშშ). მათ გამოქვეყნებული აქვთ ორი ერთობლივი სტატია ამერიკის მათემატიკური საზოგადოების შრომებში. ლ. ეფრემიძე ფრიად ნაყოფიერად თანამშრომლობს გამოჩენილ იაპონელ მათემატიკოსებთან: პროფ. ნ. ფუჯი (ტოკაის უნივერსიტეტი, 4 ერთობლივი სტატია), პროფ. რ. სატო (ოკაიამას უნივერსიტეტი, 2 ერთობლივი სტატია). ლ. ეფრემიძე აქტიურად თანამშრომლობს პროფ. ვ. გერშტაკერთან (მობილური კომუნიკაციების ინსტიტუტი, ერლანგენი, გერმანია). მათ უკვე გამოაქვეყნეს ერთობლივი სტატია გამოყენებითი ხასიათის პრობლემებზე. ლ. ეფრემიძე ინტენსიურად

თანამშრომლობს აგრეთვე პროფ. ი. სპიტკოვსკისთან (ნიუ-იორკის უნივერსიტეტი, აბუ დაბის ფილიალი). მათ გამოქვეყნებული აქვთ 7 ერთობლივი სტატია.

ადგილობრივი თანამშრომლობის მაგალითებად შეგვიძლია მოვიყვანოთ ჯგუფის წევრების აქტიური მონაწილეობა ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებების ფაკულტეტისა და ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის გაერთიანებულ სემინარზე.

<u>თემა 2:</u> ალგებრული ობიექტების ჰომოლოგიური, ჰომოტოპიური და კატეგორიული თვისებები

შემსრულებელი: ა.რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის ალგებრის განყოფილება

მკვლევარები: ხ.ინასარიძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), თ.დათუაშვილი, ნ. ინასარიძე, ზ.მესაბლიშვილი, ე.ხმალაძე, დ.ზანგურაშვილი, ა.პაჭკორია.

ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის დოქტორანტები: გ.ნადარეიშვილი, ა. თავხელიძე , ი.ნანობაშვილი, გ.არაბიძე (პირველი ორის ხელმძღვანელია ხ.ინასარიძე, ხოლო დანადჩენი ორის ნ.ინასარიძე. გ.ნადარეიშვილმა წარმატებით დაიცვა სადოქტორო დისერტაცია; ხოლო ა.თავხელიძე, ი.ნანობაშვილი და გ.არაბიძე აგრძელებენ მუშაობას სადოქტორო პროგრამაზე Goettingen University (Germany) - ში.)

მეცნიერული კვლევის თემატიკა 2019-2023 წლებისათვის:
ჰომოტოპიური ალგებრა, K-თეორია, ჯგუფების და ალგებრების (კო)ჰომოლოგია, არაკომუტაციური გეომეტრია, კატეგორიათა თეორია.
ალგებრის ყველა ეს დარგი ინტენსიურად ვითარდება მსოფლიოს წამყვან უნივერსიტეტებსა და მათემატიკურ ცენტრებში (საფრანგეთი, გერმანია, ამერიკის შეერთებული შტატები, ინგლისი, დანია, ესპანეთი, ჰოლანდია).

საკვლევი საკითხები:
1. ჯგუფის მოქმედებით ჯგუფების გაფართოებების თეორიის განვითარება; მათ შორის გაფართოებების შემდეგი ორი კლასის გამოკვლევა: ისეთები, რომლებსაც გააჩნიათ ჯგუფის მოქმედებისადმი ინვარიანტული სიმრავლური კვეთა და ისეთები, რომლებიც არიან ჯვარედინა მოდულების გაფართოებები; მათი კავშირის დადგენა ჯგუფების ექვივარიანტულ გაფართოებებთან, ჯგუფების ეპიმორფიზმების ლოდეს ფარდობით გაფართოებებთან და მათი გამოყენება ალგებრულ K-თეორიაში (ხ.ინასარიძე).
2. ალტერნაციული ალგებრების თვისებების დადგენა; c-ჯგუფებისა და მათთან დაკავშირებული კატეგორიული ჯგუფების და თავის თავზე მოქმედი ჯგუფების კვლევა (თ.დათუაშვილი).
3. ჯგუფების და ალგებრების ჯვარედინი მოდულების სხვადასხვა ჰომოლოგიების შესწავლის გაგრძელება; ჯგუფების და ალგებრების არააბელური ტენზორული ნამრავლების და ჰომოლოგიების შესწავლა კომპიუტერული ალგებრის მეთოდებით; კრიპტოგრაფიული ცალმხრივი ჯგუფური და რგოლური ჰომომორფიზმების შესწავლა და გამოყენება სხვადასხვა კრიპტოგრაფიული პროტოკოლების აგებისათვის (ნ.ინასარიძე).
4. ვარსკვლავიანი მოდულების თეორიის კატეგორიული წარმოდგენა; (სუსტი) ბიმონადების და ჰოპფის მონადების და მათი (კო)წარმოდგენები იმ კატეგორიებში, რომლებიც გვხვდება თეორიულ ინფორმატიკაში (ბინარულიმიმართებების კატეგორია,

პროფუნქტორების კატეგორია, დალაგებული სიმრავლეების კატეგორია, კოჰერენტული სივრცეებისა და წრფივი ასახვების კატეგორია, კონოვეის თამაშების კატეგორია და სხვ.);

განზოგადოებული ჰოპფის სტრუქტურების გამოყენებები თეორიულ ინფორმატიკაში (ზ.მესაბლიშვილი).

5. ალგებრული სტრუქტურების ჰომოლოგიური თვისებების შესწავლა. კერძოდ, ლის სამეულის სისტემებისთვის გამოკვლეული იქნება იამაგუტის, ჰარისის და ლაიბნიცის კოჰომოლოგიებს შორის ურთიერთკავშირები. განხორციელდება მათი აღწერა ჯვარედინი გაფართოებების საშუალებით. განვითარებული იქნება ობსტრუქციის თეორია ლის სამეულის სისტემების კოჰომოლოგიებისათვის. ლაიბნიცის ალგებრების არააბელური გარე ნამრავლის გამოყენებით მოხდება ლაიბნიცის ალგებრის კაპაბილითი (capability) თვისების შესწავლა და მისი დაკავშირება შინაგანი ბიდერივაციების ლაიბნიცის ალგებრასთან. (ე.ხმალაძე).
6. სტაბილური კატეგორიის და სტაბილური ფუნქტორების თვისებების შემდგომი შესწავლა (კეროდ, სტაბილური კატეგორიის შესახებ ადრე მიღებული შედეგების განზოგადება ნებისმიერი ადიტიური საწყისი კატეგორიის შემთხვევაზე); ტერმების გადაწერის სისტემების თეორიის ტექნიკების შემდგომი გამოყენება ალგებრების (კერძოდ, რგოლზე ალგებრების) მრავალნაირობების ეფექტური კოდაწევის მორფიზმების აღწერის საკითხისადმი. (დ.ზანგურაშვილი).
7. ჯგუფის კოჰომოლოგიების განმარტება და შესწავლა კოეფიციენტებით აბელის ჯგუფების ნახევრადმესერში და მათი გამოთვლისთვის საჭირო ტექნიკას განვითარება; კერძოდ, ამ კოჰომოლოგიების გამოთვლა ციკლური ჯგუფების შემთხვევაში; მეორე კოჰომოლოგიით აღწერა ჯგუფების გაფართოებების აბელის ჯგუფების ნახევრადმესერების საშუალებით. (ა.პაჭკორია).

მიმართულების ხელმძღვანელი ხ.ინასარიძე არის რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის ალგებრის განყოფილების გამგე და საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის აკადემიკოსი. გარდა ამისა ის ხელმძღვანელობს არასამთავრობო, აკადემიურ ორგანიზაციას "თბილისის მათემატიკური მეცნიერებების ცენტრი" (http://www.tcms.org.ge), რომელსაც გააჩნია ორი საერთაშორისო მნიშვნელობის მათემატიკური ჟურნალი „Journal of Homotopy and Related Structures" და "Tbilisi Matematical Journal", რომელთაგან პირველს გააჩნია იმპაქტ ფაქტორი და რომელთა მთავარი რედაქტორია ხ.ინასარიძე. პირველი მათგანი იბეჭდება Springer - ის მიერ (Germany), ხოლო მეორე Project Euclid Publishers of Cornell University Library and Duke University Press-ის მიერ (USA).

ხ. ინასარიძე არის მსოფლიოში აღიარებული პირველი ხარისხის ექსპერტი ჰომოლოგიურ ალგებრასა და K-თეორიაში. მას მიღებული აქვს ფუნდამენტური შედეგები ამ დარგებში. სახელდობრ მის მიერ განისაზღვრა სავსებით რეგულარული სივრცის სასრული რიგის გაფართოება და სასრული რიგის ნაზრდი. ამან შემდგომში წარმოშვა სივრცის ახალი განზომილების ფუნქცია და გარდა ამისა მიღებულ იქნა კომპაქტური და ლოკალურად კომპაქტური სივრცეების მნიშვნელოვანი განზოგადება. აიგო ფუნქტორების სატელიტების თეორია ზოგად კატეგორიებში. განისაზღვრა პროექციული კლასების მიმართ ფუნქტორის არააბელური წარმოებული ფუნქტორები. ამასთან დაკავშირებით საჭირო გახდა სიმპლიციური სიმრავლის ცნების განზოგადება და ფსევდოსიმპლიციური სიმრავლეების შემოტანა და გამოყენება. GL ფუნქტორის არააბელური წარმოებული ფუნქტორების საშუალებით დახასიათდა ალგებრული და ტოპოლოგიური K-თეორიები. უარყოფით განზომილებებში აიგო არატრივიალური სარულ კოეფიციენტებიანი ალგებრული K-ჯგუფები, რომლებიც ბუნებრივად აგრძელებენ ქუილენის K-თეორიას. აიგო ჯგუფების ექვივარიანტული ჰომოლოგიისა და კოჰომოლოგიის თეორია. მისი საშუალებით დამტკიცდა უერთეულო რგოლებისათვის მილნორის ფორმულა, რომელიც აკავშირებს მილნორის მეორე K_2 ალგებრულ K-ფუნქტორს ელემენტარული ჯგუფის მეორე ინტეგრალურ ჰომოლოგიასთან და რომლის დროსაც გამოყენებულ იქნა სტეაინბერგის ჯგუფის მოქმედება. გარდა ამისა, ექვივარიანტული ინტეგრალური ჰომოლოგიისათვის მიღებულ იქნა მაღალი რიგის ჰოპფის ფორმულები

(ე.ხმალაძესთან ერთად). აიგო ნორმირებული ალგებრების K-თეორია ქვილენის კონსტრუქციის გამოყენებით. რამაც გააერთიანა ალგებრული და ტოპოლოგიური K- თეორიები ერთ K-თეორიად. აიგო არატრივიალური სასრულ კოეფიციენტებიანი უარყოფითი ალგებრული K-ჯგუფები, რომლებიც გადაება არსებულ სასრულ კოეფიციენტებიან დადებით ალგებრულ K-ჯგუფებს გრძელი ზუსტი მიმდევრობის სახით. ლოკალურად ამოზნექილი ალგებრებისათვის დამტკიცდა კარუბის ჰიპოტეზა ალგებრული და ტოპოლოგიური K-ჯგუფების იზომორფიზმის შესახებ. ამისათვის საჭირო შეიქმნა (თ.კანდელაკთან ერთად) ახალი უფრო ფაქიზი ტოპოლოგიური ინვარიანტის შემოტანა ვიდრე არის ტოპოლოგიური K-თეორია, მას გლუვი K-თეორია ეწოდა და ნაჩვენები იქნა, რომ ალგებრული და გლუვი K-ჯგუფები ერთმანეთის იზომორფულია კვაზი სტაბილური ლოკალურად ამოზნექილი ალგებრების ფართო კლასისათვის, რომელიც შეიცავს ბევრ მნიშვნელოვან ფუნქციონალურ ალგებრებს. (თ.კანდელაკთან ერთად) განიმარტა ახლებურად რაციონალური ბივარიანტული K-ჯგუფები და აიგო ბივარიანტული K-თეორიის გრეხვის ჯგუფი, რომელიც წარმოადგენს სასრულ კოეფიციენტებიანი ბივარიანრული K-ჯგუფების პირდაპირ ზღვარს. გარდა ამისა ამ ჯგუფების დაკავშირება ბივარიანტულ K-ჯგუფებთან მოხდა გრძელი ზუსტი მიმდევრობის სახით, რომელიც შემდგომში განზოგადდა ტრიანგულირებადი კატეგორისათვის ლოკალიზაციის და კოლოკალიზაციის გრძელი ზუსტი მიმდევრობის სახით. დამტკიცდა რომ საკუთრივად უნიფორმულად შემოსაზღვრული აპროქსიმაციული ერთეულის მქონე სტაბილურ ფრეშეს ალგებრებს გააჩნიათ K-რეგულარობის თვისება.

პუბლიკაცია

მონოგრაფიები:

წლები	
1995	Algebraic K-theory, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 440 pages.
1997	Non-Abelian Homological Algebra and Its Applications, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 270 pages.

თემატიკასთან დაკავშირებული ძირითადი სტატიები:

წლები	
1965	Universal functors, *Bull. Georgian Acad. Sci. 38, No3 (in Russian).*
1965	Extensions of regular semigroups, *Bull. Georgian Acad. Sci. 39, No1 (in Russian).*
1969	Alexander-Kolmogorov cohomology with coefficients in commutative inverse semigroups, *Bull. Georgian Acad. Sci. 54, No2 (in Russian).*
1972	Exact homology and linking for Steenrod duality, *Doklady Acad. Nauk USSR 206, No1 (in Russian).*
1972	On exact homology, *Proc. A.Razmadze Math. Institute, 41 (in Russian).*
1974	Exact homology and Tate cohomology of locally compact zerodimensional groups, *Bull. Georgian Acad. Sci. 74, No1 (in Russian)*
1975	On algebraic K-functors, *Bull. Georgian Acad. Sci. 77, No1 (in Russian).*
1975	Generalization of Milnor sequence for inverse limits, *Bull. Georgian Acad. Sci. 79, No1 (in Russian).*
1975	Homotopy of pseudosimplicial groups, nonabelian derived functors and algebraic K-theory, *Matem. Sbornik 98, No3, 339 – 362.*
1975	Some topics of homological and homotopical algebra and their applications, *Proc. A.Razmadze Math. Institute 48, 140 pages (in Russian).*
1983	On Swan-Gersten K-functor K3, *Bull. Georgian Acad. Sci. 111, No3, 29-31 (in Russian).*
1985	K-theory of special normed algebras, *Uspehi Mat. Nauk 40, No4, 169-170.*
1990	K-theory of special normed rings, *Lecture Notes in Math., Springer verlag, 1437, 95 -156.*
1997	Nonabelian cohomology of groups, *Georgian Math. J. 4, No4, 313 - 332.*
1997	Nonabelian cohomology with coefficients in crossed bimodules , *Georgian Math. J. 4, No6,*

	509 - 522.
1997	Universal property of Kasparov bivariant K-theory*, Bull. Georgian Acad. Sci. 156, No2 , 185 - 189.*
1998	*(with N.Inassaridze)* New descriptions of the nonabelian homology of groups*, Bull. Georgian Acad. Sci. 157, No2, 196 - 200.*
1998	*(with N.Inassaridze)* The second and the third nonabelian homology of groups*, Bull. Georgian Acad. Sci. 158, No3 (1998).*
1999	*(with N.Inassaridze)* Nonabelian homology of groups*, K-Theory J. 378, 1-17.*
2000	Algebraic K-theory of normed algebras*, K-Theory 21, No 1, 25-56.*
2001	(with D.Conduché and N.Inassaridze) Mod q cohomology and Tate cohomology of groups, *Prepublication 01-29, Institute de Recherche Mathematique de Rennes.*
2001	(with A.Garzon) Semidirect products of categorical groups. Obstruction theory and derivations, *Homology, Homotopy and Applications 3 (1), 111-138.*
2002	Higher nonabelian cohomology of groups, *Glasgow Math. J. 44, 497-520.*
2002	(with T.Kandelaki) K-theory of stable generalized operator algebras , *K-Theory 27, 103-110.*
2004	(with D.Conduché and N.Inassaridze) Mod q cohomology and Tate-Vogel cohomology of groups, *J. Pure Appl. Algebra 189, 61-87.*
2004	(with A.M.Cegarra) Homology of groups with operators, *Intern. Math. J. 5 (1), 29-48.*
2005	More about (co)homology of groups and associative algebras, *Homology, Homotopy and Applications 7 (1), 87-108.*
2005	Equivariant homology and cohomology of groups, *Topology and its Applications 153, 66-89.*
2005	(with D.Arlettaz) Finite K-theory spaces, *Proc. Cambridge Phil. Soc. 139, 261-286.*
2006	(with T.Kandelaki) Smooth K-theory of locally convex algebras, *preprint), arXiv: math.KT/0603095.*
2008	(with T.Kandelaki) La conjecture de Karoubi pour la K-theorie lisse, *C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I 346, 1129-1132.*
2010	(with E.Khmaladze) Hopf formulas for the equivariant integral homology of groups, *Proc. Amer. Math. Soc. 138 (9), 3037-3046.*
2011	(with T.Kandelaki) Smooth K-theory of locally convex algebras, Communications in Contemporary Mathematics 13 (4), 553-577.
2011	(with T.Kandelaki and R.Meyer) Localisation and colocalisation of KK-theory at sets of primes, *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universitaet Hamburg, 81 (1) 19-34 .*
2012	(with T.Kandelaki and R.Meyer) Localisation and colocalisation of triangulated categories at thick subcategories, Mathematica Scandinavica, *110, 59-74.*
2015	**Smooth K-groups for monoid algebras and K-regularity,** Mathematics 2015, 3(3), 891-896, doi: 10. 3390/math.3030891.
2016	K-regularity of locally convex algebras, *Journal of Homotopy and Related Structures, Springer Verlag,* 11 (4), 869-884.

ხ.ინასარიძეს მიღებული აქვს

1998 წელს საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის რაზმაძის სახელობის პრემია
1999 წელს ირანის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიის საერთაშორისო ხორიზმის სახელობის პირველი პრემია

ხ. ინასარიძის 3 მოწაფე გ. ჯანელიძე, თ. ფირაშვილი და ი. გუბელაძე არიან შესაბამისად სრული პროფესორები შემდეგი ცნობილი უნივერსიტეტების: Capetown University, South Africa; Leicester University, UK; San Francisco State University, USA.

თ. დათუაშვილმა მიიღო რგოლის ბიმოდულის საშუალებით ტრივიალური წრფივი ტოპოლოგიური გაფართოების გლობალური ჰომოლოგიური განზომილების ფორმულა, როცა ბიმოდული არის ტოპოლოგიურად კოჰერენტული მარცხენა მოდული. ამ შედეგის გამოყენებით მან აღწერა გროთენდიკის კატეგორიათა სტაბილური გაფართოებების ხტ ფუნქტორი და მიიღო გაფართოების კატეგორიის გლობალური ჰომოლოგიური განზომილების ფორმულა. გარკვეულ შეზღუდვებში შეაფასა რგოლის ბიმოდულის საშუალებით არატრივიალური გაფართოების გლობალური ჰომოლოგიური განზომილება. ამ შედეგებით თ.დათუაშვილმა ბუნებრივ პირობებში დადებითი პასუხი გასცა ი. პალმერისა და ი.-ე. რუსის (სტოკჰოლმი,შვედეთი) მიერ დასმულ ორ პრობლემას. მან აგრეთვე განმარტა აბელური კატეგორიის ფუნქტორით არატრივიალური გაფართოება, მიიღო გლობალური განზომილების ფორმულა, და ამასთან გლობალური განზომილების შეფასება, რითაც არსებითად განაზოგადა უცხოელი მათემატიკოსების შედეგები. მან განავითარა შინაგანი კატეგორიათა თეორიის საკითხები ოპერატორებიან ჯგუფთა კატეგორიაში და ასეთი შინაგანი კატეგორიების კოჰომოლოგიის თეორია. მან სრულად აღწერა კოჰომოლოგიის შესაბამისი კომპლექსი, გამოთვალა კოჰომოლოგიის ჯგუფები, დაახასიათა კოჰომოლოგიურად ტრივიალური შინაგანი კატეგორიები, მიიღო შინაგანი კანის გაფართოების არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რაც ჩვეულებრივი კატეგორიებისთვის საზოგადოდ არ გვაქვს. თ.დათუაშვილმა განავითარა შინაგანი კატეგორიათა თეორიის საკითხები ოპერატორებიან ჯგუფთა კატეგორიაში და ასეთი შინაგანი კატეგორიების კოჰომოლოგიის თეორია. მან სრულად აღწერა კოჰომოლოგიის შესაბამისი კომპლექსი, გამოთვალა კოჰომოლოგიის ჯგუფები, დაახასიათა კოჰომოლოგიურად ტრივიალური შინაგანი კატეგორიები, მიიღო შინაგანი კანის გაფართოების არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რაც ჩვეულებრივი კატეგორიებისთვის საზოგადოდ არ გვაქვს.

თ. დათუაშვილის მიერ ესპანელ მათემატიკოსებთან ხ.-მ. კაზასთან და მ. ლადრასთან ერთად შესწავლილია მოქმედების საკითხი ინტერესის კატეგორიებში. ასეთი კატეგორიის ნებისმიერი ობიექტისთვის მათ შემოიტანეს უნივერსალური მკაცრი ზოგადი ექთორის (USGA(A)) და ექთორის ცნებები. უკანასკნელი ექვივალენტურია გახლეჩად გაფართოებათა მაკლასიფიცირებელი ობიექტის ცნებისა, რომელიც განმარტებული იყო ფრ. ბორსეუს, გ. ჯანელიძისა და გ.მ. კელის მიერ იმავე პერიოდში უფრო ზოგადი ტიპის კატეგორიის შემთხვევაში. მიღებულია ინტერესის კატეგორიაში ნებისმიერი ობიექტის ექთორის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა USGA(A)--ის ტერმინებში. მიღებულია USGA(A)-ის კონსტრუქცია და დადგენილია მისი თვისებები. მიღებული იქნა ექთორის კონსტრუქცია წინაჯვარედინი მოდულების კატეგორიაში და ექთორის არსებობის საკმარისი პირობა ალტერნაციული ალგებრების კატეგორიაში და შესაბამისი კონსტრუქცია. კაზასისა და დათუაშვილის მიერ შესწავლილია არაკომუტაციური ლაიბნიც-პუასონის ალგებრები (NLP-ალგებრები). მათ მოგვცეს თავისუფალი NLP-ალგებრების კონსტრუქცია, განმარტეს NLP-ალგებრების კოჰომოლოგია, შეისწავლეს მისი თვისებები, მისი კავშირი ცნობილ ჰოხშილდისა და ლაიბნიცის კოჰომოლოგიებთან. ეს კოჰომოლოგია კერძო შენთხვევაში იძლევა კლასიკური პუასონის ალგებრების ახალ კოჰომოლოგიას. შემდგომში კაზასმა, დათუაშვილმა და ლადრამ განამრტეს და გამოიკვლიეს ორმხრივი (მარჯვენა-მარცხენა) არაკომუტაციური პუასონის ალგებრები და მათი კოჰომოლოგიები. თ.დათუაშვილის ორი შრომა ეძღვნება ორი პრობლემის ამოხსნას, რომელიც ფრანგმა მათემატიკოსმა ჟ.-ლ. ლოდემ მას პირადად დაუსვა, და რომელიც აგრეთვე ჩამოყალიბებულია ლოდეს შრომებში. პრობლემები ეხება ლაიბნიცის ალგებრებს, რომელიც გარკვეული აზრით განიხილება როგორც ლის ალგებრის არაკომუტაციური ანალოგი. ეს შედეგები და თავის თავზე მომქმედი ჯგუფების მიღებული თეორია იძლევა საფუძველს გამოვიყენოთ იგივე მიდგომა ლოდეს მესამე პრობლემის ამოსახსნელად, რომელიც გარკვეული აზრით გაგრძელებაა პირველი ორისა, და რომლის ამოხსნას ლოდეს აზრით მივყავართ რგოლის ლაიბნიცის K-თეორიის ახალ ცნებამდე. თ.დათუაშვილისა და

გერმანელი მათემატიკოსის ფ.უ. ბაუერის მიერ მათ ერთობლივ შრომებში შესწავლილი იქნა ჯაჭვური ფუნტორების Ch კატეგორიის ჰომოტოპიური და კატეგორიული თვისებები. ჯაჭვური ფუნქტორების ცნება შემოტანილი იყო ბაუერის მიერ და ასეთი სახის კვლევა შემოთავაზებული იყო აგრეთვე მის მიერ. მათ განმარტეს ფიბრაციები, კოფიბრაციები და სუსტი ექვივალენტობები ამ კატეგორიაში, და დაამტკიცეს, რომ კმაყოფილდება დ. ქუილენის ჩაკეტილი მოდელ კატეგორიის CM2)-CM5) აქსიომები.

შემოტანილია მოდიფიცირებული ინტერესის კატეგორიის ცნება, მასში აგებულია უნივერსული მკაცრი ძოგადი ექტორი, რომლის ტერმინებში მიღებულია ექტორის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა. ეს შედეგები გამოყენებულია ზოგიერთი ჯვარედინი მოდულების კატეგორიის შემთხვევაში, რომლებიც არ წარმოადგენენ ინტერესის კატეგორიას. მონახულია ალტერნაციულიალგებრების მაგალითები, რომლებიც აკმაყოფილებენ ჩემს მიერ ადრე მიღებული თეორემის პირობებს ექტორის არსებობის შესახებ. კერძოდ, განმარტებულია ალტერნაციული (შესაბამისად. g-ალტერნაციული) ალგებრის მარტივი იდეალი და სრულყოფილი ალტერნაციული ((შესაბამისად. g-ალტერნაციული) ალგებრა. მიღებულია ასეთი ალგებრების დამახასიათებელი თვისებები, რაც გამოყენებულია ალტერნაციული ალგებრების კატეგორიაში ექტორის არსებობის საკმარისი პირობების დასადგენად. განვითარებულია თვითმოქმედი ჯგუფების კოჰომოლოგიის თეორია. კოეფიციენტს წარმოადგენს ჩემს მიერ განმარტებული მოდული ასეთი სახის ჯგუფზე. აგებულია კომპლექსი იგივე იდეის მიხედვით, რომელიც წარმატებული იყო განზოგადებული ლაიბნიც - პუასონის ალგებრების შემთხვევაში. ასეთი კოჰომოლოგიები დაკავშირებულიაშესაბამისი ჯგუფების კოჰომოლოგიებთან და ახალი ობიექტების - თვითმოქმედი მაგმების კოჰომოლოგიებთან. შესწავლილია კოჰომოლოგიების სხვა თვისებებიც. სრულყოფილი სახე მიიღო შედეგმა კატეგორიული ჯგუფებისა და c-ჯვარედინიმოდულების კატეგორიებს შორის დამოკიდებულების შესახებ. მონახულია პირობები c-ჯვარედინ მოდულებზე, რომელიც იძლევა ექვივალენტობას შესაბამისად განმარტებულ კატეგორიებს შორის.

პუბლიკაცია

1. On the cohomological dimension of categories, Bull. Georgian Acad. Sci., 88 (1977), No.1,17-20.
2. On the cohomology of categories, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci., LXII (1979), 28-37.
3. On Hilbert's theorems for polinomial extensions of additive categories, Abstracts of the talks of the VIII Conference of Georgian Mathematicians, Kutaisi, 1979, 58-59.
4. On the computation of the global homological dimension of certain linear topological matrix rings, Abstracts of the All-Union Symposium on the Theory of Rings, Algebras and Modules,1980, Kishenev (Moldavia).
5. On the global homological dimension of extensions of rings, Bull.Georgian Acad. Sci. 100 (1980), No. 2, 301-304.
6. On the global homological dimensions of trivial linear topological extensions of linear topological rings, Bull. Georgian Acad. Sci. 100 (1980), No.3, 537-540.
7. On the homological dimension of extensions of abelian categories and rings, Bull. Georgian Acad. Sci. 101 (1981), No.1, 37-40.
8. On the homological dimension of extensions of abelian categories, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci. LXX (1982), 24-41.
9. The global homological dimension of trivial linear topological extensions of rings, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci. LXXIV (1983), 26-38.
10. On the global dimension of the category of functors, Abstracts of the talks of the XI Conference of Georgian Mathematicians, Kutaisi, 1986.
11. Coherence of nontrivial extensions of abelian categories, Proc. Math. Inst. Georgian Acad. Sci. 91 (1988), 3-11.

12. Cohomology of internal categories in categories of groups with operations, in Categoprical Topology and its Relation to Analysis, Algebra and Combinatorics, Editors: J. Adamek and S. Mac Lane, Proc. Conf. Categorical Topology, Prague 1988, World Scientific, 1989, 270-283.
13. Homological dimension of extensions of abelian categories and rings, Lecture Notes in Math. 1437 (1990), 1-35.
14. Cohomologically trivial internal categories in categories of groups with operations, Applied Categorical Structures, 3 (1995), No.3, 221-237.
15. Whitehead homotopy equivalence and internal category equivalence of crossed modules in categories of groups with operations, Collected papers on K-theory and Categorical Algebra, Proc. A.Razmadze Math Inst. Acad.Sci. Georgia, 113 (1995), 3-30.
16. Kan extensions of internal functors.Algebraic approach, Georgian Mathematical Journal, 6 (1999), No.2, 127-148.
17. Categorical properties of Mac Lane – Whitehead constructions, Abstracts of the talks of the International Meeting in Category Theory, Como (Italy), 2000.
18. (with T.Pirashvili), On (Co)Homology of 2-types and crossed modules, J. Algebra, 244 (2001), 352-365.
19. Kan extensions of internal functors. Nonconnected case, J. Pure Appl. Algebra, 167 (2002), 195-202.
20. (with F.W.Bauer), Closed model category structures on the category of chain functors, Topology & its Applications, 131(2003),101-128.
21. Central series for groups with action and Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 9(2002), No.4, 671-682.
22. Witt's theorem for groups with action and free Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 11 (2004), No.4, 691-712.
23. (with F.W. Bauer) The existence of certain (co-) limits in the category of chain functors, Journal of Algebra and Its Applications, vol. 5, No. 4 (2006) 379-401.
24. (with J.M. Casas) Noncommutative Leibniz – Poisson algebras, Communications in Algebra, 34 (2006), No. 7, 2507-2530.
25. (with F.W. Bauer) Simplicial closed model category structures on the category of chain functors, Homology, Homotopy and its Applications, vol.9(1), (2007), 1-32.
26. (with J.M. Casas and M. Ladra) Actors in categories of interest arXiv: math/0702574v2[mathCT]
27. (with J.M. Casas and M. Ladra) Actor of a precrossed module, Communications in Algebra, vol. 37, 2009, 4516-4541.
28. (with J.M. Casas and M. Ladra) Universal strict general actors and actors in categories of interest, Applied Categorical Structures vol. 18, 2010, 85-114.
29. (with J.M. Casas and M. Ladra) Actor of a Lie--Leibniz algebra, to appear in Communications in Algebra, DOI 10.1080/0092. 7872.2011.644608.
30. (with J.M. Casas and M. Ladra), Actor of an alternative algebra arXiv.math/0910.0550v1[mathRA] 3 Oct 2009.
31. (with J.M. Casas, M. Ladra and E. Uslu) Actions in the category of precrossed modules in Lie algebras, Communications in algebra 40 (8) 2012, 1-21.
32. (with J.M. Casas and M. Ladra) Left-Right Noncommutative Poisson algebras, to appear in Central European Journal of Mathematics, (DOI) 10.2478/s11533-013-0321-x.
33. J.M.Casas, T. Datuashvili and M. Ladra, Actor of a Lie-Leibniz algebra, Communications in Algebra, 41 (4) (2013), 1570–1587, DOI 10.1080/0092. 7872.2011.644608.
34. J.M.Casas, T. Datuashvili and M. Ladra, Left-right Noncommutative Poisson algebras, Cent. Eur. J. Math 12 (1) (2014), 57–78. DOI:10.2478/s11533-013-0321-x.
35. Y. Boyaci, J.M. Casas, T. Datuashvili and E. O. Uslu, Actions in modified categories of interest with application to crossed modules,

Theory and Applications of Categories, Vol. 30, No. 25, 2015, pp. 882–908.
36. T.Datuashvili, Categorical, Homological, and Homotopical Properties of Algebraic Objects, monograph, Journal of Mathematical Sciences, Vol. 225, No. 3, 2017, pp. 383-533.
37. J.M. Casas, T. Datuiashvili and M. Ladra, Action theory in the category of alternative algebras, submitted for publication in Georgian Mathematical Journal.

ნ. ინასარიძე არის ექსპერტი ჰომოლოგიურ და ჰომოტოპიურ ალგებრასა და ციკლურ ჰომოლოგიაში. მან განავითარა ჯგუფების არააბელური ჰომოლოგიის თეორია და (ხ. ინასარიძესთან და ფრანგ მათემატიკოს კონდიუშესთან ერთად) მოდ ქ (კო)ჰომოლოგიის თეორია, რომელსაც მნიშვნელოვანი გამოყენებები გააჩნია K-თეორიაში. ნ. ინასარიძემ (დონაძესთან და პორტერთან ერთად) განავითარა ზოგადი თეორია ნ-ჯერადი ჩეხის წარმოებული ფუნქტორებისა ფუნქტორებისათვის მნიშვნელობებით ჯგუფების კატეგორიაში. ამ თეორიის გამოყენებით მათ მიიღეს ახალი, წმინდა ალგებრული მეთოდი ჯგუფების მაღალი მთელკოეფიციენტებიანი ჰომოლოგიების კვლევისათვის, ჰოპფის ფორმულების (ბრაუნისა და ელისის აზრით) თვალსაზრისით და ამ ფორმულების შემდგომი განზოგადებები. მან (დონაძესთან და ლადრასთა ერთად) აღწერა ასოციური ალგებრების ციკლური, პერიოდული ციკლური და უარყოფითი ციკლური ჰომოლოგიები ნულმახასიათებლიან შემთხვევაში როგორც კოსამეულით წარმოებული ფუნქტორები და n-ჯერადი ჩეხის წარმოებული ფუნქტორების გამოყენებით მან მიიღო ჰოპფის ტიპის ფორმულები ციკლური ჰომოლოგიისათვის. მულტიპლიკაციური ლის რგოლების ჰომოლოგიის თეორიების და მულტიპლიკაციური ლის რგოლების ცენტრალური გაფართოებების შემოტანისა და კვლევისას მან (ბაკთან, დონაძესთან და ლადრასთან ერთად) აღწერა ნებისმიერი რგოლის სტეინბერგის მულტიპლიკაციური ლის რგოლი როგორც სტეინბერგის ჯგუფისა და სტეინბერგის ლის ალგებრის ნამრავლი. ნ. ინასარიძემ (ხმალაძესთან ერთად) ააგო ლის ალგებრების არააბელური (კო)ჰომოლოგიის თეორია, რომელსაც აქვს გამოყენებები ციკლურ ჰომოლოგიაში და კავშირი ლის ალგებრების გაფართოებებთან. მათ (კასასთან და ლადრასთან ერთად) გამოიკვლიეს ჰომოტოპიური (n+1)-ტიპების კოსამეულის ჰომოლოგია ჰოპფის ტიპის ფორმულების თვალსაზრისით. მათ (დონაძესთან და ლადრასთან ერთად) შეისწავლეს არაერთეულიანი ასოციური ალგებრების ჯვარედინი მოდულების ჰოხშილდის და (კოსამეულის) ციკლური ჰომოლოგიები, მიიღეს ჯვარედინი მოდულების ციკლური და კოსამეულის ციკლური ჰომოლოგიების შედარება ჰომოლოგიების გრძელი ზუსტი მიმდევრობის ტერმინებში, რომელიც ანზოგადებს ფარდობითი ციკლური ჰომოლოგიის ზუსტ მიმდევრობას.

პუბლიკაცია

1. Non-abelian homology of groups, Bull. Georgian Acad. Sci. 150, No 1, (1994),13-17.
2. Non-abelian tensor products and non-abelian homology of groups, J. Pure Appl. Algebra 112 (1996), 191-205.
3. Finiteness of non-abelian tensor product of groups, Theory Appl. Categories Vol. 2, No 5 (1996), 55-61.
4. Non-abelian tensor products of finite groups with non-compatible actions, Bull. Georgian Acad. Sci. 154, No 1 (1996), 25-27.
5. Non-abelian tensor products of precrossed modules, Bull. Georgian Acad. Sci. 155, No 3 (1997).
6. Relationship of non-abelian tensor products and non-abelian homology of groups with Whitehead's gamma functor, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 117 (1998), 31-51.
7. (with H.Inassaridze) New descriptions of the nonabelian homology of groups, Bull. Georgian Acad. Sci. 157, No 2 (1998), 196-200.

8. (with H.Inassaridze) The second and the third non-abelian homology of groups, Bull. Georgian Acad. Sci. 158, No 3 (1998).
9. (with H.Inassaridze) Non-abelian homology of groups, K-Theory J. 378 (1999), 1-17.
10. (with E.Khmaladze) More about homological properties of precrossed modules, Homology, Homotopy and Applications Vol. 2, No 7 (2000), 105-114.
11. On nonabelian tensor product modulo q of groups, Comm. Algebra 29 (2001), 2657-2687.
12. (with E.Khmaladze and M.Ladra) Non-abelian tensor product of Lie algebras and its derived functors, Extracta Mathematicae Vol. 17, Num. 2 (2002), 281-288.
13. (with G.Donadze) Generalised Hopf type formulas, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131 (2003), 111-113.
14. (with E.Khmaladze) Non abelian (co)homology of Lie algebras Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131 (2003), 123-125.
15. N-fold Cech derived functors of group valued functors, Bull. Georgian Acad. Sci. 168, No 2, 2003.
16. (with D.Conduche and H.Inassaridze) Mod q cohomology and Tate-Vogel co-homology of groups, J. Pure Appl. Algebra 189 (2004), 61-87.
17. (with E.Khmaladze and M.Ladra) Non-abelian homology of Lie algebras, Glasgow Math. J. 46 (2004), 417-429.
18. (with G.Donadze and T.Porter) n-Fold Cech derived functors and generalized Hopf type formulas, K-Theory 35(2005), 341-373.
19. (with J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra) Homology of n-types and Hopf type formulas, J. Pure Appl. Algebra 200 (2005), 267-280.
20. (with A.Bak, G.Donadze and M.Ladra) Homology of multiplicative Lie rings, J.Pure Appl. Algebra 208 (2007), 761-777.
21. (with E.Khmaladze and M.Ladra) Non-abelian cohomology and extensions of Lie algebras, J. Lie Theory 18 (2) (2008), 413-432.
22. (with M.Ladra) Hopf type formulas for cyclic homology, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 346 (2008), 385-390.
23. (with J.M.Casas and M.Ladra) Homological aspects of Lie algebra crossed modules, Manuscripta Mathematica 131 (3-4) (2010), 385-401.
24. (with G.Donadze and M.Ladra) Cyclic homology via derived functors,Homology, Homotopy and Applications 12 (2) (2010), 321-334.
25. (with G.Donadze, E.Khmaladze and M.Ladra) Cyclic homologies of crossed modules of algebras, J. Noncommutative Geometry 6 (4) (2012), 749--771.
26. (with J.M.Casas and M.Ladra) On degree of derived functors, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 159 (2012), 11--20.
27. (with T.Kandelaki and M.Ladra) Categorical interpretations of some key agreement protocols, J. Mathematical Sciences 195 (4) (2013), 439-444
28. (with J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra) Adjunction between crossed modules of groups and algebras, J. Homotopy and Related Structures 9 (2014), 223-237.
29. Some aspects of homotopical algebra and non-abelian (co)homology theories, J. Mathematical Sciences (2013), (to appear).
30. (with J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra) Adjunction between crossed modules of groups and algebras, J. Homotopy and Related Structures (Springer) 9 (2014), 223—237.
31. (with G.Donadze and M.Ladra) Non-abelian tensor and exterior products of multiplicative Lie rings, Forum Mathematicum (De Gruyter) 29 (3), 2017, 563-575.
32. (with G.Donadze, M.Ladra and A.M.Vieites) Exact sequence in homology of multiplicative Lie rings and a new version of Stallings' theorem, J. Pure Appl. Algebra (Elsevier) 222 (2018), 1786 - 1802.
33. (with J.M.Casas, M.Ladra, S.Ladra) Handwritten character recognition using some (anti)-diagonal structural features, (submitted in 2018).

34. A. Gagnidze, M. Iavich, N. Inasaridze, G. Iashvili, Analysis of one-time signature schemes, Scientific and Practical Cyber Security Journal 1 (01) (2017).
35. A. Gagnidze, M. Iavich, N. Inasaridze, G. Iashvili, V.Vyalkova, Critical Analysis of Hash Based Signature Schemes, International Journal of Cyber- Security and Digital Forensics (IJCSDF), 2018, 7(1): 47-55.
36. N.Inassaridze, M.Joglidze, On digital signature schemes, Scientific and Practical Cyber Security Journal 1 (02) (2017).
37. N.Inassaridze, M.Iavich, E.Khmaladze, G.Iashvili, Naive algorithm to Bos- Chaum one-time signature scheme, Bull. Georgian Acad. Sci. (accepted in 2018).

ბ. მესაბლიშვილი იკვლევს კატეგორიული ალგებრის საკითხებს. მან დაამტკიცა, რომ კომუტაციური რგოლების წმინდა ჰომომორფიზმები არის ეფექტური დაწევის მორფიზმები კომუტაციური რგოლების ორადულ კატეგორიაზე მოდულებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიის მიმართ. მან დაამტკიცა, რომ კომუტაციური რგოლების წმინდა ჰომომორფიზმები არის აგრეთვე ეფექტური დაწევის მორფიზმები კომუტაციური რგოლების ორადულ კატეგორიაზე სასრულად წარმოქმნილი, ბრტყელი, სასრულად წარმოქმნილი პროექციული მოდულებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიების მიმართ. მის მიერ მიღებულია სქემების იმ კვაზი-კომპაქტური მორფიზმების სრული დახასიათება, რომლებიც არის ეფექტური დაწევის მორფიზმები სქემების კატეგორიაზე კვაზი-კოჰერენტული მოდულებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიის მიმართ, მან აჩვენა რომ იგივე მორფიზმები არის ეფექტური დაწევის მორფიზმები სქემების კატეგორიაზე სასრული ტიპის, ბრტყელი, სასრული ტიპის ბრტყელი, ლოკალურად პროექციული კვაზი-კოჰერენტული მოდულების კონებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიების მიმართ. მის მიერ შემოტანილია ეფექტური დაწევის ტიპის მონადის განმარტება და დამტკიცებულია, რომ მარცხენა შეუღლებული ფუნქტორი არის კომონადური მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ამ შეუღლებით ინდუცირებული მონადა არის ეფექტური დაწევის ტიპის. ამ შედეგის გამოყენებით მოცემულია სიმრავლეებზე, წერტილოვან სიმრავლეებზე და ზოგიერთ რგოლზე მოდულების კატეგორიებზე განსაზღვრული ეფექტური დაწევის ტიპის მონადების სრული დახასიათება. მიღებულია არაკომუტაციური რგოლების გაფართოებით მიღებული სკალარების შეცვლის ფუნქტორის კომონადურობის კრიტერიუმი. დამტკიცებულია, რომ Barr-ის აზრით - კატეგორიაზე განსაზღვრული მარცხენა ფუნქტორი არის კომონადური მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის არის წინაკომონადური. მან მიიღო აუცილებელი და საკმარისი პირობა იმისა, რომ ლოკალურად წარმოდგენად კატეგორიაში წმინდა მორფიზმი იყოს ეფექტური დაწევის. დამტკიცებულია, რომ მონოიდალურ სიმეტრიულ ლოკალურად წარმოდგენად კატეგორიებში კომუტაციური მონოიდების წმინდა მორფიზმები არის ეფექტური დაწევის. გამოყოფილია ჩაკეტილი სიმეტრიული მონოიდალური კატეგორიების ისეთი კლასი, რომლებშიც კომუტაციური მონოიდების მორფიზმი არის ეფექტური დაწევის მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის არის წმინდა.

ბ. მესაბლიშვილმა ელემენტარულ ტოპოსში განმარტა ბმული რგოლის გალუას გაფართოება და დაამტკიცა გალუას ფუნდამენტური თეორემა ასეთი გაფართოებებისათვის. დამტკიცებულია, რომ ელემენტარულ ტოპოსში შინაგანი მოდულების კატეგორიაში Chase-Sweeler-ის და Ligon-ის გალუას თეორიები ექვივალენტურია. მიღებულია Masuoka-ს თეორემის ბიკატეგორიული განზოგადება, რომელიც არაკომუტაციური რგოლების გაფართოებისათვის ანზოგადებს იმ კარგად ცნობილ ფაქტს, რომ კომუტაციური რგოლების მკაცრად ბრტყელი გაფართოების შესაბამისი ფარდობითი პიკარის ჯგუფი არის ამიცურის კოჰომოლოგიის პირველი ჯგუფის იზომორფული. მიღებულია ე.წ. სტრუქტურული თეორემა ჰოპფის მოდულებისათვის ჰოპფის ალგებრის მიმართ ნებისმიერ გადაწნულ მონოიდალურ კატეგორიაში. განვსაზღვრულია გალუას ფუნქტორის ცნება და დამტკიცებულია ზოგადი ე.წ. სტრუქტურული თეორემა. დამტკიცებულია, რომ სტრუქტურული თეორემები განზოგადოებული ჰოპფის მოდულებისათვის (იხ. Aguiar, M. and Chase, S.U., Generalized Hopf modules for bimonads, Theory Appl. Categ. 27 (2013), 263–326) და ჰოპფის მოდულებისათვის ჰოპფის ალგებრის მიმართ ორმაგ მონოიდალურ კატეგორიებში (იხ. Bohm, G., Chen, Y. and Zhang, L., On Hopf monoids in duoidal categories, J. Algebra 394 (2013), 139–172) არის ჩვენი სტრუქტურული თეორემის კერძო შემთხვევები. შემოტანილია ბიმონადის და ჰოპფის მონადის განმარტებები, რომლებიც განაზოგადებს ბიალგებრის და ჰოპფის ალგებრის კლასიკურ ცნებებს. დამტკიცებულია განზოგადოებული ფუნდამენტური თეორემა ჰოპფის მოდულების შესახებ. დამტკიცებულია, რომ sup-სტრუქტურების კატეგორიაზე გამდიდრებული ნებისმიერი მცირე კატეგორია არის მორიტა-ექვივალენტური sup-მონოიდის. შემოტანილია ერთიდაიგივე კატეგორიაზე განსაზღვრული მონადის და კომონადის დაწყვილების ცნება. ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერი დაწყვილება განსაზღვრავს ე.წ. რაციონალურ ფუნქტორს, რომელიც განაზოგადებს კოალგებრებისათვის ცნობილ რაციონალურ ფუნქტორს.

ნაჩვენებია, რომ კლასიკური შედეგი, რომელიც ამტკიცებს, რომ კომუტაციური რგოლების მკაცრად ბრტყელ გაფართოებასთან ასოცირებული ფარდობითი პიკარისა და ამიცურის კოჰომოლოგიის პირველი ჯგუფები იზომორფულია, სრულდება ზოგად მონოიდალურ კატეგორიებში. დამტკიცებულია, რომ კომუტაციური ბანახის ალგებრების ჰომორფიზმი ნორმით არის ეფექტური დაწევის მორფიზმი ბანახის მოდულებისათვის მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც ის არის სუსტი რეტრაქტი. ზოგად კატეგორიებზე განსზღვრულია სუსტი ბიმონადია ცნება და მისთვის დამტკიცებულია ფუნდამენტური თეორემა. მოცემულია განზოგადოებული ბიალგებრებისათვის J.P. Loday-ის მდგარდობის თეორემისწმინდა კატეგორიული დამტკიცება. ნაჩვენებია, რომ გადაწნულ მონოიდალურ კატეგორიებში მარცხენა და
მარჯვენა აძუმაიას მონიდების ცნებები ერთმანეთს ემთხვევა და რომ ასეთი ობიექტები შეიძლება წარმოდგინდეს, როგორც განზოგადოებული გალუას ობიექტები. დამტკიცებულია, რომ ლოკალურად წარმოდგენად მონოიდალურ კატეგორიაში წმინდა მორფიზმები არის ეფექტური დაწევის მორფიზმები ამ კატეგორიის კომუტაციურ მონოიდებითა და მათზე მოდულებით განსაზღვრული ინდექსირებული კატეგორიის მიმართ. ნაჩვენებია, რომ Aguiar, M. and Chase, S.U., Generalized Hopf modules for bimonads, Theory Appl. Categ. 27 (2013), 263–326 და Bohm, G., Chen, Y. and Zhang, L., On Hopf monoids in duoidal categories, J. Algebra 394 (2013), 139–172 სტატიებში მიღებული ძირითადი შედეგები არის ჩვენი სტატიის Mesablishvili, B. and Wisbauer, R., Notes on bimonads and Hopf monads, Theory Appl. Categ. 26 (2012), 281–303 ერთი შედეგის კერძო შემთხვევები.

პუბლიკაცია

1. (R. Wisbauer-თან) Azumaya monads and comonads. Journal of Algebra, (იბეჭდება) (იხ. აგრეთვე arXiv:1308.0251v1 [math.CT] 1 Aug 2013).
2. (R. Wisbauer-თან) Galois functors and generalised Hopf modules. Journal of Homotopy and Related Structures, (იბეჭდება); (იხ. აგრეთვე arXiv:1302.1729v1 [math.CT] 7 Feb 2013).
3. Descent in locally presentable categories. Applied Categorical Structures , (იბეჭდება) (2013).
4. Azumaya Algebras as Galois Comodules . Journal of Mathematical Sciences 195 (2013), 518-522.
5. (R. Wisbauer-თან) On Rational pairings of functors. Applied Categorical Structures 21 (2013), 249-290.
6. (R. Wisbauer-თან) QF functors and (co)monads. Journal of Algebra 376 (2013), 101-122.
7. Pure morphisms are effective for modules. Applied Categorical Structures 21 (2013), 801-809.
8. Descent in monoidal categories. Theory and Applications of Categories 27 (2012), 210-221.
9. Effective codescent morphisms in locally presentable categories. Journal of Mathematical Sciences 186 (2012), 770-780.
10. (J. Gomez-Torrecillas-თან). A bicategorical version of Masuoka's theorem. Applications to bimodules over functor categories and to firm bimodules. Algebras and Representation Theory 15 (2012), 147-194.

11. (R. Wisbauer-თან) Notes on bimonads and Hopf monads. Theory and Applications of Categories 26 (2012), 281-303.
12. (R. Wisbauer-თან) Bimonads and Hopf monads on categories. Journal of K-Theory 7 (2011), 349-388.
13. (R. Wisbauer-თან) Galois functors and entwining structures. Journal of Algebra 324 (2010), 464-506.
14. Descent in -autonomous categories. Journal of Pure and Applied Algebra 213 (2009), 60-70.
15. Entwining structures in monoidal categories. Journal of Algebra 319 (2008), 2496-2517.
16. Comonadicity and invertible bimodules. Journal of Algebra 313 (2007), 761-772.
17. Monads of effective descent type and comonadicity. Theory and Applications of Categories 16 (2006), 1-45.
18. On comonadicity of extension-of-scalars functors. Journal of Algebra 305 (2006), 1102-1110.
19. Descent in categories of (co)algebras. Homology, Homotopy and Applications 7 (2005), 1-8.
20. More on descent theory for schemes. Georgian Mathematical Journal 11 (2004), 783-800.
21. Every small SL-enriched category is Morita equivalent to an SL-monoid. Theory and Applications of Categories 13 (2004), 169-171.
22. Descent theory for schemes. Applied Categorical Structures 12(2004), 485-512.
23. On some properties of pure morphisms of commutative rings. Theory and Applications of Categories 10 (2002), 180-186.
24. Pure morphisms of commutative rings are effective descent morphisms for modules - a new proof. Theory and Applications of Categories 7(2000), 38-42.
25. Galois theory in a category of modulus over an elementary topos. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences 159 (1999), 20-22.
26. Galois objects in the category of internal commutative algebras in an elementary topos and their flatness. I.N. Vekua Institute of Applied Mathematics 35 (1990), 28-44.
27. Fundamental theorem for finite Galois extensions of an internal commutative connected ring in an elementary topos and the functor T. I.N. Vekua Institute of Applied Mathematics 35 (1990), 9-27.
28. Finite Galois extensions of a connected ring in an elementary topos. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences 135 (1989), 32-36.
29. The lattice of separable subalgebras of a radical extension of a connected ring. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences 126 (1987), 29-32.
30. J. Gomez-Torrecillas and B. Mesablishvili , Some exact sequences associated with adjun -ctions in bicategories. Applications. Transactions of the American Mathematical Society (იბეჭდება http://www. ams.org/cgibin/mstrack/accepted_papers/tran), 2018.
31. 2. B. Mesablishvili, Effective descent morphisms for Banach modules, Jourrnal of algebra and its applications 17(5),1850092_(1-6), 2018.
32. 3. B. Mesablishvili and R. Wisbauer, The fundamental theorem for weak braided monads, Journal of Algebra 490 , 55-103, 2017.
33. 4. M. Livernet, B. Mesablishvili and R. Wisbauer, Generalised bialgebras and entwined monads and comonads, Journal of Pure and Applied Algebra 219 , 3263-3278, 2015.
34. 5. B. Mesablishvili and R. Wisbauer, Azumaya monads and comonads. Axioms 4, pp. 32-70, 2015.
35. 6. B. Mesablishvili, Descent in locally presentable categories, Applied Categorical Structures 22 , 715-726, 2014.
36. 7. B. Mesablishvili and R. Wisbauer, Galois functors and generalised Hopf modules, Journal of Homotopy and Related Structures 9 , 199-222, 2014.
37. 8. B. Mesablishvili and R. Wisbauer , On Rational pairings of functors, Applied Categorical Structures 21 , 249-290, 2013.
38. 9. B. Mesablishvili and R. Wisbauer, QF functors and (co)monads, Journal of Algebra 376, 101-122, 2013.

39. 10. B. Mesablishvili, Pure morphisms are effective for modules, Applied Categorical Structures 21 , 801-809, 2013.
40. 11. B. Mesablishvili, Azumaya Algebras as Galois Comodules , Journal of Mathematical Sciences 195, 518-522, 2013.

ე. **ხმალაძემ** განავითარა ლის ალგებრების არააბელური მოდ ქ ტენზორული დაგარე ნამრავლები და აღწერა ლის ალგებრების უნივერსალური ქ-ცენტრალურიფარდობითი გაფართოება. ხმალაძემ (ნ. ინასარიძესთან ერთად) ააგო წინაჯვარედინი მოდულების მოდ ქ ჰომოლოგიები და მიიღეს ჰოპფის ფორმულა მეორე მოდ ქ ჰომოლოგიისათვის. მან (სეგარასთან ერთად) განავითარა ექვივარიანტული აბელური და სიმეტრიული კოჰომოლოგიის თეორიები და მიიღო თეორემები გრადუირებული გრეხილი კატეგორიული ჯგუფების და გრადუირებული პიკარდის კატეგორიების ჰომოტოპიური კლასიფიკაციის შესახებ. მან ან (კასასთან და ლადრასთან ერთად) გამოიკვლია ლაიბნიცის ნ-ალგებრების ამოხსნადობის და ნილპოტენტურობის საკითხი, განავითარა ლაიბნიცის ნალგებრების ჯვარედინი მოდულების თეორია და აღწერა მეორე კოჰომოლოგია ჯვარედინი გაფართოებებით, მან აგრეთვე მიიღო მაღალი რიგის ჰოპფის ტიპის ფორმულები ლაიბნიცის ნ-ალგებრების ჰომოლოგიებისათვის.

აგებულია შეუღლებული ფუნქტორები ჯგუფების, ასოციური ალგებრების და ლის ალგებრების ჯვარედინი მოდულების კატეგორიებს შორის. მიღებული შედეგებით განზოგადებულია კლასიკური ჯგუფური ალგებრის და უნივერსალური მომვლები ალგებრის კონსტრუქციები. შეუღლებული ფუნქტორების ტერმინებში დადგენილია კავშირები ლის, ლაიბნიცის, ასოციური და დიასოციური ალგებრების ჯვარედინი მოდულების კატეგორიებს შორის. განვითარებულია არააბელური ტენზორული ნამრავლები და დაბალგანზომილებიანი არააბელური ჰომოლოგიები ლის სუპერალგებრებისთვის, ჰომ-ლის და ჰომ-ლაიბნიცის ალგებრებისთვის. თითოეული მათგანისთვის მიღებულია გამოყენებები ცენტრალურ გაფართოებებში, ციკლურ და ჰოხშილდის ჰომოლოგიებში. შესწავლილია ცენტრალური გაფართოებები ლაიბნიცის ალგებრების კატეგორიაში ლის ალგებრების ქვეკატეგორიის მიმართ და მიღებულია ცენტრალურ გაფართოებებზე ბევრი კლასიკური ფაქტის განზოგადება ამ ფარდობით შემთხვევაზე. განვითარებულია ლაიბნიცის ალგებრების არააბელური გარე ნამრავლი, შესწავლილია მისი კავშირი ლაიბნიცის ალგებრების არააბელური ტენზორულ ნამრავლთან და მიღებულია მისი გამოყენებები ლაიბნიცის ჰომოლოგიებში. აგებული და შესწავლილია აქტორ ობიექტი ლაიბნიცის ალგებრების კატეგორიაში.

პუბლიკაცია

1. E. Khmaladze, *On cohomology of small categories,* Proc. A. Razmadze Math. Inst. 118 (1998), 43 - 51.
2. E. Khmaladze, *Non-abelian tensor product of Lie algebras modulo q,* Bull. Georgian Acad. Sci. 160 (1999), 206 - 210.
3. E. Khmaladze, *Non-abelian tensor and exterior products modulo q and universal q-central relative extension of Lie algebras,* Homology, Homotopy and Applications 1 (1999), 187 - 204.
4. E. Khmaladze, *Non-abelian tensor and exterior products of Lie algebras modulo q and related constructions,* Bull. Georgian Acad. 161 (2000), 16 - 19.
5. N. Inassaridze and E. Khmaladze*, More about homological properties of precrossed modules,*
1. Homology, Homotopy and Applications 2 (2000), 105 - 114.
6. E. Khmaladze, *Homology of Lie algebras with L/qL coefficients and exact sequences,* Theory and Applications of Categories 10 (2002), 113 - 126.
7. N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Non-abelian tensor product of Lie algebras and its derived functors,* Extracta Mathematicae 17 (2002), 281 - 288.

8. N. Inassaridze and E. Khmaladze, *Non-abelian (co)homology of Lie algebras,* Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131 (2003), 123 - 125.
9. N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Non-abelian homology of Lie algebras,* Glasgow Math. J. 46 (2004), 417 - 429.
10. J.M. Casas, N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Homology of n-types and Hopf type formulas,* Pure and Applied Algebra 200 (2005), 267 - 280.
11. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *On solvability and nilpotency of Leibniz n-algebras,* Communications in Algebra 34 (2006), 2769 - 2780.
12. A. M. Cegarra and E. Khmaladze, *Homotopy classification of braided graded categorical groups,* J. Pure and Applied Algebra 209 (2007), 411 - 437.
13. A. M. Cegarra and E. Khmaladze, *Homotopy classification of graded Picard categories,* Advances in Mathematics 213 (2007), 644 - 686.
14. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *Crossed modules for Leibniz n-algebras,* Forum Mathematicum 20 (2008), 841 - 858.
15. N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Non-abelian cohomology and extensions of Lie algebras,* J. Lie Theory 18 (2008), 413 - 432.
16. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *Higher Hopf formulas for homology of Leibniz n-algebras,* J. Pure and Applied Algebra 214 (2010), 797 - 808.
17. H. Inassaridze and E. Khmaladze, *Hopf formulas for equivariant homology of groups,* Proc. American Math. Soc. 138 (9) (2010), 3037 - 3046.
18. J. M. Casas, E. Khmaladze, M. Ladra, T. Van der Linden, *Homology and central extensions of Leibniz and Lie n-algebras,* Homology, Homototy and Applications 13 (2011), 59 - 74.
19. G. Donadze, N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Cyclic homologies of crossed modules of algebras,* J. Non-commutative Geometry 6 (4) (2012), 749 - 771.
20. E. Khmaladze*, On associative and Lie 2-algebras,* Proc. A. Razmadze Math. Institute 159 (2012), 57-64.
21. J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, *Low-dimensional non-abelian Leibniz cohomology,* Forum Mathematicum 25 (3) (2013), 443 - 469.
22. E. Khmaladze, *On non-abelian Leibniz cohomology,* J. Math. Sciences 195 (4) (2013), 481-485.
23. J. M. Casas, N. Inassaridze, E. Khmaladze and M. Ladra, *Adjunction between crossed modules of groups and algebras,* J. Homotopy and Related Structures (2013) (in press, DOI 10.1007/s40062-013-0073-0).
24. J. M. Casas, R. Fernandez-Casado, E. Khmaladze and M. Ladra, *Universal enveloping crossed module of a Lie crossed module,* Homology, Homotopy and Applications (submitted for publication in 2013).
25. (with J. M. Casas and M. Ladra), Low-dimensional non-abelian Leibniz cohomology, Forum Mathematicum (Walter de Gruyter) 25 (3) (2013), 443-469.
26. On non-abelian Leibniz cohomology , J. Mathematical Sciences (Springer) 195 (4) (2013), 481-485.
27. (with J. M. Casas, N. Inassaridze and M. Ladra), Adjunction between crossed modules of groups and algebras, J. Homotopy and Related Structures (Springer) 9 (2014), 223-237.
28. (with J. M. Casas, R. Fernandez-Casado and M. Ladra), Universal enveloping crossed module of a Lie crossed module , Homology, Homotopy and Applications (International Press) 16 (2) (2014), 143-158.
29. (with J. M. Casas and N. Pacheco Rego), Non-abelian homology of Hom-Lie algebras and applications , Proc. A. Razmadze Math. Institute 167 (2015), 99-106.
30. (with X. Garcia-Martnez and M. Ladra), Non-abelian tensor product and homology of Lie superalgebras, J. Algebra (Elsevier) 440 (2015), 464-488.
31. (with J. M. Casas), On Lie-central extensions of Leibniz algebras, Revista Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales, Serie A, Matematicas (Springer) 111(1) (2017), 39- 56.

32. (with J. M. Casas and N. Pacheco Rego) , A non-abelian tensor product of Hom-Lie algebras, Bull. of the Malaysian Math. Sciences Society (Springer), 40 (2017), 1035-1054.
33. (with J.M. Casas, R. Fernandez-Casado and M. Ladra), More on crossed modules of Lie, Leibniz, associative and diassociative algebras, J. Algebra and its Applications (World Scientific),16 (6) (2017), 17 pages (published online: June 2017).
34. (with J. M. Casas and N. Pacheco Rego), A non-abelian Hom-Leibniz tensor product and applications ,Linear and Multilinear Algebra (Taylor and Francis), 66 (6) (2018), 1133 -1152.
35. (with G. Donadze and X. Garcia-Martinez), A non-abelian exterior product and homology of Leibniz algebras ,Revista Matematica Complutense (Springer), 31 (2018), 217-236.
36. (with J.M. Casas, R. Fernandez-Casado and X. Garcia-Martinez), Actor of a crossed module of Leibniz algebras , Theory and Applications of Categories, 33 (2) (2018), 23-42.

დ. ზანგურაშვილმა შეისწავლა ფუნქტორთა კატეგორიების ამალგამირების, კონგრუენციების გაფართოების, და სხვა კატეგორიულ-ალგებრული თვისება. აღნიშნული შედეგები განზოგადოებულია მის მიერ გროთენდიკის ტოპოსში ალგებრების მრავალნაირობებისათვის. მან მიიღო აბსტრაქტულ კატეგორიებში ფაქტორიზაციის სისტემების აგების ერთ-ერთი მეთოდი და ნაპოვნია სხვა მეთოდები ასეთი სისტემების აგებისათვის. მიღებული შედეგები გამოყენებულია აბელური ჯგუფების, ჰეიტინგის ალგებრების, ლოკალურად კომპაქტური აბელური ჯგუფების და სხვა კონრეტული კატეგორიებისათვის. მან განავითარა გროთენდიკის დაწევის თეორია ამალგამირების თვისების მქონე კატეგორიებში. მიღებული შედეგების გამოყენებით აღიწერა ეფექტური კოდაწევის მორფიზმები ტოპოლოგიური სივრცეების, ჰაუსდორფის სივრცეების, კომპაქტური ჰაუსდორფის სივრცეების, მეტრიკული სივრცეების და სხვა გეომეტრიული ბუნების კონკრეტულ კატეგორიებში. გარდა ამისა, ნაპოვნია ალგებრების იმ მრავალნაირობების სინტაქსური დახასიათება, სადაც ყველა დაწევის მორფიზმი ეფექტურია. მათ შორისაა ის მრავალნაირობები, სადაც ფუშაუტების ელემენტებისათვის არსებობს ნორმალური ფორმები (ჯგუფები, კვაზი-ჯგუფები, ლუპები, და სხვა). ნაპოვნია კავშირი ასეთი ფორმების არსებობის საკითხსა და ტერმების გადაწერის სისტემების თეორიაში კარგად ცნობილ კონფლუენტობის პირობასთან, რაც იძლევა ზემოთ-აღნიშნული მრავალნაირობების პოვნის საკითხის ალგორითმული გადაჭრის საშუალებას. მან შეისწავლა რეგულარული ეპიმორფიზმების კლასის ეფექტური დაწევის მორფიზმების გასწვრივ ფულბეკების მიმართ მდგრადობის საკითხი. დახასიათებულია მემკვიდრეობით რგოლზე მოდულების სტაბილურ კატეგორიაში მონო/ეპიმორფიზმები და ნაჩვენებია, რომ ეს კატეგორია არც აბელურია (ტრივიალური შემთხვევების გარდა) და არც ტრიანგულირული. განზოგადოებულია პონტრიაგინის თეორემა იმის შესაზებ, რომ T_1 ტოპოლოგიური ჯგუფი სავსებით რეგულარულია იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ჯგუფების ნაცვლად გვაქვს სხვა ალგებრები. შესწავლილია ტოპოლოგიური ალგებრების მრავალნაირობებში ფუშაუტების კონსტრუქციის აღწერის საკითხი. მან ააგო რეგიონებში მიგრაციული პროცესებისა და სხვა სისტემების მათემატიკური მოდელები, და ნაპოვნია ამ სისტემების მართვის ოპტიმალური პარამეტრები. ნაპოვნია საკმარისი პირობა იმისათვის, რომ უნივერსალური ალგებრების მრავალნაირობაში ფუშაუტების ელემენტებს ჰქონდეთ ნორმალური ფორმები, საიდანაც მივიღებთ, რომ ყველა კოდაწევის მორფიზმი ეფექტურია ასეთ მრავალნაირობაში. დამტკიცებულია, რომ ეს საკმარისი პირობა სრულდება ისეთ მრავალნაირობებში, რომლებიც წარმოქმნილია ტერმების გადაწერის ე.წ. კონფლუენტური სისტემებით. ნაპოვნია შესაბამისი მაგალითები. აბსტრაქტულ კატეგორიებში არწერილია ისეთი ეფექტური დაწევის მორფიზმები, რომელთა მიმართ ყოველი რეგულარული ეპიმორფიზმის ფულბეკი არის რეგულარული ეპიმორფიზმი. შესწავლილია საკითხი იმის შესახებ, როდის არის (ეფექტური) დაწევის მორფიზმების კლასი მყარი ფუშაუტების მიმართ. ა.მარტსინკოვსისთან ერთად შესწავლილია მოდულების სტაბილური კატეგორიის სხვადასხვა თვისება (ბირთვების, ნამრავლების და კონამრავლების არსებობა; აღწერილია (ნორმალური) მონომორფიზმები, ეპიმორფიზმები). დამტკიცებულია, რომ მარცხნიდან მემკვიდრეობით რგოლზე მოდულების სტაბილური

კატეგორია არის აბელური მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა რგოლის, როგორც თავის თავზე მარცხენა მოდულის ინექციური გარსი არის პროექციული, რაც ექვივალენტური იმისა, რომ მოცემული რგოლი არის გაყოფად რგოლებზე სრული სამკუთხა ბლოკური მატრიცების პირდაპირი ნამრავლი.

პუბლიკაცია

1. M.Akhobadze, N. Tevzadze, and D. Zangurashvili, Analysis of a questionnaire with the application of fuzzy set theory, Bull. Georgian Acad. Sci. 150, 3, 1994 (in Georgian).
2. M.Akhobadze and D. Zangurashvili, Optimization problem for tare turnover, Bull. Georgian Acad. Sci. 154, 3, 1996, 356-358.
3. M.Akhobadze and D. Zangurashvili, On the optimal value of the court budget, Proc. A. Eliashvili Inst. Control Systems, 7, 2003, 54-56 (in Georgian).
4. M.Akhobadze and D. Zangurashvili, Simulation model of court functioning on the basis of queuing theory, Proc. II International Conference “Parallel computations and control problems”, Moscow, 2004, 350-360.
5. M.Akhobadze , I. Bregvadze, D. Zangurashvili, M. Zangurashvili, Z. Machavariani, Mathematical modelling and control algorithms for macrosystems, auxiliary manual for students of Technical University of Georgia, TUG, Tbilisi, 2005.
6. M.Akhobadze, D. Zangurashvili , G. Shubitidze, and A. Vadatchkoria, Prevention of population explosions in the process of the control of cities and regions, Proc. IV International Conference “System Identification and Control Problems”, Moscow, 2005, 1025-1044.
7. A.Martsinkovsky, O. Veliche, and D. Zangurashvili, The stable module category over a pseudo-hereditary ring (in preparation).
8. G.Samsonadze and D. Zangurashvili, Amalgamated free products of topological algebras (in preparation).
9. G.Shubitidze, A. Vadatchkoria, and D. Zangurashvili, On the optimal routes of the production supply, Trans. Georgian Technical Univ., 421, 1998, 25-28.
10. D.Zangurashvili, On some categorical algebraic properties of functor categories with values in concrete categories, Bull. Georgian Acad. Sci. 135, 2, 1989, 17-19 (in Russian).
11. D.Zangurashvili, Some categorical-algebraic properties of quasi-varieties of algebras in a Grothendieck topos, Bull. Georgian Acad. Sci. 139, 1, 1990, 25-28 (in Georgian).
12. D.Zangurashvili, On some categorical algebraic properties of functor categories, Bull. Georgian Acad. Sci. 141, 2, 1991, 269-272.
13. D.Zangurashvili, On some categorical algebraic properties of functor categories, II. Counter-examples, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 113, 1995, 155-172.
14. D.Zangurashvili, Factorization systems and adjunctions, Georgian Math. Journal 6, 2, 1999, 191-200.
15. D.Zangurashvili, Adjunctions and locally transferable factorization systems, Applied Categorical Structures, 9, 6, 2001, 625-650.
16. D.Zangurashvili, The strong amalgamation property and codescent morphisms, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 131, 2003, 150.
17. D.Zangurashvili, The strong amalgamation property and (effective) codescent morphisms, Theory and Applications of Categories 11, 20, 2003, 438-449.
18. D.Zangurashvili, Several constructions for factorization systems, Theory and Applications of Categories 12, 11, 2004, 326-354.
19. D.Zangurashvili, Some categorical algebraic properties: counter-examples for functor categories, Applied Categorical Structures, 13, 2, 2005, 113-120.
20. D.Zangurashvili, Effective codescent morphisms, amalgamations and factorization systems, Journal of Pure and Applied Algebra, 209, 1, 2007, 255-267.
21. D. Zangurashvili, Effective codescent morphisms in some varieties of universal algebras, Appl. Categ. Structures, 22, 2014, 241-252.

22. D. Zangurashvili, Some stability properties of epimorphism classes, Theory Appl. Categ. , 29(1), 2014, 1-16.
23. A. Martsinkovsky, D. Zangurashvili, The stable category of a left hereditary ring, J. Pure Appl. Categ., 219, 2015, 4061-4089.
24. G. Samsonadze, D. Zangurashvili, Effective codescent morphisms in the varieties determined by convergent term rewriting systems, Tbilisi Math. Journal, 9(1), 2016, 49-64.
25. D.Zangurashvili, Effective codescent morphisms in some varieties of universal algebras , accepted by Applied Categorical Structures, Applied Categorical Structures, DOI 10.1007/s10485-013-9301-3; 2013.n
26. D.Zangurashvili, Some stability properties of classes of epimorphisms (Theory and Applications of Categories; in press).
27. D.Zangurashvili, Varieties with normal forms for elements of amalgamated free products (in preparation).
28. D.Zangurashvili, A remark on effective descent morphisms (in preparation);
29. D.Zangurashvili, A generalization of Pontryagin Theorem (in preparation).

ა. პაჭკორიამ მონოიდისთვის ააგო კოჰომოლოგიის მონოიდები კოეფიციენტებით ნახევრადმოდულში და მათი გამოყენებით დახასიათდა ნახევრადმოდულების შრაიერის გაფართოებები მონოიდის საშუალებით. ნებისმიერი ადიტიური ფუნქტორისთვის, რომელიც განსაზღვრულია შეკვეცადი ნახევრადმოდულების კატეგორიაზე და მნიშვნელობებსაც შეკვეცადი ნახევრადმოდულების კატეგორიაში ღებულობს, მან აიგო წარმოებული ფუნქტორები (ამისათვის საჭირო გახდა საკუთრივი პროექციული ნახევრადმოდულის შემოტანა და გამოყენება). ეს კონსტრუქცია წარმოადგენს კლასიკური წარმოებული ფუნქტორების კონსტრუქციის ბუნებრივ განზოგადებას. Hom ფუნქტორის წარმოებულები ფუნქტორები აღიწერა ნახევრადმოდულების გაფართოებების საშუალებით . მან შესწავლილია შინაგანი კატეგორიები და ჯგუფოიდები მონოიდების კატეგორიაში. კერძოდ, დაამტკიცა, რომ კატეგორია შრაიერის შინაგანი კატეგორიებისა მონოიდებში ექვივალენტურია ჯვარედინა ნახევრადმოდულების კატეგორიის. ეს აფართოებს ბრაუნ-სპენსერის ცნობილ ექვივალენტობას ჯვარედინა მოდულების კატეგორიასა და ჯგუფებში შინაგანი კატეგორიების კატეგორიას შორის. ა.პაჭკორიამ ნახევრადმოდულებისთვის (კერძოდ, აბელის მონოიდებისთვის) შექმნა ჰომოლოგიური ალგებრის აპარატი (რომელიც მოდულების შემთხვევაში ემთხვევა კლასიკურს): განმარტა ნახევრადმოდულების ჯაჭვური კომპლექსი, მისი ჰომოლოგიის და კოჰომოლოგიის მონოიდები, ჯაჭვური კომპლექსების მორფიზმი, მორფიზმების ჯაჭვური ჰომოტოპია და ა. შ., დამტკიცებულია ჯაჭვური კომპლექსების შრაიერის მოკლე ზუსტი მიმდევრობით ინდუცირებული ჰომოლოგიის მონოიდების გრძელი მიმდევრობის სიზუსტის თეორემები. ამ აპარატის ერთერთი მნიშვნელოვანი გამოყენება არის შემდეგი: ყოველ სიმპლიციალურ აბელის მონოიდთან ბუნებრივად ასოცირდება აბელის მონოიდების ჯაჭვური კომპლექსი, რომლის ჰომოლოგიის და კოჰომოლოგიის მონოიდები წარმოადგენენ ჰომოტოპიური ტიპის ინვარიანტებს სიმპლიციალური აბელის მონოიდების კატეგორიაზე.

ა.პაჭკორიამ ნახევრადმოდულების კატეგორიაზე განსაზღვრული Hom ფუნქტორის ტაკაჰაშის სატელიტი დააკავშირა Hom ფუნქტორის სხვა ცნობილ სატელიტებთან. კერძოდ, დადგინდა პირობები ტაკაჰაშის სატელიტის იზომორფულობისა ხ.ინასარიძის და ჯანელიძის Ext ფუნქტორებთან. მან შემოტანა ცნება ნახევრადრგოლისა ვალუაციით არაუარყოფით მთელ რიცხვებში და დაამტკიცა, რომ ყოველი პროექციული ნახევრადმოდული ასეთ ნახევრადრგოლზე თავისუფალია. აქედან მიიღო შედეგი: თუ E არის ჯგუფი, თავისუფალი მონოიდის ქვემონოიდი ან თავისუფალი აბელის მონოიდის ქვემონოიდი, მაშინ ყოველი პროექციული ნახევრადმოდული E-ს მონოიდურ ნახევრადრგოლზე კოეფიციენტებით არაუარყოფით მთელ რიცხვებში თავისუფალია. მის მიერ ნახევრადმოდულებისათვის განვითარებულმა ჰომოლოგიური ალგებრის მეთოდებმა ბუნებრივად მიიყვანა მონოიდის (კერძოდ, ჯგუფის) ახალი კოჰომოლოგიის და ჰომოლოგიის მონოიდების (კოეფიციენტებით ნახევრადმოდულებში) შემოღებამდე. დადგენილია, რომ ისინი, განსხვავებით აქამდე

არსებული (კო)ჰომოლოგიის მონოიდებისგან, უშვებენ გამოთვლებს თავისუფალი რეზოლვენტების ტექნიკის გამოყენებით. სწორედ ამის გათვალისწინებით გამოთვლილია სასრული ციკლური ჯგუფის ახალი კოჰომოლოგიის და ჰომოლოგიის მონოიდები. შემოტანილია მონოიდის ახალი კოჰომოლოგიის მონოიდები კოეფიციენტებით ნახევრადმოდულებში, მათი საშუალებით აღწერილია მონოიდების შრაიერის ტიპის გაფართოებები, დაკავშირებულია ისინი ჯგუფების გაფართოებებთან და გამოთვლილია ციკლური ჯგუფებისთვის. გარდა ამისა, მიღებულია სიმპლიციალური აბელის მონოიდის ჰომოტოპიის ჯგუფების ახალი აღწერა.

პუბლიკაცია

1. A. Patchkoria, On natural transformations of the relative Ext^1 functor, Proc.Junior Sci., Tbilisi State University, 2 (1974), 17-23 (in Russian).
2. A. Patchkoria, On extensions of semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 84 (1976), 3, 545-548 (in Russian).
3. A. Patchkoria, Extensions of semimodules by monoids and their cohomological characterization, Bull. Georgian Acad. Sci., 86 (1977), 1, 21-24 (in Russian).
4. A. Patchkoria, Cohomology of monoids with coefficients in semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 86 (1977), 3, 545-548 (in Russian).
5. A. Patchkoria, Schreier normal extensions of semimodolules, Proc. A. Razmadze Math. Inst., (1979), 76-90 (in Russian).
6. A. Patchkoria, On derived functors of semimodule-valued functors, Proc. A. Razmadze Math. Inst., 83 (1986), 60-75 (in Russian).
7. A. Patchkoria, On cohomology monoids, Proc. A. Razmadze Math. Inst., 91 (1988), 36-43 (in Russian).
8. A. Patchkoria, Crossed semimodules and Schreier internal categories in the category of monoids, Georgian Math. J., 5 (1998), 6, 575-581.
9. A. Patchkoria, Homology and cohomology monoids of presimplicial semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 162 (2000), 1, 9-12.
10. A. Patchkoria, Chain complexes of cancellative semimodules, Bull. Georgian Acad. Sci., 162(2000), 2, 206-208.
11. A. Patchkoria, Extensions of semimodules and the Takahashi functor $\text{Ext}_\Lambda(C, A)$, Proc. A. Razmadze Math. Inst., 131 (2003), 148-149 (short note).
12. A. Patchkoria, Extensions of semimodules and the Takahashi functor $\text{Ext}_\Lambda(C, A)$, Homology, Homotopy and Applications, 5 (2003), 1, 387-406.
13. A. Patchkoria, On exactness of long sequences of homology semimodules, Journal of Homotopy and Related Structures, 1 (2006), 1, 229-243.
14. A. Patchkoria, Projective semimodules over semirings with valuations in nonnegative integers, Semigroup Forum, 79 (2009), 3, 451-460.
15. A. Patchkoria, Cohomology monoids of monoids with coefficients in semimodules I, Journal of Homotopy and Related Structures, 2014 (in press).
16. A. Patchkoria, Cohomology monoids of monoids with coefficients in semimodules II, in preparation.
17. A. Patchkoria, Cohomology monoids of monoids with coefficients in semimodules I,
18. Journal of Homotopy and Related Structures, 9 (2014), 1, 239-255.
19. • A. Patchkoria, On homology monoids of simplicial abelian monoids, Bull. Georg. Natl.
20. Acad. Sci., 11 (2017), 2, 7-11.
21. • A. Patchkoria, Relationship between homology of a simplicial semimodule and
22. homology of its module completion. Bull. Georg. Natl. Acad. Sci., 11 (2017), 3, 28-33.
23. • A. Patchkoria, Cohomology monoids of monoids with coefficients in semimodules II,
24. Semigroup Forum (2017). https://doi.org/10.1007/s00233-017-9900-7.

მეცნიერული კვლევის თემატიკის აღწერა

ეს თემატიკა წარმოადგენს მათემატიკის დარგში ფუნდამენტურ კვლევას, სადაც ერთმანეთს კვეთს სხვადასხვა მათემატიკური მიმართულება: (არააბელური) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრა, K- თეორია, ციკლური ჰომოლოგია, არაკომუტაციური გეომეტრია და კატეგორიული ალგებრა. მისი ძირითადი მიზანია სხვადასხვა ტიპის ალგებრების სხვადასხვა ჰომოლოგიის თეორიებისა და ალგებრული და ტოპოლოგიური სტრუქტურების ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური თვისებების შესწავლა. კვლევის მნიშვნელოვანი ნაწილი განხორციელდება ციკლურ ჰომოლოგიაში, K-თეორიასა და ჰომოტოპიური ალგებრის არააბელურ და კატეგორიულ ასპექტებში, რომლებიც არიან კვლევის მნიშვნელოვანი მიმართულებები განვითარებული მათემატიკოსთა მზარდი რაოდენობის მიერ მთელს მსოფლიოში. მათ აქვთ მნიშვნელოვანი გამოყენებები მათემატიკის მრავალ დარგში, რამაც ბიძგი მისცა თანამედროვე მათემატიკის სხვა მრავალი დარგის განვითარებას. ჩვენ აქ ვუთითებთ კარუბის, ლოდეს, ქუილენის, სვანის, ვეიბელის და სხვების ფუნდამენტურ შრომებს (იხ. [Kar1, Kar2, Lo1, Lo2, Qu1-Qu3, Sw1, Sw2, We1, We2]). ჰომოტოპიური ალგებრის ერთ-ერთ მძლავრ ინსტრუმენტს წარმოადგენს არააბელური წარმოებული ფუნქტორების ცნება. ამის საილუსტრაციოდ ვიტყვით, რომ ის გამოყენებულ იქნა სვანისა [Sw1, Sw2] და კეუნეს [Ke] მიერ ალგებრული K-თეორიის სიმპლიციური ჯგუფების მეთოდით შესწავლისას და განვითარებულ იქნა არააბელურ ჰომოლოგიურ ალგებრაში ხ. ინასარიძის [InH5] და სხვების მიერ. მეორეს მხრივ, ბარისა და ბეკის შრომებში [BaBe1, BaBe2] კლასიკური (კო)ჰომოლოგიური ფუნქტორების უმრავლესობა აღიწერა არააბელური წარმოებული ფუნქტორების საშუალებით, როგორც კოსამეულის (კო)ჰომოლოგიები (იხ. აგრეთვე დასკინის შრომა [Du]).

მნიშვნელოვანი აღმოჩენა გაკეთებული კონის [Co1] და მისგან დამოუკიდებლად ციგანის [Ts] მიერ იყო ციკლური კოჰომოლოგიები, როგორც დერამის კოჰომოლოგიების სწორი არაკომუტაციური ანალოგი და ბუნებრივი მნიშვნელობათა არე ჩერნის მახასიათებელი ასახვისათვის K-თეორიიდან და K-ჰომოლოგიიდან K-თეორიასთან, K-ჰომოლოგიასა და KK-თეორიასთან დაწყვილებით, ციკლური კოჰომოლოგია ჩერნ-ვეილის თეორიის მსგავსად სრულიად ანზოგადებს კლასიკური დიფერენციალური ტოპოლოგიის ბევრ ასპექტს არაკომუტაციური სივრცეებისათვის. ის არის მნიშვნელოვანი და შეუცვლელი აპარატი არაკომუტაციურ გეომეტრიაში [Co2]. ბოლო წლებში კუნცმა და ქუილენმა [CuQu1–CuQu3] ჩამოაყალიბეს ალტერნატიული მიდგომა ციკლური (კო)ჰომოლოგიის თეორიისადმი, რამაც მეტი ნათელი მოჰფინა ამ თეორიას და შესაძლებელი გახადა ამ სფეროში ცნობილი ღია პრობლემის ამოხსნა. კერძოდ, დადგინდა პერიოდული ციკლური კოჰომოლოგიის ამოკვეთის თვისება.

კარუბის ჰიპოთეზის გამოკვლევით მნიშვნელოვანი იმპულსი მიეცა K-თეორიას. კარუბიმ თავისი ჰიპოთეზა ჩამოაყალიბა C*-ტენზორული ნამრავლის მიმართ ალგებრული და ტოპოლოგიური K- თეორიების იზომორფიზმის შესახებ სტაბილური C*-ალგებრებისათვის [Kar2]. თავდაპირველად ეს ჰიპოთეზა ნაჩვენები იქნა კერძო შემთხვევაში როცა $n=2$ ჰიგსონის [Hi] და კარუბის [Kar2] მიერ, და ბოლოს დადასტურებულ იქნა ყველა დადებითი n- სათვის სუსლინისა და ვოდზისკის მიერ [SuWo]. კარუბის ჰიპოთეზა კარუბი-ვილამაიორის ალგებრული K-თეორიისათვის დამტკიცებულ იქნა ჰიგსონის მიერ [Hi]. მიდგომა ჰომოტოპიური ინვარიანტობის და ამოკვეთის თვისებების გამოყენებით ალგებრული და ტოპოლოგიური K-თეორიების დასაკავშირებლად ეკუთვნის ჰიგსონ-კასპაროვს და სუსლინ-ვოდზისკის. ის იდეა, რომ H-უნიტარულობის თვისება არის გადამწყვეტი კონცეფცია ამოკვეთის შესასწავლად ალგებრულ K-თეორიაში, მთლიანად ეკუთვნის ვოდზისკის, რაც ცხადი გახდა სუსლინისა და ვოდზისკის შრომაში [SuWo], და მჭიდროდ დაკავშირებულია მათ მიერ შემოტანილ რგოლების სამმაგი ფაქტორიზაციის თვისებასთან. კარუბის ჰიპოთეზასა და მის განზოგადებაში უნიფორმულად შემოსაზღვრული აპროქსიმაციული ერთეულის მქონე კომპლექსური ფრეშე-მაიკლის ალგებრებისათვის მნიშვნელოვანი წვლილი მიუძღვის ვოდზისკის [Wo]. ახლახანს, გლუვი

-ფუნქტორების შემოტანით, ეს ჰიპოთეზა დადასტურებული იქნა ხ. ინასარიძის და თ. კანდელაკის მიერ ფრეშეს ალგებრების უფრო ფართო კლასისათვის [InKa1-InKa3].

ექვივარიანტული თეორიების შესწავლისათვის მნიშვნელოვანი სტიმული იყო ბაუმ-კონის ჰიპოთეზა, რომლის თავდაპირველი ფორმულირება იყო განსხვავებული, რადგანაც ჯერ კიდევ არ იყო ცნობილი ექვივარიანტული K-თეორია. დღესდღეობით ექვივარიანტული თეორიების შესწავლას აქვს უამრავი გამოყენებები ალგებრასა და ტოპოლოგიაში. უნდა აღინიშნოს კარლსონის უახლესი შედეგები ექვივარიანტულ სტაბილურ ჰომოტოპიის თეორიაში [Ca] და ფიოდოროვიჩის, ჰაუშილდის და მეის, კუკუს და ფილიპსის სტატიები [FiHaMa, Ku, Ph], რომლებიც ეძღვნება ექვივარიანტულ ალგებრულ K-თეორიას. ჰომოლოგიურ ალგებრაში ექვივარიანტული თეორიების გამოკვლება უკავშირდება უაიტეჰედის ადრეულ სტატიას [Wh]. უახლეს კვლევას წარმოადგენს სეგარას, გარსია-კალსინესის და ორტეგას სტატია [CeGaOr] კოჰომოლოგიების შესახებ ჯგუფებისათვის მოქმედებებით. უფრო მოგვიანებით, ხ. ინასარიძემ [InH3] განავითარა ჯგუფების განსხვავებული ექვივარიანტული (კო)ჰომოლოგიის თეორია, რომელსაც აქვს გამოყენებები ალგებრულ K-თეორიაში და ტოპოლოგიური სივრცეების ექვივარიანტულ კოჰომოლოგიებში.

ბოლო ოცი წლის განმავლობაში ბევრი მნიშვნელოვანი ნაშრომია შესრულებული, რომლებშიც გამოკვლეულია ალგებრული და ტოპოლოგიური თეორიების mod q (სასრულ კოეფიციენტებიანი) ვერსიები. ნეიზენდორფერმა [Nei] შეისწავლა ჰომოტოპიის თეორია Z_q კოეფიციენტებით, რასაც აქვს მნიშვნელოვანი გამოყენებები K-თეორიაში და ჰომოტოპიის თეორიაში. ბროუდერმა [Brd] გამოიკვლია mod q ალგებრული K- თეორია. სუსლინმა და ვოევოდსკიმ [SuVo] გამოთვალეს მთელი რიცხვების mod 2 ალგებრული K-თეორია, როგორც მილნორის ჰიპოთეზის ვოევოდსკისეული ამოხსნის შედეგი [Vo]. კარუბიმ და ლამბრემ [KaLa] ააგეს დენისის კვალის ასახვა mod q ალგებრული K-თეორიიდან mod q ჰოხშილდის ჰომოლოგიაში, რასაც გააჩნია მოულოდნელი კავშირი რიცხვთა თეორიასთან. საკმაო რაოდენობის სტატიებია შესრულებული, რომლებშიც გამოკვლეულია არააბელური mod q ტენზორული ნამრავლის თეორია, იხ. მაგალითად [Brn, CoRo, El]. ხ. ინასარიძემ და ნ. ინასარიძემ ფრანგ მათემატიკოს კონდუშესთან ერთად განავითარეს ჯგუფების mod q (კო)ჰომოლოგიის თეორია [CoInIn, InN2].

კლასიკური მიდგომით ჰომოლოგიურ ალგებრაში იხილავენ მხოლოდ ადიციურ ფუნქტორებს აბელურ კატეგორიებს შორის. ამრიგად ის გამოუსადეგარია მრავალი საინტერესო არააბელური ფუნქტორის ჰომოლოგიური შესწავლისათვის და კარგი (კო)ჰომოლოგიის თეორიების აგებისათვის არააბელური კოეფიციენტებით (არააბელური (კო)ჰომოლოგიის თეორიები). ბევრი მათემატიკოსი (სერი, დედეკერი, ლუე და სხვები) ცდილობდა გაეცა პასუხი კითხვაზე თუ რა უნდა ვიგულისხმოთ (კო)ჰომოლოგიის თეორიაში არააბელური კოეფიციენტებით. დასაბუთებული პასუხი ჯგუფებისათვის და ლის ალგებრებისათვის დაბალ განზომილებებში გაცემული იქნა გენის მიერ [Gu1, Gu2] 1980-იან წლებში. მოგვიანებით, ხ. ინასარიძემ და ნ. ინასარიძემ ჯგუფების კატეგორიისათვის აჩვენეს როგორ შეიძლება გენის განმარტებები გაგძელდეს მაღალ განზომილებებში. კერძოდ, [InIn]-ში აგებული და შესწავლილია ჯგუფების არააბელური ჰომოლოგიები კოეფიციენტებით ჯგუფებში. მეტიც, [InH4]-ში ხ. ინასარიძემ განავითარა ჯგუფების ანალოგიური არააბელური კოჰომოლოგიის თეორია კოეფიციენტებით ჯვარედინ მოდულებში. ამასწინათ ნ. ინასარიძემ, ე. ხმალაძემ და მ. ლადრამ [InKhLa1, InKhLa2] ააგეს და შეისწავლეს ლის ალგებრების არააბელური (კო)ჰომოლოგიები კოეფიციენტებით ლის ალგებრებში (ლის ალგებრების ჯვარედინ მოდულებში), რაც ანზოგადებს კლასიკურ შევალეი-ეილენბერგის (კო)ჰომოლოგიას და გენის დაბალ განზომილებიან არააბელურ (კო)ჰომოლოგიას ლის ალგებრებისათვის [Gu2]. ამ თეორიის განსაკუთრებით საინტერესო გამოყენებაა კავშირის დამყარება არაკომუტაციური ასოციური ალგებრების პირველ ციკლურ ჰომოლოგიას და მილნორის პირველ ციკლურ ჰომოლოგიას შორის. ანალოგიური არააბელური (კო)ჰომოლოგიის თეორია ლაიბნიცის ალგებრებისათვის განვითარებული იქნა გნედბაის [Gn] მიერ დაბალ განზომილებებში. წარმოდგენილი პროექტის ერთ-ერთი

მიზანი იქნება არააბელური ლაიბნიცის (კო)ჰომოლოგიის გაგრძელება მაღალ განზომილებებში ისე, რომ ამავე დროს მან განაზოგადოს კლასიკური ლაიბნიცის (კო)ჰომოლოგია [LoPi]. კიდევ ერთი მიზანი იქნება ჯგუფების არააბელური (კო)ჰომოლოგიების ექვივარიანტული ვერსიის აგება დაბალი განზომილებების შემთხვევებში, რაც განაზოგადებს გენის ჯგუფების არააბელურ (კო)ჰომოლოგიებს.

მნიშვნელოვანია ფრანგი მათემატიკოსის ჯ.-ლ. ლოდეს მიერ დასმული პრობლემები [Lo1,Lo2], რომლებიც ეხება ლაიბნიცის ალგებრებს. ეს ალგებრები გარკვეული აზრით განიხილება როგორც ლის ალგებრის არაკომუტაციური ანალოგი; ეს ცნება შემოტანილია თვით ლოდეს მიერ. პრობლემები მდგომარებს ვ. ვიტის კარგად ცნობილი კონსტრუქციისა და მისივე თეორემის ანალოგის მოძებნაში ლაიბნიცის ალგებრებისთვის. ამ პრობლემებიდან პირველი ორი იქნა ამოხსნილი თ. დათუაშვილის მიერ [Da1, Da2]. განსაკუთრებით საინტერესოა მისი მესამე პრობლემა, რომელსაც მივყევართ ლაიბნიცის თეორიის ცნებამდე.

გალუას თეორიასთან მჭიდროს დაკავშირებულია სტრუქტურული თეორემები ჰოპფის მოდულებისათვის. ყცხოელი მათემატიუკოსების სტრუქტურული თეორემები [AgCh, BoChZh] განზოგადებულ იქნა ბ. მესაბლიშვილის მიერ (ვისზაუერთან ერთად) [MeWi], რომელმაც შემოიტანა გალუას ფუნქტორის ცნება და მიიღო ზოგადი სახის სტრუქტურული თეორემა.

ჩვენი გამოკვლევები ძირითადად დაფუძვნებულია მრავალი მათემატიკოსის იდეებზე და შრომებზე. მიმართულებაში წარმოდგენილი სამეცნიერო ინტერესები მჭიდროდაა დაკავშირებული ზემოთ მოკლედ მიმოხილულ მნიშვნელოვან საკითხებთან.

ციტირებული ლიტერატურა

[AgCh] M.Aguiar and S.U. Chase, Generalized Hopf modules for bimonads, Theory Appl. Categ. 27 (2013), 263–326).

[BaDoInLa] A.Bak, G.Donadze, N.Inassaridze and M.Ladra, Homology of multiplicative Lie rings, J. Pure Appl. Algebra 208 (2007), 761-777.

[BaBe1] M.Barr and J.Beck, Acyclic modules and triples, Proc. Conference on Categorical Algebra, La Jolla 1965, Springer-Verlag, Berlin/New York (1966), 336-343.

[BaBe2] M.Barr and J.Beck, Homology and Standard Constructions, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 80, Springer-Verlag, Berlin/New York (1969), 245-335.

[Brd] W.Browder, Algebraic K-Theory with coefficients Z/p, Geometric Applications of Homotopy Theory I, edited by M.G.Barratt and M.E.Mahowald, Springer-Verlag (1978), 40-84.

[Brn] R.Brown, q-perfect groups and universal q-central extensions, Publ. Matematiques 34 (1990), 291-297.

[BoChZh] G.Bohm, Y.Chen and L.Zhang, On Hopf monoids in duoidal categories, J. Algebra 394 (2013), 139–172).

[Ca] G.Carlsson, Equivatiant stable homotopy theory and related areas, in: G.Carlsson (Ed.), Proc. Workshop at Stanford University 2000, Homology, Homotopy Appl. 3 (2) (2001).

[CaInKhLa] J.M.Casas, N.Inassaridze, E.Khmaladze and M.Ladra, Homology of n-types and Hopf type formulas, J. Pure Appl. Algebra 200 (2005), 267-280.

[CaKhLa1] J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra, Crossed modules for Leibniz n-algebras, Forum Math. 20 (2008), 841-848.

[CaKhLa2] J. M. Casas, E. Khmaladze and M. Ladra, Higher Hopf formula for homology of Leibniz n-algebras, J. Pure Appl. Algebra 214 (2010), 797-808.

[CaKhLa3] J.M.Casas, E.Khmaladze and M.Ladra, On solvability and nilpotency of Leibniz n-algebras, Comm. Algebra 34 (8) (2006), 2769-2780.

[CeGaOr] A.M.Cegarra, J.M.Garcia-Calcines and J.A. Ortega, Cohomology of groups with operators, Homology Homotopy Appl. 4 (1) (2002), 1-23.

[CeKh1] A.M.Cegarra and E.Khmaladze, Homotopy classification of braided graded categorical groups, J. Pure Applied Algebra 209 (2007), 411-437

[CeKh2] A.M.Cegarra and E.Khmaladze, Homotopy classification of graded Picard categories, Advances in Math. 213 (2) (2007), 644-686.

[CoInIn] D.Conduche, H.Inassaridze and N.Inassaridze, Mod q cohomology and Tate-Vogel cohomology of groups, J. Pure Appl. Algebra 189 (2004), 61-87.
[CoRo] D.Conduche and C.Rodriguea-Fernandez, Non-abelian tensor and exterior products modulo q and universal q-central extensions, J. Pure Appl. Algebra 78 (1992), 139-160.
[Co1] A.Connes, Cohomologie cyclique et foncteurs EXT n, C. R. Acad. Sci. Paris S. A-B 296 (1983), 953-958.
[Co2] A.Connes, Non-commutative geometry, Academic Press, Inc., San Diego, CA, 1994.
[CuMeRo] J.Cuntz, R.Meyer and J.Rosenberg, Topology and bivariant K-theory, preprint.
[CuQu1] J.Cuntz and D.Quillen, On excision in periodic cyclic cohomology, C. R. Acad. Sci. Paris I Math. 317 (1993), 917-922.
[CuQu2] J.Cuntz and D.Quillen, On excision in periodic cyclic cohomology.II. The general case, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. I Math. 318 (1994), 11-12.
[Da1] T.Datuashvili, 21. Central series for groups with action and Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 9(2002), No.4, 671-682.
[Da2] T.Datuashvili, Witt's theorem for groups with action and free Leibniz algebras, Georgian Mathematical Journal, 11 (2004), No.4, 691-712.
[DoInLa] G.Donadze, N.Inassaridze and M.Ladra, Derived functors and Hopf type formulas in cyclic homology, Homology, Homotopy and Applications 12 (2) (2010), 321-334.
[DoInPo] G.Donadze, N.Inassaridze and T.Porter, N-Fold Čech derived functors and generalised Hopf type formulas, K-theory 35 (2005), 341-373.
[DoInKhLa] G.Donadze, N.Inassaridze, E.Khmaladze and M.Ladra, Cyclic homologies of crossed modules of algebras, J. Noncommutative Geometry 6 (4) (2012), 749-771.
[Du] J.Duskin, Simplicial methods and the interpretation of "triple" cohomology, Mem. Amer. Math. Soc. 163, 1975.
[El] G.J.Ellis, Tensor products and q-crossed modules, J.of London Math. Soc. (2) 51 (1995), 243-258.
[FiHaMa] Z.Fiedorowicz, H.Hauschild and J.P.May, Equivariant K-theory, Lecture Notes in Math. 967, Springer, 1982, 23-80.
[Gn] A. V. Gnedbaye, A non-abelian tensor product of Leibniz algebras, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, 49 (4), (1999), 1149-1177.
[Gu1] D. Guin, Cohomologie et homologie non abéliennes des groupes, J. Pure Appl- Alg. 50 (1988) 109-137.
[Gu2] D. Guin, Cohomologie des algèbres de Lie croisées et K-théorie de Milnor additive, Ann. Inst. Fourier Grenoble 45 (1) (1995) , 93-118.
[Hi] N.Higson, Algebraic K-theory of stable C*-algebras, Adv. Math. 67 (1988), 1-140.
[InH1] H.Inassaridze, Algebraic K-theory, Kluwer Academic Publishers, Amsterdam, 1995, 440 pages.
[InH2] H.Inassaridze, Algebraic K-theory of normed algebras, K-Theory 21(1) (2000), 25-56.
[InH3] H.Inassaridze, Equivariant homology and cohomology of groups, Topol. and Appl. 153 (2005), 66-89.
[InH4] H.Inassaridze, Higher nonabelian cohomology of groups, Glasgow Math. J. 44 (2002), 497-520.
[InH5] H.Inassaridze, Non-abelian homological algebra and its applications, Kluwer Acad. Publ., Amsterdam, 1997, 270 p.
[InIn] H.Inassaridze and N.Inassaridze, Non-abelian homology of groups, K-Theory 378 (1999), 1-17.
[InKa1] H.Inassaridze and T.Kandelaki, Smooth K-theory of locally convex algebras, 2006, arXiv: math.KT/0603095.
[InKa2] H.Inassaridze and T.Kandelaki, La conjecture de Karoubi pour la K-theorie lisse, C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I 346 (2008), 1129-1132.
[InKa3] H.Inassaridze and T.Kandelaki, Smooth K-theory of locally convex algebras, Communications in Contemporary Mathematics, 13 (4) (2011), 553-577.
[InKh] H.Inassaridze and E.Khmaladze, Hopf formulas for the equivariant integral homology of groups, Proc. Amer. Math. Soc., v. 138 (9) 2010, 3037–3046.
[InN1] N.Inassaridze, Non-abelian tensor products and non-abelian homology of groups, J. Pure Appl. Algebra 112 (1996), 191-205.
[InN2] N.Inassaridze, On nonabelian tensor product modulo q of groups, Comm. Alg. 29 (2001), 2657-2687.
[InaKh] N.Inassaridze and E.Khmaladze, More about homological properties of precrossed modules, Homology, Homotopy and Applications 2 (7) (2000), 105-114.
[InKhLa1] N.Inassaridze, E.Khmaladze and M.Ladra, Non-abelian cohomology and extensions of Lie algebras, J. of Lie Theory 18 (2) (2008), 413-432.

[InKhLa2] N.Inassaridze, E.Khmaladze, M.Ladra, Non-abelian homology of Lie algebras, Glasgow Math. J. 46 (2004), 417-429.

[InLa] N.Inassaridze and M.Ladra, Hopf type formulas for cyclic homology, Comp. Rend. Acad. Sci. Paris, I 346, 385-390.

[Kar1] M.Karoubi, Homologie cyclique et K-theorie algebrique, C. R. Acad. Sci. Paris 297 (1983), 447-450.

[Kar2] M.Karoubi, K-theorie algebrique de certaines algebres d'operateurs, Lect. Notes in Math. 725 (1979), 254-290.

[KaLa] M.Karoubi and Th.Lambre, Quelques classes caracteristiques en theorie des nombres, Prepubl. 252, 2000, Univ. Paris VI et Paris VII.

[Ke] F.Keune, Derived functors and algebraic K-theory, Lecture Notes in Math., Springer-Verlag 341 (1973), 158-168.

[Kh] E.Khmaladze, Non-abelian tensor and exterior products modulo q and universal q-central relative extension of Lie algebras, Homology, Homotopy and Applications 1 (9) (1999), 187-204.

[Ku] A.Kuku, Equivariant K-theory and the cohomology of profinite groups, in: Algebraic K-Theory, Number Theory, Geometry and Analysis, in: Lecture Notes in Math. 342, Springer, Berlin, 1984, 235-244.

[Lo1] J.-L.Loday, Cyclic homology, Grundlehren der Math. Wissenschaften, n. 301, Springer-Verlag, 1992.

[Lo2] J.-L.Loday, Spaces with finitely many non-trivial homotopy groups, J. Pure Appl. Algebra 24 (1982), 179-202.

[LoPi] J.-L.Loday and T. Pirashvili, Universal enveloping algebas of Leibniz algebras and (co)homology, Math. Ann. 296 (1993), 139-158.

[MeWi] B.Mesablishvili and R. Wisbauer-თან) Galois functors and entwining structures. Journal of Algebra 324 (2010), 464-506.

[Nei] J. Neisendorfer, Primary homotopy theory, Memoirs Amer. Math. Soc. 25 (232), 1980.

[Ph] N.C.Philips, Equivariant K-theory and freeness of group actions on C*-algebras, Lecture Notes in Math. 1274, Springer, Berlin, 1987.

[Qu1] D.Quillen, Homotopical Algebra, Lecture Notes in Math. 43 (Springer, 1967).

[Qu2] D.Quillen, Rational homotopy theory, Ann. Math. 90 (1966), 205-295.

[Qu3] D.Quillen, Spectral sequences of a double semi-simplicial group, Topology 5 (1966), 155-157.

[SuVo] A.Suslin and V.Voevodski, Bloch-Kato conjecture and motivic cohomology with finite coefficients, K-theory,preprint archive 83, 1995.

[SuWo] A.Suslin and M.Wodzicki, Excision in Algebraic K-theory, Ann. Math. 136 (1) (1992), 51-122.

[Sw1] R.G.Swan, Non-abelian homological algebra and K-theory, Proc. Symp. Pure Math. 17 (1970), 88-123.

[Sw2] R.G.Swan, Some Relations between Higher K-Functors, J. Algebra 21 (1) (1972), 113-136.

[Ts] B.L.Tsygan, The homology of matrix Lie algebras over rings and the Hochschild homology (in Russian), Uspekhi Mat. Nauk 38 (1983), 217-218 – Russ. Math. Survey 38 (2) (1983), 198-199.

[Vo] V.Voevodski, The Milnor conjecture, K-theory preprint archive 170, 1996.

[We1] C.Weibel, Cyclic homology for schemes, Proc. Amer. Math. Soc. 124 (1996), 1655-1662.

[We2] C.Weibel, Nil K-theory maps to cyclic homology, Trans. Amer. Math. Soc. 303 (1987), 541-558.

[Wh] J.H.C. Whitehead, On group extensions with operators, Quart. J. Math. Oxford 2 (1) (1950), 219-228.

[Wo] M.Wodzicki, Algebraic K-theory and functional analysis, First European Congress of Mathematics, vol.II (Paris 1992), 485-496, Progr. Math.,120, Birkhauser, Basel, 1994.

კვლევის ობიექტები

(1) მთელ, რაციონალურ და სასრულ კოეფიციენტებიანი ქუილენის და კარუბი-ვილამაიორის ალგებრული K-თეორიების კოეფიციენტებით გამოკვლევა და კავშირის დადგენა გლუვ და ტოპოლოგიურ K-თეორიებთან ნამდვილ რიცხვთა ველზე ტოპოლოგიური ალგებრების კატეგორიაზე.

(2) სასრული ჯგუფის მოქმედებით ზოგიერთი ციკლური ჯგუფის ექვივარიანტული (კო)ჰომოლოგიის ჯგუფის გამოთვლა და ჯგუფების არააბელური (კო)ჰომოლოგიის განვითარება დაბალ განზომილებებში.

(3) ციკლური წარმოებული ფუნქტორების და ციკლური ჩეხის წარმოებული ფუნქტორების შემოტანა და გამოკვლევა.

(4) ფირაშვილის ჰიპოთეზის განვითარება და ფუნქტორების მნიშვნელობებით ჯგუფებში არააბელური წარმოებული ფუნქტორების სიმპლიციალური ხარისხის გამოკვლევა.

(5) ალგებრების ჰოხშილდის ჰომოლოგიისა და ჯგუფების ტეიტ - ფარელ - ვოჟელის კოჰომოლოგიის შესწავლა ჯგუფების (კო)ჰომოლოგიისადმი ხ.ინასარიძის ექვივალენტური მიდგომის გამოყენებით.
(6) ობსტრუქციის თეორიის განვითარება ლაიბნიცის ნ-ალგებრების კოჰომოლო-გიისათვის.
(7) ლის და ლაიბნიცის სამეულის სისტემების და (ნ-)ალგებრების (არააბელური) (კო)ჰომოლოგიების განვითარება.
(8) მონოიდების კოჰომოლოგიის მონოიდების და კატეგორიაზე კომონადის არააბელური კოჰომოლოგია კოეფიციენტებით კოალგებრებში შესწავლა.
(9) მოქმედებები და უნივერსალურად მოქმედი ობიექტები მოდიფიცრებულ ინტერესის კატეგორიებში.
(10) ჯგუფების ექვივარიანტული არააბელური გაფართოებების შესწავლa, შესაბამისი ობსტრუქციის თეორიის განვითარება.
(11) ალგებრების მრავალნაირობების ეფექტური დაწევის მორფიზმების გამოკვლევა.
(12) ზოგიერთი ტიპის ალგებრების არააბელური ტენზორული ნამრავლის შესწავლა.
(13) ბიკატეგორიების დონეზე არაკომუტაციური რგოლების გაფართოებები.
(14) ხ.ინასარიძის ჯგუფების (კო)ჰომოლოგიისადმი ექვივარიანტული მიდგომის გავრცელება ჰოხშილდის და ციკლურ ჰომოლოგიებზე.
(15) მილნორის ალგებრული K - ფუნქტორის შეფასება ჯგუფების ექვივარიანტული ჰომოლოგიის გამოყენებით.
(16) აბსტრაქტული ალგებრის - კატეგორიათა თეორიის -გამოყენება კრიპტოგრაფიაში.
(17) ჯგუფთა თეორიის გამოყენება ხელოვნურ ნეირონულ ქსელებში.

კვლევის მეთოდიკა და მოსალოდნელი შედეგები

თემატიკის მოსალოდნელი შედეგები ემყარება კვლევის ობიექტებში მოცემულ საკითხებს და მისი მიზნების და ამოცანების განხორციელებისათვის გამოყენებული იქნება შემდეგი სამეცნიერო მეთოდები და ტექნიკა:

ალგებრული და ტოპოლოგიური K–თეორიების, (მოდ ქ) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ოპერატორული ალგებრის და არააბელური წარმოებული ფუნქტორების მეთოდებს; ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ჰოხშილდის და ციკლური ჰომოლოგიის, ექვივარიანტული ჰომოლოგიის და ჰომოტოპიის თეორიის, კლასიკური ობსტრუქციის თეორიის მეთოდებს და სიმპლიციალურ ტექნიკას; (არააბელური) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ჰოხშილდის და ციკლური ჰომოლოგიის, ჯგუფური რგოლების მეთოდებს, სიმპლიციალურ და სპექტრული მიმდევრობების, არააბელური და (ნ-ჯერად) ჩეხის წარმოებული ფუნქტორების, ჯვარედინი მოდულების თეორიის და კატეგორიული ალგებრის ტექნიკას.

წარმოდგენილი თემატიკის ერთ-ერთი ძირითადი ღირებულებაა ალგებრის თანამედროვე დარგების, კერძოდ (არააბელური) ჰომოლოგიური და ჰომოტოპიური ალგებრის, ციკლური ჰომოლოგიის, K-თეორიის და არაკომუტაციური გეომეტრიის მეცნიერული სფეროს განვითარების მხარდაჭერა მნიშვნელოვანი სამეცნიერო შედეგების წარმოდგენით. ეს თემატიკა მნიშვნელოვანია იმ კუთხითაც, რომ იგი აძლიერებს მათემატიკოსთა სამეცნიერო საზოგადოებას საქართველოში, განამტკიცებს საერთაშორისო კონტაქტებს ევროპისა და ამერიკის მათემატიკოსთა საზოგადოებებთან სამეცნიერო ვიზიტების, სამუშაო შეხვედრების, კონფერენციების და ინტერნეტ-კავშირების მეშვეობით.

მიღებული სამეცნიერო გრანტები

წლები	დასახელება
1994-1996	Algebraic K-theory and K-homology of Normed Algebras, Monoid Algebras, C-categories and Algebraic Theories, ISF-MXH000.
1996-1998	Homological Algebra, its Non-abelian and Categorical Topics. Applications to

	Homotopy Theory, K-theory, Algebraic Geometry and Galois Theory, CRDF.
1998-2002	Homotopical Algebra and K-theory, CNRS- 542.
1998-2001	Development and Applications of Simplicial Algebraic Techniques in the Cohomology of Algebraic Structures, Homotopy Theory, K-Theory and Cyclic Homology, INTAS Georgia – 213.
2002-2005	Algebraic K-theory, Groups and Algebraic Homotopy Theory, INTAS - 00 566.
2002-2003	K-Theory and Homotopical Algebra, FNRS 7GEPJ065513.01.
2002-2004	Homotopical Algebra and (Co)Homology of Groups, Algebras and Crossed Modules, NATO PST.CLG.979167.
2004-2006	Simplicial Algebra, Homology Theories, K-theory and Homotopy Theory .
2005-2006	K-theory, Homotopical Algebra and Homology Theories, NATO PST.CLG.979167.
2007-2009	K-theory, non-commutative geometry, homology theories, homotopy theory, operator and normed algebras, INTAS–06-1000017-8609.
2009-2011	Georgian--German Non-Commutative Partnership (Topology, Geometry, Algebra), Volkswagen Foundation.
2011-2013	Georgian--German Non-Commutative Partnership (Topology, Geometry, Algebra), Volkswagen Foundation, Extension.
2012-2014	Simplicial algebra, homology theories, K-theory and applications for algebraic and topological structures, Rustaveli Foundation DI/12/5 – 103/11.
2015 - 2018	Homotopical and categorical algebra, homology and algebraic K-theory of algebraic objects, Rustaveli Foundation FR/189/5-113/14.

თანამშრომლობა უცხოელ მათემატიკოსებთან

თემატიკის შემსრულებლებს აქვთ განსაკუთრებით მჭიდრო სამეცნიერო კონტაქტები ევროპის წამყვან მათემატიკოსებთან. ამ მიმართულებით უნდა აღინიშნოს ქართულ-გერმანული პარტნერული ჯგუფი ალგებრასა და ტოპოლოგიაში, რომლის მიზანი ჩამოყალიბებულია შემდეგნაირად:

1. To contribute to the further successful development of pure mathematics (and its applications) in Georgia.
2. To stimulate the scientific cooperation between Georgian and German mathematicians.
3. To work on joint research projects devoted to modern topics of mathematics (particularly to Homotopical Algebra, K-Theory, Homotopy Theory, Non-Commutative Geometry, Algebraic Topology and Group, Module and Ring Theories as well) enhanced by mutual scientific visits.
4. To organize international workshops, seminars and conferences in algebra and topology with the participation of leading experts from European and US Universities.
5. To establish and develop scientific contacts with German Universities and other European Universities as well.

მისი შემადგენლობაა:

Georgian-German Algebra and Topology Partner Group

The Georgian-German Algebra and Topology Partner Group is based on the collaboration between Universities of Germany on the one hand, A. Razmadze Mathematical Institute and the Tbilisi Centre for Mathematical Sciences (TCMS) on the other hand. The Georgian-German Partner Group is consisting of Georgian and German leading researchers in the field.

Head of the Georgian-German Algebra and Topology Partner Group

Prof. Hvedri Inassaridze - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.

Members:

Dr. Malkhaz Bakuradze - A. Razmadze Mathematical Institute and TCMS.

Dr. Guram Donadze - Tbilisi Centre for Mathematical Sciences.

Prof. David Green - Friedrich Schiller University of Jena.
Prof. Jens Hornbostel - University of Bonn, Hausdorff Research Institute for Mathematics.
Prof. Nick Inassaridze - A. Razmadze Mathematical Institute and TCMS.
Prof. George Khimshiashvili - A.Razmadze Mathematical Institute.
Dr. Emzar Khmaladze - A. Razmadze Mathematical Institute and TCMS.
Dr. Bachuki Mesablishvili - A.Razmadze Mathematical Institute and TCMS.
Prof. Ralf Meyer - University of Goettingen.
Prof. Birgit Richter - University of Hamburg.
Prof. Gerhard Roehrle - University of Bochum.
Prof. Samson Saneblidze - A. Razmadze Mathematical Institute.
Prof. Thomas Schick - University of Goettingen, Courant Research Centre "Higher Order Structures in Mathematics".
Prof. Rainer Vogt - University of Osnabrueck.
Dr.Christian Voigt - University of Muenster.
Prof. Robert Wisbauer - Heinrich Heine University of Dusseldorf.
Dr. Dali Zangurashvili - A. Razmadze Mathematical Institute and TCMS.

<u>თემა 3:</u> მოდალური და ინტუიციონისტური ლოგიკის სემანტიკური ასპექტები

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის მათემატიკური ლოგიკის განყოფილება.
მკვლევართა ჯგუფი: მ. ჯიბლაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), დ. გაბელაია, ლ. ურიდია

კვლევის მიმართულებები:

1. განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეების ლოგიკა.
2. ევკლიდური სივრცეების უბან-უბან წრფივ ქვესიმრავლეთა მოდალური ლოგიკა.
3. ესაკიას ორადობით განპირობებული ტოპოსები.
4. ჰეიტინგისა და მოდალური ალგებრების ორადობის თეორია.
5. ბეთის, დრაგალინისა და ფერთლოუ-მენდლერის სემანტიკების შესწავლა.
6. ცოდნისა და რწმენის სისტემების მოდალური ლოგიკები.
7. ლიანდრების წარმომქმნელი ფუნქციების კვლევა q-ანალიზის მეშვეობით.
8. ნაწილობრივი მოდულარული ფორმები ჰომოტოპიის სტაბილურ თეორიაში.

შემოთავაზებული თემის ფარგლებში კვლევის ძირითადი საგანია ტოპოლოგიური მეთოდების გამოყენება არაკლასიკური ლოგიკების თანამედროვე პრობლემების შესწავლაში. ჩვენი მიზანია არსებითი წინსვლის მიღწევა კვლევის აქტიურად განვითარებადი მიმართულებებით, ისევე როგორც კვლევის ამ სფეროში ახალი პერსპექტიული მიმართულებების გახსნა და მათთვის მყარი საფუძვლის ჩაყრა.

მოდალური ლოგიკა ფორმალიზმია, რომლის მეშვეობითაც შესაძლებელია მათემატიკის, ინფორმატიკისა თუ ფილოსოფიის რიგ ფენომენთა შესახებ მსჯელობა. სინტაქსურ სიმარტივესთან ერთად მას საკმაოდ მდიდარი და მძლავრი სემანტიკა აქვს. ამ ოპტიმალური ბალანსით მოდალური ენების გამომსახველობით ძალასა და მათ კარგ ალგორითმულ თვისებებს შორის ხშირად ხსნიან იმ ფაქტს, რომ მოდალურმა ლოგიკამ ფართო გამოყენება ჰპოვა კომპიუტერულ მეცნიერებებში. მოდალური ლოგიკის პირველი სემანტიკა ჩამოყალიბდა ტოპოლოგიური სივრცეების ტერმინებში, რაც შემდგომ რელაციური სემანტიკის განვითარებამ დაჩრდილა. თუმცაღა, მეოცე საუკუნის დასასრულისთვის აშკარა გახდა რელაციური სემანტიკის თანმხლები შეზღუდვები და, ამავდროულად, კვლავ წინ წამოიწია მოდალური ლოგიკის ტოპოლოგიურმა ინტერპრეტაციამ, როგორც, ერთი მხრივ, რელაციურ სემანტიკაზე

უფრო ზოგადმა და, მეორე მხრივ, სივრცე-დროითი ცოდნის წარმოდგენასა და მის შესახებ მსჯელობასთან დაკავშირებული გამოყენებებისათვის უფრო მორგებულმა. ბოლო წლებში შეინიშნება მოდალური ლოგიკის ტოპოლოგიური სემანტიკისა და მისი მრავალრიცხოვანი გამოყენებებისადმი დაინტერესების დრამატული ზრდა. თავის მხრივ ტოპოლოგიურ სემანტიკას გააჩნია თავისი შეზღუდვები, რომელთა დაღწევაც შესაძლებელია ერთის მხრივ სივრცის ქვესიმრავლეთა ალგებრის სხვადასხვა მოდალური ქვეალგებრების შესაბამისი განზოგადებული მოდალური სივრცეების შესწავლის გზით, მეორეს მხრივ კი განზოგადებული მიდამოთა სისტემების მეშვეობით განსაზღვრული სემანტიკის გამოყენებით.

მათემატიკური ლოგიკის განყოფილების თანამშრომლები მჭიდროდ თანამშრომლობენ როგორც ინსტიტუტის სხვა განყოფილებების წევრებთან, ასევე მრავალ ქართველ და უცხოელ მათემატიკოსთან. კერძოდ, დ. გაბელაიას და მ. ჯიბლაძეს აქვთ ერთობლივი შრომები ლ. ურიდიასთან, გ. ბეჟანიშვილთან, ნ. ბეჟანიშვილთან, მარტენ მარქსთან, პ. მორანდისთან; დ. გაბელაიას აქვს ერთობლივი შრომები ლ. ბეკლემიშევთან, ა. კურცთან, ჯ. ლუსერო-ბრაიენთან, ფ. ვოლტერთან, მ. ზახარიაშევთან და მრავალ სხვა გამოჩენილ მათემატიკოსთან ერთად; მ. ჯიბლაძე ათწლეულების განმავლობაში აწარმოებს ერთობლივ კვლევებს გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილების თანამშრომლებთან მ. ბაკურაძესთან და ა. ელაშვილთან, რომლებთანაც მონაწილეობდა რამდენიმე ერთობლივ საგრანტო პროექტში და მათთან ბევრი საერთო პუბლიკაცია აქვს. ის მონაწილეობს რეგულარულ ერთობლივ სემინარში გეომეტრია-ტოპოლოგიისა და თეორიული ფიზიკის განყოფილების თანამშრომლებთან, კერძოდ, იკვლევს მ. ელიაშვილისა და გ. ციციშვილის შრომებისთვის შესატყვის მათემატიკურ აპარატს. მას აქვს რამდენიმე ერთობლივი პუბლიკაცია ს. გილარდისთან, ჰ. ბაუესთან, თ. ფირაშვილთან, პ. ჯონსტონთან, ე. ვინბერგთან, ვ. კაცთან. ბოლო წლებში ა. ელაშვილთან ერთად მან წამოიწყო ერთობლივი პროექტი მაქს პლანკის ინსტიტუტის დირექტორთან დ. ზაგირთან.

მოვიყვანთ თემის ცალკეულ მონაწილეთა წვლილის თავისებურებებს და მათ მიერ ადრე შესრულებული სამუშაოს ამსახველ პუბლიკაციებს.

მამუკა ჯიბლაძე

ა. ელაშვილთან მრავალწლიანი თანამშრომლობის შედეგად თანდათან წინ მივიწევთ კერძო სახის კლაკნილების - ე. წ. ლიანდრების კომბინატორულ შესწავლაში. კერძოდ, მაქს პლანკის ინსტიტუტის დირექტორ დონ ზაგირთან ერთად წამოწყებულმა კვლევამ ცხადყო ლიანდრების წარმომქმნელი ფუნქციების მჭიდრო კავშირი q-ჰიპერგეომეტრიულ მწკრივებთან: ერთსაფეხურიანი დაშლებისა და მინიმალური შიდა ციკლების არამქონე ლიანდრების წარმომქმნელი ფუნქციები ცხადად გამოისახა ასეთი მწკრივების მეშვეობით. დაგეგმილია ამ შედეგის განზოგადება ერთის მხრივ მრავალსაფეხურიანი დაშლების, ხოლო მეორე მხრივ 2-, 3-, ... სიგრძის შიდა ციკლების არამქონე ლიანდრების წარმომქმნელი ფუნქციების გამოსათვლელად მათი ფუნქციონალური განტოლებების მიღების გზით.

კარგადაა ცნობილი ტოპოლოგიურ სივრცეზე კონების განზოგადება ზოგადი სრული ჰეიტინგის ალგებრებისთვის, რომლებიც საზოგადოდ არ ემთხვევა რაიმე სივრცის ყველა ღია სიმრავლეების ალგებრას. ამ კონსტრუქციის შემდგომი გავრცელება ყველა, მათ შორის არასრულ ჰეიტინგის ალგებრებზე ალტერნატიულ მიდგომას მოგვცემდა მაღალი რიგის ტიპების ინტუიციონისტური თეორიის ერთ-ერთი საკვანძო საკითხის შესასწავლად. ამ საკითხზე ბოლო წლებში ინტენსიურად მუშაობდა განყოფილების აწ გარდაცვლილი წევრი დიტო პატარაია. ჩვენი უპირველესი მიზანია დიტოს ღრმა კვლევების გაანალიზება და პუბლიკაციის დონემდე მიყვანა. ამაში უნდა დაგვეხმაროს განყოფილების კიდევ ერთი სამწუხაროდ გარდაცვლილი წევრის, მისი ყოფილი ხელმძღვანელის ლეო ესაკიას ფუნდამენტური წვლილი მათემატიკური ლოგიკის დარგში - ჰეიტინგის ალგებრების ესაკიას ორადობა. ეს ორადობა იძლევა ყოველი ჰეიტინგის ალგებრის წარმოდგენას გარკვეული ტოპოლოგიური სივრცის არა ყველა, მაგრამ იოლად აღწერადი ღია სიმრავლეების მეშვეობით. შესაბამის სივრცეებს ესაკიას სივრცეები ეწოდებათ და ისინი უკვე მრავალი წელია წარმატებით გამოიყენება ჰეიტინგის ალგებრების შესწავლაში, რადგან საშუალებას იძლევიან მოვიშველიოთ ტოპოლოგიური ინტუიცია ისეთ ვითარებაში, როდესაც უსასრულო გაერთიანებებისა და

თანაკვეთების წარმოქმნა შეუძლებელია. კერძოდ, ასეთი სივრცეებისთვის შესაძლებელია აიგოს კონებსა და ლოკალურ ჰომეომორფიზმებს შორის თანადობის ანალოგი. უფრო მეტიც, სივრცეზე კონების კატეგორიის თვისებებსაც ანალოგი უნდა გააჩნდეს ზოგადი ჰეიტინგის ალგებრის შესაბამისი ესაკიას სივრცეებისთვის. ჩვენი მიზანია შევისწავლოთ ეს თვისებები და გამოვიყენოთ ისინი დ. პატარაიას კვლევების შემდგომი გაგებისათვის.

განზოგადებულ ტოპოლოგიურ სივრცეებში ყველა ქვესიმრავლეთა ნაცვლად განიხილება ქვესიმრავლეთა რომელიმე ისეთი ოჯახი, რომელიც წარმოადგენს ჩაკეტვიან ბულის ალგებრას. ჩვენი ინტერესის საგანს წარმოადგენს ისეთი ქვესიმრავლეები, რომლებიც ბუნებრივად წარმოიშობა სივრცის მოდელირებისას. ასეთია, მაგალითად რეგულარულად ჩაკეტილი ქვესიმრავლეები, ან ამოზნექილი ქვესიმრავლეები, ან მრავალკუთხედები. ასეთი ქვესიმრავლეების ერთობლიობა ცალკე შეიძლება არ წარმოადგენდეს ჩაკეტვიან ალგებრას, მაგრამ ყოველთვის შეიძლება მათგან წარმოვქმნათ უმცირესი ჩაკეტვიანი ალგებრა ყველა ქვესიმრავლეთა ჩაკეტვიან ალგებრაში. სწორედ ასე მიღებული განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეების შესაბამისი მოდალური სისტემების შესწავლა წარმოადგენს ჩვენი კვლევითი პროგრამის ერთ-ერთ მიმართულებას. კვლევის ამ ეტაპზე უკვე გასაგებია, რომ მოდალური ენაში შესაძლებელია სხვადასხვა განზომილების ევკლიდური გაზოგადებული სივრცეების ერთმანეთისგან გამიჯვნა. ამრიგად, ეს პერსპექტიული და ნაყოფიერი მიმართულებაა. ჩვენი მიზანია, მაქსიმალურად დეტალურად გამოვიკვლიოთ ამ პარადიგმაში სხვადასხვა სიძლიერის მოდალური ენებისა და შესაბამისი განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეების ურთიერთმიმართება.

ბოლო წლებში შეიმჩნევა ინტერესის აღორძინება რამანუჯანის მიერ მეოცე საუკუნის დასაწყისში შემოღებული ნაწილობრივი მოდულარული ფორმებისადმი. ეს ობიექტები სულ უფრო დიდ როლს თამაშობენ ალგებრულ რიცხვთა თეორიაში, წარმოდგენათა თეორიაში და მათემატიკურ ფიზიკაში. (სრულად) მოდულარული ფორმები უკვე რამდენიმე ათწლეულია რაც როლს თამაშობენ ალგებრულ ტოპოლოგიაში მეორე ქრომატული დონის კოჰომოლოგიის თეორიების გამო. კერძოდ, ელიფსური კოჰომოლოგიის შესაბამისი ფორმალური ჯგუფების პარამეტრიზაცია ხორციელდება კარგად ცნობილი მოდულარული ფორმების მეშვეობით. ამავე დროს, მორავას მეორე K-თეორიების გლობალური ვერსიისთვის, რომელიც მჭიდროდ უკავშირდება ელიფსურ კოჰომოლოგიებს, ფორმალური ჯგუფის შესაბამისი ფუნქციები უკავშირდება ნაწილობრივ, და არა მარტო სრულად მოდულარულ ფორმებს. ჩვენი მიზანია იმის გარკვევა, თუ რა როლს შეიძლება თამაშობდნენ ნაწილობრივი მოდულარული ფორმები სტაბილურ ჰომოტოპიის თეორიაში.

- Gabelaia, David, Kristina Gogoladze, Mamuka Jibladze, Evgeny Kuznetsov, and Maarten Marx. "Modal logic of planar polygons." *arXiv preprint arXiv:1807.02868* (2018).
- Elashvili, A. G., M. Jibladze, and V. G. Kac. "On Dynkin gradings in simple Lie algebras." *arXiv preprint arXiv:1806.00893* (2018).
- Elashvili, A. G., M. A. Jibladze, and E. B. Vinberg. "Moduli algebras of some non-semiquasihomogeneous singularities." *Functional Analysis and Its Applications* 51, no. 2 (2017): 86-97.
- Bakuradze, Malkhaz, and Mamuka Jibladze. "Some explicit expressions concerning BP." *Georgian Mathematical Journal* 23, no. 2 (2016): 157-167.
- Bezhanishvili, Guram, David Gabelaia, and Mamuka Jibladze. "Spectra of compact regular frames." *Theory and Applications of Categories* 31, no. 12 (2016): 365-383.
- Bezhanishvili, Nick, David Gabelaia, Silvio Ghilardi, and Mamuka Jibladze. "Admissible bases via stable canonical rules." *Studia Logica* 104, no. 2 (2016): 317-341.
- Bezhanishvili, G., D. Gabelaia, M. Jibladze, and P. J. Morandi. "Profinite topological spaces." *Theory and Applications of Categories* 30, no. 53 (2015): 1841-1863.
- Bezhanishvili, Nick, Silvio Ghilardi, and Mamuka Jibladze. "Free modal algebras revisited: the step-by-step method." In *Leo Esakia on Duality in Modal and Intuitionistic Logics*, pp. 43-62. Springer, Dordrecht, 2014.

- Bezhanishvili, Guram, David Gabelaia, and Mamuka Jibladze. "Funayama's theorem revisited." Algebra universalis 70, no. 3 (2013): 271-286.
- Bakuradze, M., & Jibladze, M. Morava K-theory rings for the groups G_{38},…, G_{41} of order 32. Journal of K-Theory, 13 (2014), 171-198.
- Bakuradze, M., and M. Jibladze. "On the coeficient ring of rational formal group law." Proc. Razmadze Math. Inst. Vol. 159. 2012.
- Jibladze, M., & Pirashvili, T. (2012). Cohomology with coefficients in stacks of abelian 2-groups. Journal of Pure and Applied Algebra, 216(10), 2274-2290.
- Baues, H., & Jibladze, M. (2011). Dualization of the Hopf algebra of secondary cohomology operations and the Adams spectral sequence. Journal of K-Theory, 7(2), 203-347. doi:10.1017/is010010029jkt133
- Bezhanishvili, G.; Ghilardi, S.; Jibladze, M. An algebraic approach to subframe logics. Modal case, Notre Dame J. Formal Logic Volume 52, Number 2 (2011), 113-228
- Baues, H.-J.; Jibladze, M.; Pirashvili, T. Quadratic algebra of square groups. Adv. Math. 217, No. 3, 1236–1300 (2008)
- Baues, H.-J.; Jibladze, M.; Pirashvili, T. Third Mac Lane cohomology. Math. Proc. Cambridge Phil. Soc. 144, 337–367 (2008)
- Jibladze, M.; Pirashvili, T. Third Mac Lane cohomology via categorical rings. J. Homotopy & Related Struct. 2, 187–216 (2007)
- Jibladze, Mamuka; Novikov, Dmitry. Unimodularity of Poincaré polynomials of Lie algebras for semisimple singularities. Mosc. Math. J. 7, No. 3, 481-487 (2007).
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Secondary derived functors and the Adams spectral sequence. Topology 45, No. 2, 295–324 (2006).
- Jibladze, M.; Pirashvili, T. Linear extensions and nilpotence of Maltsev theories. Beitr. Algebra Geom. 46, No. 1, 71–102 (2005).
- Bunge, Marta; Jibladze, Mamuka; Streicher, Thomas. Definable completeness. Cah. Topol. Géom. Différ. Catég. 45, No. 4, 243–266 (2004).
- Baues, Hans-Joachim; Jibladze, Mamuka. The Steenrod algebra and theories associated to Hopf algebras. Appl. Categ. Struct. 12, No. 1, 109–126 (2004).
- Bakuradze, M.; Jibladze, M.; Vershinin, V.V. Characteristic classes and transfer relations in cobordism. Proc. Am. Math. Soc. 131, No.6, 1935–1942 (2003).
- Bunge, Marta; Funk, Jonathon; Jibladze, Mamuka; Streicher, Thomas. The Michael completion of a topos spread. J. Pure Appl. Algebra 175, No.1-3, 63–91 (2002).
- Jibladze, M.; Pirashvili, T. On Kan fibrations for Maltsev algebras. Georgian Math. J. 9, No.1, 71–74 (2002).
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Classification of abelian track categories. K-Theory, 25(3):299–311, 2002.
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Suspension and loop objects in theories and cohomology. Georgian Math. J., 8(4):697–712, 2001.
- Hans-Joachim Baues and Mamuka Jibladze. Suspension and loop objects and representability of tracks. Georgian Math. J., 8(4):683–696, 2001.
- Marta Bunge, Jonathon Funk, Mamuka Jibladze, and Thomas Streicher. Distribution algebras and duality. Adv. Math., 156(1):133–155, 2000.
- Leo Esakia, Mamuka Jibladze, and Dito Pataraia. Scattered toposes. Ann. Pure Appl. Logic, 103 (1-3):97–107, 2000.
- Elashvili, M. Jibladze, and D. Pataraia. Combinatorics of necklaces and "Hermite reciprocity". J. Algebraic Combin., 10(2):173–188, 1999.
- Elashvili and M. Jibladze. Hermite reciprocity for the regular representations of cyclic groups. Indag. Math. (N.S.), 9(2):233–238, 1998.
- M. Jibladze. Lower bagdomain as a glueing. Proc. A. Razmadze Math. Inst., 118:33–41, 1998.

- Mamuka Jibladze. A presentation of the initial lift-algebra. J. Pure Appl. Algebra, 116 (1-3):185–198, 1997.
- Hans-Joachim Baues, Mamuka Jibladze, and Andy Tonks. Cohomology of monoids in monoidal categories. In Operads: Proceedings of Renaissance Conferences (Hartford, CT/Luminy, 1995), pages 137–165, Providence, RI, 1997. Amer. Math. Soc.
- M. Jibladze. Some strange monoidal categories. Proc. A. Razmadze Math. Inst., 113:83–93, 1995.
- M. Jibladze and P. T. Johnstone. The frame of fibrewise closed nuclei. Cahiers Topologie Géom. Différentielle Catég., 32(2):99–112, 1991.
- M. Jibladze and T. Pirashvili. Cohomology of algebraic theories. J. Algebra, 137(2):253–296, 1991.
- Mamuka Jibladze. Geometric morphisms and indexed toposes. In Categorical topology and its relation to analysis, algebra and combinatorics (Prague, 1988), pages 10–18. World Sci. Publishing, Teaneck, NJ, 1989.

დავით გაბელაია

დაგეგმილია 2017-2018 წლებში მრავალკუთხედთა მოდალური ლოგიკის შესწავლის მიმართულებით მიღებული შედეგების განვრცობა ერთის მხრივ c-სემანტიკიდან d-სემანტიკაზე, ხოლო მეორე მხრივ ორგანზომილებიანი შემთხვევიდან 3- და უფრო მაღალგანზომილებიან შემთხვევებზე. კონკრეტულად ეს გულისხმობს სივრცის მრავალწახნაგა დაყოფების წერტილთა ლოკალური მიდამოების მოდალურად გამოსახვადი თვისებების კლასიფიკაციას. ეს უკანასკნელი მჭიდროდ უკავშირდება პლანარულ გრაფთა თეორიის საკვანძო საკითხებს. შესაბამისად, დაგეგმილია პლანარულ გრაფებსა და მრავალწახნაგებთან დაკავშირებული სასრული კრიპკეს ჩარჩოებისა და მათ შორის p-მორფიზმების აღწერა.

ჩვენი მიზანია შემოვიღოთ ახალი დასაშვები c-სემანტიკა **S4** მოდალური სისტემისათვის და ვაჩვენოთ, რომ **S4**-ის ნორმალური გაფართოებები სრულია ამ ახალი სემანტიკის მიმართ, რაც იძლევა **S4**-ის ზოგადი ფრეიმების სემანტიკის ალტერნატივას. ადრე მაკინსი-ტარსკის კლასიკური შედეგი ჩვენს მიერ განზოგადებულ იქნა სხვა მიმართულებით. ნაჩვენები იყო, რომ **S4**-ის ყოველი სასრული მოდელების თვისების მქონე ნორმალური გაფართოება არის **Q** რაციონალურ წრფეზე ან **C** კანტორის სივრცეზე ჩაკეტვის ალგებრის რაიმე ქვეალგებრის მოდალური ლოგიკა. ამ შრომაში აგრეთვე შემოღებულია ბმული მოდალური ლოგიკის ცნება და ნაჩვენებია, რომ ყოველი სასრული მოდელების თვისების მქონე ბმული მოდალური ლოგიკა **S4**- ზე არის **R** ნამდვილ რიცხვთა წრფეზე ჩაკეტვის ალგებრის რაიმე ქვეალგებრის მოდალური ლოგიკა. ჩვენი მიზანია ამ შედეგის შემდეგნაირი შემდგომი განზოგადება. ჩვენ შემოვიღებთ დასაშვები c-სემანტიკის ცნებას **S4**-ისათვის. ჩვენი ახალი მოდელები იქნება განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცეები, ე. ი. წყვილები (X,S), სადაც X ტოპოლოგიური სივრცეა, ხოლო S არის X-ზე ჩაკეტვის ალგებრის ქვეალგებრა. ეს ცნება წარმოადგენს ზოგადი **S4**-ფრეიმის კარგად ცნობილი ცნების განზოგადებას. მასზე დაყრდნობით ჩვენი წინა შრომის ძირითადი შედეგები შემდეგნაირად შეიძლება ჩამოყალიბდეს: ყოველი სასრულ მოდელთა თვისების მქონე მოდალური ლოგიკა **S4**-ზე არის (**Q**,S) განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცის ან (**C**,S) განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცის მოდალური ლოგიკა; ხოლო ყოველი სასრულ მოდელთა თვისების მქონე ბმული მოდალური ლოგიკა **S4**-ზე არის (**R**,S) განზოგადებული ტოპოლოგიური სივრცის მოდალური ლოგიკა. ჩვენი მიზანია განვაზოგადოთ ეს შედეგები **S4**-ის ყველა ნორმალური გაფართოებებისთვის, რაც მოგვცემს ახალ ადეკვატურ სემანტიკას **S4**-ზე მოდალური ლოგიკებისათვის, რომელიც ზოგადი ფრეიმების სემანტიკის ალტერნატივა იქნება.

მაკინსისა და ტარსკის კლასიკური შედეგია, რომ **S4** წარმოადგენს ნებისმიერი თავის თავში მკვრივი მეტრიზებადი სივრცის მოდალურ ლოგიკას. კერძოდ, აქედან გამომდინარეობს, რომ **S4** არის მოდალური ლოგიკა კანტორის სივრცისა, რომელიც მეტრიზებად სტოუნის სივრცეს წარმოადგენს. ეს შედეგი განზოგადებულ იქნა ჩვენს მიერ; კერძოდ, ჩვენ მოვახდინეთ ყოველი მეტრიზებადი სტოუნის სივრცის მოდალური ლოგიკის აქსიომატიზება. ვინაიდან სტოუნის სივრცეები კომპაქტურია, ყოველი მეტრიზებადი სტოუნის სივრცე სრულად მეტრიზებადია. ჩვენი მიზანია ამ შრომის შედეგის შემდგომი განზოგადება და ყოველი

სრულად მეტრიზებადი სივრცის მოდალური ლოგიკის აქსიომატიზება. ამ ამოცანის მნიშვნელობას ხაზს უსვამს სივრცულ მსჯელობათა დარგის სპეციალისტთა ბოლოდროინდელი დაინტერესება მეტრიკული სივრცეებითა და მათთან დაკავშირებული მოდალური ლოგიკებით.

- Gabelaia, David, Kristina Gogoladze, Mamuka Jibladze, Evgeny Kuznetsov, and Maarten Marx. "Modal logic of planar polygons." *arXiv preprint arXiv:1807.02868* (2018).
- Bezhanishvili, Guram, David Gabelaia, and Mamuka Jibladze. "Spectra of compact regular frames." *Theory and Applications of Categories* 31, no. 12 (2016): 365-383.
- Bezhanishvili, Nick, David Gabelaia, Silvio Ghilardi, and Mamuka Jibladze. "Admissible bases via stable canonical rules." *Studia Logica* 104, no. 2 (2016): 317-341.
- Bezhanishvili, Guram, David Gabelaia, and Joel Lucero-Bryan. "Topological completeness of logics above s4." *The Journal of Symbolic Logic* 80, no. 2 (2015): 520-566.
- Bezhanishvili, Guram, David Gabelaia, and Joel Lucero-Bryan. "Modal logics of metric spaces." *The Review of Symbolic Logic* 8, no. 1 (2015): 178-191.
- Bezhanishvili, G., D. Gabelaia, M. Jibladze, and P. J. Morandi. "Profinite topological spaces." *Theory and Applications of Categories* 30, no. 53 (2015): 1841-1863.
- Beklemishev, Lev, and David Gabelaia. "Topological interpretations of provability logic." In *Leo Esakia on duality in modal and intuitionistic logics*, pp. 257-290. Springer, Dordrecht, 2014.
- Lev D. Beklemishev, David Gabelaia: Topological completeness of the provability logic GLP. Ann. Pure Appl. Logic 164(12): 1201-1223 (2013)
- Guram Bezhanishvili, David Gabelaia: Connected modal logics. Arch. Math. Log. 50(3-4): 287-317 (2011)
- David Gabelaia, Roman Kontchakov, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Combining Spatial and Temporal Logics: Expressiveness vs. Complexity. CoRR abs/1110.2726 (2011)
- Guram Bezhanishvili, Nick Bezhanishvili, David Gabelaia, Alexander Kurz: Bitopological duality for distributive lattices and Heyting algebras. Mathematical Structures in Computer Science 20(3): 359-393 (2010)
- Balder ten Cate, David Gabelaia, Dmitry Sustretov: Modal languages for topology: Expressivity and definability. Ann. Pure Appl. Logic 159(1-2): 146-170 (2009)
- Guram Bezhanishvili, Leo Esakia, David Gabelaia: Spectral and T0-Spaces in d-Semantics. TbiLLC 2009: 16-29
- David Gabelaia, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Non-primitive recursive decidability of products of modal logics with expanding domains. Ann. Pure Appl. Logic 142(1-3): 245-268 (2006)
- David Gabelaia, Roman Kontchakov, Ágnes Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Combining Spatial and Temporal Logics: Expressiveness vs. Complexity. J. Artif. Intell. Res. (JAIR) 23: 167-243 (2005)
- David Gabelaia, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: Products of 'transitive' modal logics. J. Symb. Log. 70(3): 993-1021 (2005)
- Guram Bezhanishvili, Leo Esakia, David Gabelaia: Some Results on Modal Axiomatization and Definability for Topological Spaces. Studia Logica 81(3): 325-355 (2005)
- David Gabelaia, Roman Kontchakov, Agi Kurucz, Frank Wolter, Michael Zakharyaschev: On the Computational Complexity of Spatio-Temporal Logics. FLAIRS Conference 2003: 460-464

ლევან ურიდია

აგენტთა ჯგუფების ცოდნისა და რწმენის შესწავლა დღევანდელი ეპისტემიკური ლოგიკის ერთ-ერთი ყველაზე მოთხოვნადი საკითხია. ჯგუფის ცოდნა/რწმენა უდიდეს ზეგავლენას ახდენს ამ ჯგუფის გადაწყვეტილების მიღებაში, აქედან გამომდინარე ჯგუფის რწმენა/ცოდნა მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ისეთ პრაქტიკულ სისტემებში როგორიცაა საარჩევნო სისტემები, ეკონომიკური პროცესები და სხვა. ყველა ზემოთქმულიდან გამომდინარე

ამ საკითხის ლოგიკური შესწავლა ბოლო წლებში გახდა უაღრესად აქტუალური. ჩვენს მიერ წარსულში შესწავლილია ერთობლივი რწმენისა და ცოდნის და ასევე ნდობისა და რეპუტაციის მოდალური სისტემები. ერთობლივი ცოდნის/რწმენის კონცეფცია რაღაც დონეზე არის მარტივი ვერსია ჯგუფის ცოდნის/რწმენის. ჩვენ ვეფუძვნებით მოდალური ლოგიკას და მოდალური ლოგიკის მეთოდიკას. ჩვენი მიზანია შევისწავლოთ მოდალური ოპერატორი $C_G(P)$ რომლის შესაძლო თარგმანიცაა “P არის აგენტთა ჯგუფი G –ს რწმენა/ცოდნა”. ჩვენ გვინდა მოვახდინოთ ამ ოპერატორის აქსიომატიზაცია რომელიც თავსებადი იქნება აღნიშნული წაკითხვის (ან სესაბამისი ფილოსოფიური საფუძვლების) ინტუიტიურ აღქმასთან. ჩვენ გვინდა შევისწავლოთ კრიპკე და ტოპოლოგიური სემანტიკა და დავამტკიცოთ სისრულის თეორემები. გარდა ამისა გვსურს განვიხილოთ არსებული სისტემის გადაწყვეტადობის პრობლემები.

- Balbiani, Philippe, David Pearce, and Levan Uridia. "On logics of group belief in structured coalitions." In *European Conference on Logics in Artificial Intelligence*, pp. 97-111. Springer, Cham, 2016.
- Pearce, David, and Levan Uridia. "The topology of common belief." In *The Cognitive Foundations of Group Attitudes and Social Interaction*, pp. 133-152. Springer, Cham, 2015.
- David Pearce, Levan Uridia: Algebraic semantics for modal and superintuitionistic non-monotonic logics. Journal of Applied Non-Classical Logics 23(1-2): 147-158 (2013)
- Philippe Balbiani, Levan Uridia: Completeness and Definability of a Modal Logic Interpreted over Iterated Strict Partial Orders. Advances in Modal Logic 2012: 71-88
- David Pearce, Levan Uridia: The Topology of Common Belief. AT 2012: 246-259
- David Pearce, Levan Uridia: An Approach to Minimal Belief via Objective Belief. IJCAI 2011: 1045-1050
- Levan Uridia, Dirk Walther: An Epistemic Logic with Hypotheses. LORI 2011: 286-299
- David Pearce, Levan Uridia: Minimal Knowledge and Belief via Minimal Topology. JELIA 2010: 273-285
- Levan Uridia: Boolean Modal Logic wK4Dyn - Doxastic Interpretation. TbiLLC 2009: 158-169

საერაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

როგორც მოყვანილი პუბლიკაციებიდანაც ნათლად ჩანს, განყოფილების წევრები მჭიდროდ თანამშრომლობენ არა მარტო ინსტიტუტის სხვა განყოფილებების წევრებთან, არამედ მსოფლიოს ბევრ წამყვან მათემატიკოსებთან.

მამუკა ჯიბლაძე არაერთხელ იყო მიწვეული სხვადასხვა სამეცნიერო ცენტრებში - სტრასბურგის უნივერსიტეტში (საფრანგეთი), კემბრიჯის უნივერსიტეტში (დიდი ბრიტანეთი), მაქს პლანკის ინსტიტუტში (ბონი, გერმანია), მაკგილის უნივერსიტეტში (მონრეალი, კანადა), უტრეხტის უნივერსიტეტში (ჰოლანდია), დარმშტადტის უნივერსიტეტში (გერმანია), მილანის უნივერსიტეტში (იტალია), ლუვენ-ლა-ნევის უნივერსიტეტში (ბელგია); ამ უკანასკნელში მას მეცნიერებათა დოქტორის ხარისხი მიენიჭა. ის წარმატებით თანამშრომლობდა ჟან-ლუი ლოდესთან, პიტერ ჯონსტონთან, ჰანს-იოაჰიმ ბაუესთან, მარტა ბუნგესთან, ჯონატონ ფანკთან, თომას შტრაიხერთან, სილვიო გილარდისთან და იკე მორდაიკთან. ჯონსტონთან, ბაუესთან, ბუნგესთან, ფანკთან და შტრაიხერთან მას რამდენიმე ერთობლივი შრომა აქვს გამოქვეყნებული. ასევე მას მრავალწლიანი საერთო მათემატიკური ინტერესები აქვს ამჟამად საზღვარგარეთ მოღვაწე ინსტიტუტის თანამშრომლებთან გურამ ბეჟანიშვილთან, იოსებ გუბელაძესთან, თეიმურაზ ფირაშვილთან და გიორგი ჯანელიძესთან. კერძოდ, მას ერთობლივი შრომა აქვს გ. ბეჟანიშვილთან და ს. გილარდისთან, ხოლო თეიმურაზ ფირაშვილთან ერთად მას გამოქვეყნებული აქვს რამდენიმე შრომა, რომლებმაც საყოველთაო ინტერესი გამოიწვია და მრავალჯერაა ციტირებული ცნობილ მათემატიკოსთა შრომებში.

დავით გაბელაია წარმატებით მოღვაწეობდა ლოგიკის, ენისა და გამოთვლების ინსტიტუტში (ILLC, ამსტერდამი, ჰოლანდია) და ლონდონის სამეფო კოლეჯში (დიდი ბრიტანეთი), სადაც მას დოქტორის ხარისხი მიენიჭა. მას აქვს ერთობლივი შრომები მსოფლიოს წამყვან ლოგიკოსებთან დიკ დე იონგთან, ფრენკ ვოლტერთან, ბალდერ ტენ კატესთან, ლევ

ბეკლემიშევთან, აგი კურუშთან, მიხეილ ზახარიაშევთან, რომან კონჩაკოვთან. მუდმივად თანამშრომლობს ამჟამად ნიუ მექსიკოს შტატის უნივერსიტეტში მოღვაწე გ. ბეჟანიშვილთან, რომელთანაც არაერთი საერთო შრომა აქვს.

ლევან ურიდია წარმატებით მოღვაწეობდა ლოგიკის, ენისა და გამოთვლების ინსტიტუტში (ILLC, ამსტერდამი, ჰოლანდია). მას დოქტორის ხარისხი მიენიჭა მადრიდის ხუან კარლოსის უნივერსიტეტში (ესპანეთი). რამდენიმე ერთობლივი შრომა აქვს ცნობილ ლოგიკოსებთან ფილიპ ბალბიანისთან და დევიდ პირსთან.

თემა 4: ტოპოლოგიური ობიექტების ახალი ალგებრული მოდელები და მათი გამოყენებები გეომეტრიის, ტოპოლოგიის, ალგებრის და ფიზიკის საკითხებში

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილება.

მკვლევართა ჯგუფი: თ. ქადეიშვილი (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ს. სანებლიძე, ა. ელაშვილი, მ. ბაკურაძე, ვ. ლომაძე.

ალგებრული ტოპოლოგიის ძირითადი მეთოდია რთული გეომეტრიული ან ტოპოლოგიური ობიექტებისათვის გარკვეული ალგებრული მოდელების შეთანადება და მათი შესწავლა ამ მოდელების საშუალებით.

გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილებას გააჩნია მრავალწლიანი გამოცდილება ასეთი მოდელების აგებასა და მათ გამოყენებებში. წინამდებარე პროექტით გათვალისწინებულია მუშაობა ალგებრულ მოდელებზე რამდენიმე განსხვავებული მიმართულებით: მარყუჟთა სივცეების ჰომოლოგიის თეორია, მორავას K-თეორია, მრავალი ცვლადის დინამიური სისტემები, ფრობენიუსის ლის ალგებრები.

ბოლო ათწლეულში მათემატიკის და ფიზიკის რიგ დარგებში წინ წამოიწია ე.წ. ჰომოტოპიური ალგებრების თეორიამ. ამ დარგში, J. Stasheff-ის შემდეგ პირველი ნაშრომები ჰქონდა თ. ქადეიშვილს, შემდეგ მას შეუერთდა ს. სანებლიძე, შემდგომ ამ საქმიანობაში ჩაერთვნენ მაშინდელი ასპირანტები ზ. ხარებავა (დისერტაცია დაიცვა შრდილო კაროლინის უნივერსიტეტში 2004 წელს), რ. ქურდიანი (დისერტაცია დაიცვა აბერდინში 2006 წელს) და დღეს, შეიძლება ითქვას, გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილება წამყვანი ცენტრია A_∞-ალგებრების თეორიაში. პარალელურად ა. ელაშვილის ნაშრომებში ვითარდებოდა ფორბენიუსის ალგებრების თეორია. ორივე ამ თეორიას აღმოაჩნდა გამოყენებანი თეორიული ფიზიკის საკითხებშიც. ამ მხრივ უაღრესად სასარგებლოა მომქმედი სემინარი ინსტიტუტის თეორიული ფიზიკის, მათემატიკური ფიზიკის, მათემატიკური ლოგიკის, ალგებრის და გეომეტრია-ტოპოლოგიის განყოფილებების თანამშრომელთა მონაწილეობით.

ხაზი უნდა გაესვას განყოფილების წევრთა თანამშროლობას ერთმანეთთან და სხვა განყოფილებების წევრებთან. ნ. ბერიკაშვილს, თ. ქადეიშვილს და ს. სანებლიძეს აქვთ არაერთი ერთობლივი ნაშრომი. ასევე, ერთობლივი ნაშრომები აქვთ ა. ელაშვილს და ლოგიკის განყოფილების გამგეს მ. ჯიბლაძეს, მ. ბაკურაძეს და მ. ჯიბლაძეს.

ქვემოთ მოგვყავს პროექტის ძირითად შემსრულებელთა საკვლევი თემების აღწერა. თითეულ შემთხვევაში ჩამოყალიბებული იქნება პრობლემის არსი, მისი აქტუალობა, სიახლე, მეცნიერული ღირებულება და მონაწილის მიერ ადრე შესრულებული სამუშაო.

თორნიკე ქადეიშვილი

ჰომოტოპიურ ალგებრათა გამოყენებები ალგებრულ ტოპოლოგიასა და ფიზიკაში

შესავალი

უკანასკნელ პერიოდში სულ უფრო მეტ გამოყენებას ნახულობენ ე.წ. ჰომოტოპიური ალგებრები. ესაა ალგებრული სტრუქტურები, სადაც კლასიკური აქსიომები (მაგ.

ასოციატურობა, კომუტატურობა, იაკობის ტოლობა, დერივაციულობა, სტინროდის, ჰოპფის პირობები) სრულდება არა მკაცრად, არამედ გარკვეული კოჰერენტული ჰომოტოპიური პირობების სიზუსტით. პირველი ასეთი სტრუქტურა - A_∞-ალგებრა შემოტანილი იყო ჯეიმს სტაშეფის მიერ (დარღვეული ასოციატურობა), შემდგომ გაჩნდა C_∞-ალგებრა, (თ. ქ., A_∞-ალგებრის კომუტატური ვერსია), L_∞-ალგებრა, (ტომ ლადა, დარღვეული იაკობის პირობა), H_∞-ალგებრა (სანებლიძე-ამბლი, დარღვეული ჰოპფის პირობა), hGa (გერსტენჰაბერი და ვორონოვი, დარღვეული კომუტატურობა), A_∞-კატეგორია (ფუკაია, კატეგორია დარღვვეული ასოციატურობით) … .

ეს ობიექტები უფრო მდიდარი ალგებრული სტრუქტურების მატარებელნი არიან, ვიდრე მათი კლასიკური ანალოგები, ამიტომ მათი მეშვეობით ხერხდება ზოგი ისეთი ამოცანის განაჭრა, რომელთათვისაც კლასიკური სტრუქტურა საკმარისი არ არის.

კერძოდ მათი მეშვეობით მოხერხდა რამდენიმე მნიშვნელოვანი ამოცანის ამოხსნა როგორც მათემატიკაში (ფიბრაციათა ჰომოლოგიის თეორია, მარყუჟთა სივრცეების კოჰომოლოგიები, რაციონალური ჰომოტოპიის თეორია), ასევე ფიზიკაში (სიმთა ტოპოლოგიური თეორია, დეფორმაციული დაკვანტვა, სარკული სიმეტრიის პრობლემა).

არსებული ლიტერატურული მონაცემები

1. T. Kadeishvili, On the Homology Theory of Fibrations, Russian Math. Surveys, 35, 3, 1980, 231-238.
2. J. Huebschmann and T. Kadeischvili, Small Models for Chain Algebras. Math. Zeitschrift, 207, 1991, 245-280.
3. T. Kadeishvili and S. Saneblidze, A cubical model for a fibration, Jornal of Pure and Appl. Algebra, 196/2-3, 2005, pp 203-228.
4. T. Kadeishvili, On the bar construction of a bialgebra, Homology, Homotopy and Appl., v. 7(2) , 2005, 109-122.
5. T. Kadeishvili and P. Real, Free resolutions for differential modules over differential algebras, Journal of Mathematical Sciences, v. 43 (2006), 1-16.
6. T. Kadeishvili, Cohomology C_∞-algebra and rational homotopy type. Banach Center Publications, v. 85, 2009, 225-240.
7. T. Kadeishvili, T. Lada, A Small Open-Closed Homotopy Algebra (OCHA), Georgian Math. Journal, v.16, n. 2, 2009, 305—310.
8. T. Kadeishvili, Twisting Elements in Homotopy G-algebras, Higher Structures in Geometry and Physics. Series: Progress in Mathematics, Birkhauser, Vol. 287 (2011), 181-200.
9. T. Kadeishvili, Homotopy Gerstenhaber algebras: examples and applications, Journal of Mathematical Sciences, Springer, Vol. 195, 4 (2013), 455-459.
10. T. Kadeishvili, B_∞-algebra Structure in Homology of a Homotopy Gerstenhaber Algebra
Journal of Mathematical Sciences, Springer, November 2016, Volume 218, Issue 6, pp 778–787

11. T. Kadeishvili, Homotopy Classification of Morphisms of Differential Graded Algebras, Georgian Mathematical Journal, De Gruyter, Doi 10.1515/gmj-2017-0029
12. T. Kadeishvili, Cohomology Operations Defining Cohomology Algebra of the Loop Space, Chapter in the book Lie groups, Differential equations, and Geometry, Unipa Springer Series, 2017, 65-82.

ერთ-ერთი პირველი გამოვლინება მაღალი რიგის სტრუქტურებისა იყო ე.წ. ქადეიშვილის მინიმალობის თეორემა [1], რომლის მეშვეობით კლასიკურ კოჰომოლოგიის რგოლზე აიგო ახალი, დამატებითი სტრუქტურა A_∞ - ალგებრისა.

ამ თეორემას უწოდებენ ”კლასიკურ შედეგს” (Fukaya, http://www.math.kyoto-u.ac.jp/preprint/2004/17fukaya.pdf;Roitzheim-Whitehouse, arXiv:0909.3222v4), ”ჰომოტოპიური ალგებრის საკვანძო თეორემას” (Kajiura-Stasheff,arXiv:hep-th/0510118), მას ეძღვნება სტატია ინტერნეტ ენციკლოპედიაში nLab (http://ncatlab.org/nlab/show/Kadeishvili's+theorem). შემდგომ მინიმალობის თეორემის ანალოგები დამტკიცდა სხვადასხვა სიტუაციებში სხვადასხვა ავტორების მიერ (Smirnov, Huebschman, Markl, Merkulov, Saneblidze-Umble) და მათ ზოგჯერ ”ქადეიშვილის ტიპის თეორემებს” უწოდებენ (http://at.yorku.ca/c/a/p/s/02.htm). ამ

სტრუქტურების გამოყენებით მოხერხდა: ფიბრაციის ჰომოლოგიური მოდელის აგება [1], რაციონალური ჰომოტოპიური ტიპის განსაზღვრა [6], მეორე მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიის ალგებრის განსაზღვრა [12], DG-ალგებრათა მორფიზმთა ჰომოტოპიური კლასიფიკაცია [11].

A_∞ სტრუქტურის კლასიკურ ალგებრად გადაგვერებულობის პირობების ძიებისას აიგო ე.წ. გეტცლერ-ქადეიშვილის ოპერაციები, რომლებიც განსაზღვრავენ უკვე ნახსენებ hGa სტრუქტურას ჰოხშილდის კოჯაჭურ კომპლექსში, რომლებსაც ასევე მრავალრიცხოვანი გამოყენებები აღმოაჩნდათ, მაგალითად მათი მეშვეობით დამტკიცდა ცნობილი დელინის ჰიპოთეზა ნაშრომებში Berger-Fresse, arxiv:math/0109158, და J. E. McClure, J. Smith, arXiv:math/9910126v2.

თ. ქადეიშვილის ნაშრომები გამოყენებულია და ციტირებულია ისეთი ცნობილი მეცნიერების მიერ, როგორებიც არიან მათემატიკოსები Daniel Quillen, Dennis Sullivan, James Stasheff, Jean-Louis Loday, ფიზიკოსები Paul Aspinwall, Sheldon Katz, Kenji Fukaya, C.I. Lazaroiu, L.M. Fidkowski და სხვები, სულ 930 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით.

პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება

პროექტით განზრახულია მინიმალობის თეორემის ახალი ვერსიებისა და ახლი გამოყენებების ძიება.

პროეტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები

პირველი წლის პროგრამით გათვალისწინებულია აღწერილი ჰომოტოპიური სტრუქტურების გამოყენება ასოციატურ ალგებრათა დეფორმაციის თეორიის შემდეგ პრობლემებში: დეფორმაციათა ტრივიალობა, ექვივალენტურობა, ალგებრის მდგრადობა დეფორმაციათა მიმართ.

შემდგომ განზრახულია დეფორმაციების აგება მოცემული საწყისი პირობით. ეს უკანასკნელი ამოცანა უკავშირდება პუასონის ალგებრათა დაკვანტვის ამოცანას. ვაპირებთ ავაგოთ წინააღმდეგობათა თეორიები ამ პრობლემებისადმი.

განზრახულია აგრეთვე ახალი ოპერაციების აგება, რომლებიც მარყუჟთა სივრცისათვის განსაზღვრავენ არა მხოლოდ კოჰომოლოგიის მოდულებს, როგორც ნაშრომში [1], და ალგებრას, როგორც [12]-ში, არამედ მოგვცემენ პროცესის შემდგომი იტერაციის საშუალებას.

ს. სანებლიძე

ალგებრული სტრუქტურები თავისუფალ და იტერირებულ მარყუჟთა სივცეების ჰომოლოგიებში

შესავალი

ალგებრული ტოპოლოგიის ერთ-ერთ ცენტრალურ ნაწილს წარმოადგენს მარყუჟთა სივრცეების გამოკვლევა. ამ საუკუნის დასაწყისში სულივანის (ჩაზთან ერთად) შრომების შემდეგ თავისუფალ მარყუჟთა სივრცის გარკვეულ მათემატიკურ თეორიას, ფიზიკაში მათი გამოყენების გამო, ეწოდა "სიმის ტოპოლოგია" (string topology). უნდა აღინიშნოს, რომ, მაშინაც კი, როცა მოცემული სივრცე სასრულგანზომილებიანია, მასზე მარყუჟების სივრცე კანონიკურად უსასრულოგანზომილებიანია. ამიტომ ასეთი სივრცეების შესწავლა ითხოვს ზუსტი ალგებრული (დიფერენციალური) მოდელების აგებას (იხ., მაგალითად, [1],[2]). სიმის ტოპოლოგიის ერთი არსებითი პრობლემაა მარყუჟთა სივრცის ჰომოლოგიებში სიმის გამრავლების და არსებული კლასიკური კოგამრავლების შეთანხმების პირობის დადგენა. მოსალოდნელია, თავისუფალ მარყჟთა ფიბრაციის კომბინატორული მოდელი [3[, სადაც კერძოდ ფუნდამენტური ჯგუფის არატრივიალურობის პრობლემა გადაჭრილია, და რას არსებით დაბრკოლებას წარმოადგენდა დაბალგანზომილებიან მრავალნაირობათა თეორიაში, გამოდგება ასეთი პირობის დასადგენად. ამას გარდა, იტერირებულ მარყუჟთა სივრცეების შესწავლა უკავშირდება მოცემული ტოპოლოგიური სივრცისთვის ახალი (სრული) ჰომოტოპიური ინვარიანტების აღმოჩენას. კერძოდ, ამ გზაზე, მთავარი პრობლემაა მარყუჟთა სივრცის კომუტატურ ტოპოლოგიურ მონოიდთან ჰომოტოპიური ექვივალენტობისთვის

ეფექტური ალგებრული წინააღმდეგობების აგება. მოსალოდნელია, რომ ეს წინააღმდეგობები განიმარტება ავტორის მიერ ახლახანს დადგენილი განზოგადოებული ლაიბნიცის ფორმულების საშუალებით, რომელსაც უნდა აკმაყოფილებდეს ჰომოტოპიური კომუტატურობის და ასოციატურობის გამზომი სათანადო მრავალადგილიანი ოპერაციები. თავის მხრივ, ეს ფორმულები ეყრდნობა არასტანდარტული მრავალწახნაგის - პერმუტოედრის - დიაგონალის ზუსტ აღწერას [5], რამაც არაერთი გამოყენება უკვე ჰპოვა.

არსებული ლიტერატურული მონაცემები

1. Saneblidze, S. (with T. Kadeishvili), A cubical model of a fibration, J. Pure and Appl. Algebra, 196 (2005), 203-228.
2. Saneblidze, S., The bitwisted Cartesian model for the free loop fibration, Topology and its Appl., 156 (2009), 897-910.
3. Saneblidze, S. (with M. Rivera), A combinatorial model for the free loop fibration, preprint, math. AT/1712.02644, submitted L.M.S.
4. Saneblidze, S., Filtered Hirsch algebras, Trans. R.M.I., 170 (2016), 114-136 .
5. Saneblidze, S. (with R. Umble), Diagonals on the permutahedra, multiplihedra and associahedra, J. Homotopy, Homology and Appl., 6(1), (2004), 363-411.

ს. სანებლიძის და რ. ამბლის (Ron Umble) ნაშრომები პერმუტოედრის დიაგონალისა და A_∞ - ჰოპფის ალგებრების შესახებ უხვადაა ციტირებული ცნობილი მათემატიკოსების მიერ, მათ შორის არიან T.M. Gerstenhaber, J Stasheff, J.L. Loday, B Fresse, M Markl, S Shnider, M Batanin, M Weber, Dev P. Sinha და სხვ. აგრეთვე ს. სანებლიძის და მ. რივერას (Manuel Rivera) ნაშრომი [3] ჩართულია 2018 წლის მათემატიკოსთა საერთაშორისო კონგრესის (რიო დე ჟანეირო, ბრაზილია) სამეცნიერო პროგრამაში.

პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება

პროექტი თეორიული ხასიათისაა და საინტერესო იქნება ალგებრული ტოპოლოგიის სპეციალისტებისათვის.

პროეტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები

პირველი წლის პროგრამა. ცნობილია, რომ თავისუფალ კომუტატიურ გრადუირებულ ალგებრაში კენტგანზომილებიანი ელემენტის კვადრატი ნულია. როცა ასეთი ალგებრა რეალიზებულია მარყუთა სივრცის mod p კოჰომოლოგიებით კენტგანზომილებიანი ელემენტების ეს თანაფარდობები აჩენენ არატრივიალურ მაღალი რიგის ოპერაციებს, კერძოდ, სიმეტრიულ მასის ნამრავლებს, და ეს ნამრავლები გამოისახება (პირველი რიგის) კოჰომოლოგიური ოპერაციებით. ასევე ყოველი კოჯაჭვი რომელიც შემოსაზღვრავს ასეთ ნამრავლის კოციკლს აჩენს ახალი ტიპის მაღალი რიგის ოპერაციას, რომელიც უკვე დაკავშირებულია მეორე რიგის კოჰომოლოგიურ ოპერაციებთან. ჩვენი მიზანია ამ კავშირის ზუსტი აღწერით მარყუჟთა სივრცის კოჰომოლოგიების გამოთვლა წარმომქმნელებით და თანაფარდობებით, როცა საბაზისო სივრცის კოჰომოლოგიები თავისუფალი ალგებრაა.
შემდეგ წლებში აღწერილი იქნება სიმის გამრავლების და სტანდარტული კოგამრავლების შეთანხმების პირობა ახალგაზრდა ამერიკელ მეცნიერ მანუელ რივერასთან (Manuel Rivera) ერთად და გამოქვეყნდება საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალში. ასევე საბოლოო, შემაჯამებელ სახეს მიიღებს ამერიკელ მათემატიკოსთან რ. ამბლთან (R. Umble) ერთობლივი ნაშრომი: S. Saneblidze and R. Umble, Morphisms of A(∞)-Bialgebras and applications (preprint), და გამოქვეყნდება.

ალექსანდრე ელაშვილი

ჰიპერზედაპირების იზოლირებულ განსაკუთრებულობათა ლის ალგებრების აღწერა

შესავალი

დაგეგმილია განვიხილვა ლის ალგებრებისა და ლი-რაინჰარტის სტრუქტურების დეფორმაციის თეორიის ზოგიერთი თემისა შემდგომ მათი სინგულარობის თეორიაში გამოყენების მიზნით. ლის ალგებრებმა უკვე ჰპოვეს მრავალი გამოყენება სინგულარობის

თეორიაში, იხ. მაგ., არნოლდის, ატიას, პალამოდოვის ნაშრომები. ერთ-ერთი მიზანი წარმოდგენილი პროექტისა არის შემდგომი განვითარება ა. ელაშვილისა და გ. ხიმშიაშვილის ერთობლივი რეზულტატებისა იაუ-ს შრომების სულისკვეთებით. საამისოდ განზრახულია დეტალური გამოვიკვლევა ლის ალგებრების და მსგავსი სტრუქტურებისა, რომლებიც ასოცირდებიან ალგებრული ზედაპირების იზოლირებულ განსაკუთრებოლობებთან.

არსებული ლიტერატურული მონაცემები

1. A.G.Elashvili, Frobenius Lie algebras 1, (Russian) Functional analis i ego prilojeni, v 16, N4, (1982), 94-95.
2. G.Elashvili, Frobenius Lie algebras 2, (Russian), Proceedings of A.Razmadze Mathematical Institute, v 77, (1985), 127-137.
3. A.G.Elashvili, On the index of horospherical subalgebras of simple Lie algebras, (Russian) Proceedings of A.Razmadze Mathematical Institute, v 77, (1985), 116-126.
4. A.G.Elashvili, Index and points in general positions for Borel subgroup of simple linear Lie groups, (Russian), Functional analis i ego prilojenia, v21 N4, (1988), 72-74. English translation. Functional Anal. Appl. v21, (1988), 84-86.
5. A. G. Elashvili, V. G. Kac, E. B. Vinberg, Cyclic elements in semisimple Lie algebras. Max Planck Institute Preprint Series 2012-26.
6. A.G.Elashvili, E.Vinberg. Classification of Trivectors of a 9 dimensional Space, (Russian), Trudi Sem. Vector. Tensor. Anal.v 18 (1976), 197-233. English Translation. Sel. Math. Sov. Birkhaeuser Verlag, Basel. v 7, N1 (1988), 63-98.
7. G. Khimshiashvili, A. Elashvili, Lie algebra of simple hypersurface singularity.Journal of Lie theory(2006) 9, p.621-649
8. A. G. Elashvili, V. G. Kac, E. B. Vinberg, On exceptional nilpotents in semisimple Lie algebras. Journal of Lie theory 19(2009), 371-390.
9. W. A. de Graaf, A. G. Elashvili, Induced nilpotent orbits of simple Lie algebras of exceptional type. Georgian Mathematical Journal 16(2009), 257-278.
11. A.Elashvili, V.Kac, E.Vinberg.Cyclic elements in semisimple Lie algebras.Transformation Groups 18(2013)97-130
12. Э. Б. Винберг, М. А. Джибладзе, А. Г. Элашвили, Алгебры модулей некоторых неполуквазиоднородных особенностей. Функциональный анализ и его приложения 2017, т. 51, вып. 2

ჰიპერზედაპირების გადაგვარებულობათა მოდულთა ალგებრის ლის დერივაციათა აღწერა დაიწყო ა. ელაშვილსა და გ. ხიმშიაშვილის ნაშრომით [7]. უკანასკნელი დროის ნაშრომში [12] კი აღწერილია იზოლირებულ განსაკუთრებულობების მოდულთა ალგებრების ფართო კლასი. ამავე მიმართულებას ეძღვნება ნაშრომიც [8].

ალექსანდრე ელაშვილი ავტორია 33 ნაშრომისა, მათგან 27 იმპაქტ ფაქტორიან ჟურნალებში, მიღებული აქვს 5 საერთაშორისო გრანტი და 4 ქართული გრანტი. ჰქონდა 30-ზე მეტი მიწვევით მოხსენებები ევროპასა და აშშ-ში, აქვს მიღებული მონაწილეობა 20 საერთაშორისო კონფერენციაში.

პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება

განზრახულია შევისწავლა ამოხსნადი ლის ალგებრებისა, რომლებიც ჩნდებიან, როგორც ჰიპერსიბრტყის იზოლირებული განსაკუთრებულობები; განხილული იქნება ასეთ ალგებრათა ამოცნობის პრობლემა; აღიწერება გერსტენჰაბერის და ჰომოტოპიური ალგებრები, რომლებიც უკავშირდებიან იზოლირებულ განსაკუთრებულობათა მოდულთა ალგებრას, და მათი კავშირი განსაკუთრებულობის მხებ კოჰომოლოგიებთან; მათი მეშვეობით აღიწერება ყალიბური გარდაქმნები და დეფორმაციის ფუნქტორები.

პროეტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები

პირველი წლის განმავლობაში მოხდება იმ მათემატიკური აპარატის დამუშავება და განვითარება, რომელიც შემოტანილი იყო V.Kac და E .Vinberg-თან ერთობლივ ნაშრომში [5]. ეს აპარატი წარმატებით მუშაობს ინტეგრებადი სისტემების ამოცანებში, რასაც მიეძღვნა E.

Vinberg-თან ერთობლივი ნაშრომი [6]. ეს მიდგომა დღეს გამოიყენება თეორიულ ფიზიკაში, კერძოდ შავი ხვრელების თეორიაში.

შემდგომ გაგრძელდება შესწავლა ლის ალგებრებისა და ლი-რაინჰარტის სტრუქტურების დეფორმაციის თეორიისა და მისი გამოყენება სინგულარობის თეორიაში.

მალხაზ ბაკურაძე

კობორდიზმებთან და K-თეორიასთან დაკავშირებული ზოგიერთი ჰომოტოპიური ინვარიანტები

შესავალი

მთავარი ამოცანაა იმ ფუნქტორების შესწავლა, რომლების კავშირშია კობორდიზმებთან და K-თეორიასთან. კერძოდ განზრახულია ზოგიერთ განზოგადებულ კოჰომოლოგიებში ცხადი გამოთვლების განვითარება. ახლებური მიდგომა გამიზნულია ახალი დაკვირვებების გამოყენებით ძირითად გამოთვლით აპარატზე, როგორიცაა ფორმალური ჯგუფები, ტრასნფერები და ა.შ., ტრადიციულ კოჰომოლოგიის ოპერაციებთან, სხვადასხვა სპექტრულ მიმდევრობებთან და კომპიუტერულ ალგებრასთან კომბინაციით.

როგორც ახალი დაკვირვება [2]-ში შემოღებულია ფორმალური ხარისხოვანი მწკრივი $\sum A_{ij}x_iy_j = F(x,y)(w(x)y - w(y)x)$, სადაც w არის F-ფორმალური ჯგუფის ინვარიანტული დიფერენციალური ფორმა, და განსაზღვრულია გვარი φ, როგორც MU^* ბორდისმების რგოლის ასახვა მის ფაქტორ-რგოლზე

$\varphi\colon MU^* \to \Lambda$, სადაც $\Lambda = MU^*/(A_{ij}),\ i,j \geq 3$. დამტკიცებულია, რომ φ გვარი მნიშვნელობებს იღებს რგოლზე $\Lambda \otimes Q = Q[p_1,p_2,p_3,p_4]$, სადაც პარამეტრების განზომილებებია 2,4,6,8 და რომ რგოლზე $MU^* \otimes \mathrm{Q}$ გვარი φ ექვივალენტურია კრიჩევერის-ჰოენის (Krichever-Hoehn) ზოგადი კომპლექსური გვარის φ_{KR}: $MU^* \otimes \mathrm{Q} \to Q[p_1,p_2,p_3,p_4]$. ეს უკანასკნელი გვარი არის უნივერსალური გვარი SU-მრავლნაირობების რაციონალური ბორდიზმების რგოლზე იმ გვარებში, რომლებიც მულტიპლიკატიურია ფიბრაციებზე კომპაქტური სტრუქტურული ჯგუფით. ცნობილია [Höhn,arXiv:math/0405232 (1991)] რომ თუ p_1, p_3 ნულია, მაშინ გვარი φ_{KR}, შეზღუდული რგოლზე $MU^* \otimes Z[1/2]$, მნიშვნელობებს იღებს მოდულარულ ფორმების რგოლზე $Z[1/2][p_2,p_4]$ და ექვივალენტურია ოშანინ-ვიტენის (Ochanine-Witten) ელიფსური გვარის. არსებობს აგრეთვე ოშანინ-ვიტენის გვარის სხვა განზოგადება, კერძოდ ელიფსური გვარი ψ $: MU^* \otimes Q \to Q[p_1,p_2,p_3,p_4]$, რომელიც განსაზღვრულია ნაშრომში [Schreieder, arXiv:1109.5394v3 [math.AT]]. აქ დამტკიცებულია რომ გვარი ψ-არის უნივერსალური იმ გვარებში რაციონალურ კომპლექსური ბორდიზმების რგოლზე, რომლების მულტიპლიცატიურია კალაბი-იაუს (Calabi-Yau) 3-განზომილებიან მრავალნაირობებზე კომპლექსური ფიბრაციების $E \to B$ პროექტივიზაციებზე $P(E)$ (ე.ი. B არის კელერის (Kähler)კომპაქტური მრავალნაირობა გადაგვარებული პირველი ჩერნის კლასით). იმავე შრომაში ნაჩვენებია, რომ ψ და φ_{KR} გვარები სხვადასხვა წარმოშობისაა. თუმცა [2] ნაშრომში ნაჩვენებია, რომ ეს გვარები იზომორფულია მკაცრი იზომორფიზმით, რომელიც მოცემულია მწკრივით $xCP(x)$, სადაც $CP(x) = 1 + \sum [CP]_i x^i$. სხვა სიტყვებით ψ არის კომპოზიცია, κ -ს მიყოლილი φ_{KR}, სადაც κ აკლასიფიცირებს უნივერსალური ფორმლური ჯგუფის $xCP(x)$-მკაცრი იზომორფიზმით იზომორფულ ფორმალურ ჯგუფს. φ-ის შესაბამისი კრიჩევერის უნივერსალური გვარის ამ კონსტრუქციით ცხადია აგრეთვე, რომ კონსტრუქციით გადაგვარებულ შემთხვევაში ის გვაძლევა აბელის უნივერსალურ ფორმალურ ჯგუფს.

კომპლექსურად ორიენტირებული კოჰომოლოგიის ერთი ფრიად საინტერესო მაგალითია მორავას (Morava) თეორია. როგორც [4] ნაშრომშია შენიშნული, თუ გვაქვს $K(s)^*(-)$ თეორია s>1, მაშინ შესაბამისი ფორმალური ჯგუფი $F(x,y) \in K(s)^\wedge * [x][[y]]$. იქვე მოცემულია აგრეთვე გამოტვლის მეთოდი $y^{p^{i(s-1)}}$ -ის სიზუსტით, ფორმალურ ჯგუფის სესახებ რავენელის (Ravenel) რეკურსიული ფორმულის გამოყენებით. კერძოდ ფორმალურ ჯგუფში $F(x,y) = \sum \alpha_{ij} x^i y^j$ გვაქვს $\alpha_{ij} = 0$ როცა $\mathrm{i} > (\mathrm{pq})^{\mathrm{n}}$ ყოველთვის როცა $j < q^n$. სასრული ჯგუფების მრავალი მაგალითისთვის როგორც, ეს იაგიტას (Yagita), ტეძუკას Tezuka) და შუსტერის

(Schuster) შომებშია ნაჩვენები, კომპლექსურად ორიენტირებული კოჰომოლოგიები წარმოქმნილია ჩერნის კლასებით.

არსებული ლიტერატურული მონაცემები

განსაკუთრებით საინტერესო მულტიპლიკატიური სტრუქტურის აღწერაა წმინდად ჩერნის კლასების ტერმინებში და ამით ცხადი ფორმულების მიღება ტრანსფერისათვის. რასაც მივყავართ ტრანსფერის და მახასიათებელი კლასების ურთიერთქმედების განხილვამდე [8], [9], [11], [5], [6] და [7]

1. M. Bakuradze: Formal group laws by Buchstaber, Krichever and Nadiradze coincide, *Russ. Math.Surv.68, 571 (2013).*

2. M. Bakuradze: Computing the Krichever genus, *J. ofHomotopy and Related Struct., 9, 1(2014), 85-93.*

3. M. Bakuradze: On the Buchstaber formal group law and some related genera, *Proc. Steklov Math. Inst, 286(2014), 7-21.*

4. M. Bakuradze: Polynomial behavior of the Honda formal group law, *J. of Homotopy and Relat.Struct.*, Journal of Homotopy and Related Structures, 12(2) (2017), 299-304

5. M. Bakuradze, Morava K-theory rings for modular groups in Chern classes, *K-theory, 38, N2, (2008), 87-94.*

6. M. Bakuradze and Jibladze, Morava K-theory rings of groups G_38,…G_41 of order 32, *J. K theory, 13 (2014), 171-198.*

7. M. Bakuradze and N. Gachechiladze, Morava K-theory rings of the extensions of C_2 by the products of cyclic 2-groups , MoscowMath. J., 16(4),(2016), 141--193

8. M. Bakuradze and S. Priddy, Transfer and complex oriented cohomology rings, *Algebr. Geom. Topol.***3** (2003) 473–509.

9. M. Bakuradze and S. Priddy, Transferred Chern classes in Morava K-theory, *Proc. Am. Math. Soc.* 132 (2004) 1855–1860).

10 . M. Bakuradze, M. Jibladze and V. V. Vershinin: Characteristic classes and transfer relations in cobordism, *Proc. Amer. Math. Soc.,131, 6(2003), 1935-1942.*

11. M. Bakuradze and V. Vershinin, Morava K-theory rings for the dihedral, semi-dihedral and generalized quaternion groups in Chern Classes, *Proc. Am. Math. Soc.***134** (2006) 3707–3714)]

პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება

პროექტის საგანია ტოპოლოგია თუმცა ელიფსური გვარების ახლებური დახასითება საინტერესოა ფიზიკოსებისთვისაც.

პროეტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები

პირველ წელს დაგეგმილია შეკრების ფორმულების დადგენა ელიფსური გვარებისთვის და შესაბამისი ელიფსური ინტერალებისთვუს 1-3 შრომებზე დაყრდნობით.

შემდეგში დაგეგმილია:

a) φ გვარის რეალიზაცია, როგორც კომპლექსურად ორიენტირებული კოჰომოლოგიის თეორია

$MU[1/2]$ კომპლექსური კობორდიზმი ლიკალიზებული 2-ის გარეთ სინგულარობებით.

b) ოთხპარამეტრიანი გვარის შესწავლა, რომელიც მოცემულია სიმპლექტურ კობორდიზმების რგოლზე როოგორც φ გვარის შეზღუდვა. ამისთვის გავიხსენოთ, რომ $MU[1/2]$ არის $MSp[1/2]$

კოპიოების ჯამი [see A. Baker and J. Morava, MSp localized away from 2 and odd formal group laws,

preprint]. ისაც დაგვეხმარება რომ სასრული სეგმენტი MSp^* რგოლისთავისუფალი ნაწილისა

გამოთვლილია ფორმალური ჯგუფის ტერმინებში [10].

ვახტანგ ლომაძე

წრფივი კერძო წარმოებულიანი განტოლებათა სისტემები მუდმივი კოეფიციენტებით

შესავალი

წრფივ კერძო წარმოებულიან განტოლებათა სისტემებს მუდმივი კოეფიციენტებით სწავლობდნენ ისეთი დიდი მათემატიკოსები, როგორიცაა ერენპრაისი, მალგრანჟი და ჰიორმანდერი. ამ უკანასკნელის სახელგანთქმულ სამტომეულში მთელი ერთი ტომი ეძღვნება ამ ობიექტებს. ჩვეულებრივ იყენებენ კომპლექსური ანალიზის მეთოდებს. მრავალი ამოცანა ამ სისტემებთან დაკავშირებით ალგებრული ბუნებისაა, რაც არ უნდა იყოს გასაკვირი, ვინაიდან ისინი ასოცირდებიან (მრავალი ცვლადის) პოლინომურ მატრიცებთან.

ამიტომაც, ვ. ლომაძე მათ შესასწავლად არსებითად იყენებს მხოლოდ და მხოლოდ ალგებრას.

უკანასკნელი წლების შედეგებიდან, რომლებიც კავშირშია პროექტთან, აღსანიშნავია შემდეგი:

მიღებულია მარტივი ალგებრული დამტკიცება ერენპრაისის ფუნდამენტური თეორემისა (იხ. [1]).

დამტკიცებულია, რომ გლუვი ტრაექტორიების ერთობლიობა შეიძლება წარმოდგენილ იქნეს როგორც ამონახსნების სიმრავლე წრფივ კერძო წარმოებულიან განტოლებათა სისტემისა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა იგი არის წრფივი, ინვარიანტული გადაადგილე-ბის მიმართ და ჯეტ-სრული (იხ. [2]). ეს ის შედეგი მიუთითებს ტეილორის აპროქსიმაციების მნიშვნელობაზე, და [3]-ში ნაჩვენებია, რომ თუ გვინდა ავაგოთ ეს აპროქსიმაციები საკმარისია ავიღოთ მხოლოდ ექსპონენციალური ტრაექტორიების „ჩამონაჭრები“. აქვე , შემოთავაზებულია ტეილორის აპროქსიმაციების გამოთვლა წმინდა ალგებრული ხერხებით, რომლებიც არ მოითხოვს თვითონ ტრაექტორიების ცოდნას. ამავე სტატიაში, მიღებულია მალგრანჟის აპროქსიმაციის თეორემის გამარტივებული ვერსია.

შემოტანილია წრფივი დიფერნციალური სისტემების წესიერი წარმოდგენები. ეს არის წარმოდგენები, რომელთაც არა აქვთ განსაკუთრებულობა უსასრულობაში და არიან „ადექვატურნი“. დამტკიცებულია, რომ ასეთი წარმოდგენები ყოველთვის არსებობს. აღმოჩნდა, რომ წესიერ წარმოდგენისთვის სტრიქონების მინიმალური რაოდენობის ქონა ექვივალენტურია მინიმალური ტოტალური ხარისხის ქონის. ეს გვაძლევს საშუალებას კორექტულად განვსაზღვროთ მინიმალურობის ცნება. მნიშვნელოვანია ის, რომ მინიმალური წესიერი წარმოდგენა ცალსახად განისაზღვრება სპეციალური ფორმის უნიმოდულა-რულ მატრიცზე გამრავლებამდე სიზუსტით. ეს ერთადერთობის რეზულტატი გვაძლევს საშუალებას განვსაზღვროთ (მაღალ განზომილებებში) ვინერ-ჰოპფის ინდექსები (იხ. [4]).

[6]-ში, აღმოჩენილია, რომ წრფივი დიფენციალური სისტემისთვის შესაძლებელია სხვადასხვა განსხვავებული პირველი რიგის წამოდგენები. ეს წარმოდგენები დამოკიდებულია პოლინომის ხარისხის ცნებაზე . ხარისხებს შორის, ორი ხარისხი, სახელდობრ, ტოტალური ხარისხი და მულტი-ხარისხი არის ყველაზე მეტად ბუნებრივი და სტანდარტული. [5]-სა და [6]-ში, უშუალო და ავტომატური გზებია შემოთავაზებული მაღალი რიგის წრფივი მუდმივ კოეფიციენტებიანი კერძო წარმოებულიანი განტოლებათა სისტემის დასაყვანად პირველ რიგზე. ეს დაყვანები შეესაბამება ტოტალურ ხარისხს და მულტი-ხარისხს.

არსებული ლიტერატურული მონაცემები

1. V. Lomadze, A note on Ehrenpreis' fundamental principle, LAA 438 (2013) 2083-2089.

2. V. Lomadze, Characterization of multidimensional LTI differential systems, Systems Contr. Letters 68 (2014) 20-24.

3. V. Lomadze, Taylor approximations of multidimensional linear systems, International J. of Control 89 (2016) 1091-1095.

4. V. Lomadze, Proper representations of (multivariate) linear differential systems, Systems Contr. Letters 94 (2016) 25-30.

5. V. Lomadze, Converting high order linear PDEs to first order, Systems Contr. Letters 94 (2016) 107-110.

6. V. Lomadze, On the reduction of high order linear PDEs to first order, Linear Algebra Appl. 530 (2017) 1-14.

პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება

პროექტი თეორიული ხასიათისაა. ვფიქრობთ, რომ იგი საინტერესო უნდა იყოს (მრავალი ცვლა-დის) წრფივ დინამიურ სისტემათა თეორიაში.

პროექტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები

მუდმივ კოეფიციენტებიან წრფივ კერძო წარმოებულიან განტოლებათა სისტემას გააჩნია ყველგან მკვრივი სიმრავლე პოლინომურ-ექსპონენციალური ამონახსნებისა. ბუნებრივად ისმის კითხვა, თუ რა შემთხვევაში აქვს სისტემას ყველგან მკვრივი სიმრავლე პოლინომური ამონახსნებისა. ამ ამოცანის ამოხსნა პროექტის ერთი მიზანია.

პროექტის სხვა მიზანია სინგულარული შეშფოთების ერთი ამოცანის გამოკვლევა, რომელიც წარმოიშვება წრფივი კერძო წარმოებულიან დიფერენციალური განტოლებათა თეორიაში (სინგულარული შეშფოთების ამოცანა - ეს ისეთი ამოცანაა, რომლის ამონახსნი როცა $\varepsilon = 0$ ფუნდამენტურად განსხვავდება იმ ამონახსნისგან რომელიც შეესაბამება ε -ის „პატარა" მნიშვნელობას.) ეს დიდი და რთული ამოცანაა, და თავდაპირველად დაგეგმილია ერთი ცვლადის და ერთი განტოლების განხილვა. ვთქვათ, მოცემულია წრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლება დამოკიდებული პარამეტრზე. მაშინ, როცა ეს პარამეტრი მიისწრფვის ნულისკენ, ამონახსნები იკრიბებიან ზღვრული დიფერენციალური განტოლების ამონახსნებისკენ რეგულარულ შემთხვევაში (როცა უფროსი კოეფიციენტი არ ნულდება). მდგომარეობა დრამატულად ფუჭდება სინგულარულ შემთხვევაში, როცა ეს კოეფიციენტი ხდება ნულის ტოლი; ამონახსნების სიმრავლემ შეიძლება მთლიანად კოლაპსი განიცადოს. პროექტი ისახავს მიზნად ისეთი ფორმალიზმის განვითარებას, სადაც ამონახსნების სიმრავლის კრებადობა ყოველთვის შეესაბამება განტოლების კრებადობას. როგორც ცნობილია, არსებობს კანონიკური ბიექციური თანადობა პოლინომურ მოდულებსა და წრფივ დინამიურ სისტემებს შორის. და პროექტის ერთი მიზანია, ეს თანადობა გავხადოთ ორივე მხრიდან უწყვეტი. პროექტის ამ ნაწილის განხორციელება იგეგმება პირველ წელს, ინგლისელ მათემატიკოსთან პაოლო რაპისარდასთან (Paolo Rapisarda) ერთად.

ახალგაზრდა მეცნიერთა მომზადება

მიუხედავად იმისა, რომ ორგანიზაციულად კვლევით ინსტიტუტებში უკვე დიდი ხანია აღარ არის სადოქტორო პროგრამები (ასპირანტურა), მაინც ხერხდებოდა ახალგაზრდების მოზიდვა სხვადასხვა ფორმით. მაგალითისთვის, თ. ქადეიშვილის მოწაფემ ზვიად ხარებავამ PhD დისერტაცია დაიცვა ჩრდილო კაროლინის უნივერსიტეტში, რიგი სტუდენტებისა მისი რეკომენდაციით სწავლობენ სადოქტორო პროგრამებზე ევროპისა თუ ამერიკის უნივერსიტეტებში, მაგალითად: დავით ცირეკიძე - Stanford University, თეონა გიგაური - Washington University in St Louis, ალა ავოიანი - New York University.

ვახტანგ ლომაძემ მოამზადა 3 დოქტორანტი პაკისტანში
M.S. Akram, COMSATS Institute of Information Technology, Islamabad, Pakistan
H. Mahmood, Department of Mathematics, GC University, Lahore, Pakistan
M.K. Zafar, Department of Mathematics, Air University, Islamabad, Pakistan

მალხაზ ბაკურაძე იყო რეკომენდატორი რევაზ ქურდიანისა, რომელმაც შემდგომ დაიცვა დისერტაცია აბერდინში, და გურამ დონაძისა, რომელიც გახდა დოქტორანტი აშშ-ში.
მალხაზ ბაკურაძე ხელმძღვანელობს თსუ-ში სამ დოქტორანტს - ალექსანდრე ლომაძეს, ნათია გაჩეჩილაძეს და ანა ნუსხელაძეს.

საერაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

თორნიკე ქადეიშვილი 2008 – 2013 წლებში იყო თეორიული ფიზიკის საერთაშორისო ცენტრის ICTP, ტრიესტე, იტალია, უფროსი ასოცირებული წევრი. 2008 წელს იყო ICTP-ში გამართული საზაფხულო სკოლის Mathematics, Algorithms and Proofs თანადირექტორი. 1988 წელს მიიღო ჰუმბოლდტის სიპენდია და 2 წელი მუშაობდა ჰაიდელბერგის უნივერსიტეტში, სხვადასხვა წლებში ჰქონდა ხანგრძლივი მიწვევითი პოზიციები მეხიკოს, სევილიის (ესპანეთი), გრენობლის (საფრანგეთი), ჩრდილო კაროლინის (აშშ) უნივერსიეტებში. აქვს ერთობლივი

შრომები უცხოელ მეცნიერებთან I. Huebshmann (Lille University), P. Real (Sevilla University, T. Lada (North Carolina State University). მიღებული აქვს გრანტები საერთაშორისო სამეცნიერო ფონდებიდან Open Society Foundations (OSF), INTAS, CRDF, PEER, Marie Skłodowska-Curie Actions (MSCA).

ალექსანდრე ელაშვილს აქვს ერთობლივი სატიები უცხოელ მათემატიკოსებთან W. A. de Graaf (ტრენტოს უნივერსიტეტი, იტალია) V. G. Kac (MIT, აშშ), E. B. Vinberg (МГУ), Ginsburg (ჩიკაგოს უნივერსიტეტი). ჰქონდა ხანგრძლივი მიწვევითი პოზიციები ბილეფელდის, ბოხუმის უნივერსიტეტებში, ბონის მაქს-პლანკის ინსტიტუტში, ვაიცმანის ინსტიტუტში (ისრაელი).

სამსონ სანებლიძე დიდი ხნის მანძილზე თანამშრომლობს პენსილვანიის უნივერსიტეტის (მილერსვილი, აშშ) პროფესორთან რონალდ ამბლთან, გამოქვეყნებულია რამდენიმე სტატია. ასევე, აწარმოებდა ერთობლივ სამეცნიერო კვლევას მაქს პლანკის ინსტიტუტში (ბონი, გერმანია) ბორის შოიკჰეტან, 2011 წ . უკანასკნელ წლებში მონაწილებდა: საერთაშორისო ტოპოლოგიური კონფერენცია ჯორჯიის უნივერსიტეტში (ათენი, აშშ, 2010 წ), საერთაშორისო ვორკშოპი „ოპერადები და ჰომოტოპიის თეორია" ლილის უნივერსიტეტში (საფრანგეთი, 2010). თანამშრომლობს ახალგაზრდა ამერიკელ მათემატიკოთან მანუელ რივერასთან (რომელთანაც მოამზადა ორი სტატია გამოსაქვეყნებლად); მონაწილეობდა: საერთაშორისო ტოპოლოგიური კონფერენცია ლებეგის ცენტრში (ნანტი, საფრანგეთი, 2014 წ), რეგიონალური ტოპოლოგიური კონფერენცია მიძღვნილი ლონდონის მათემატიკური საზოგადოების დაარსების 150 წლისთავისადმი (საუთჰემპტონი, დიდი ბრიტანეთი, 2015 წ), საერთაშორისო ტოპოლოგიური კონფერენცია ჰოკაიდოს უნივერსიტეტში (საპორო, იაპონია, 2017 წ),

მალხაზ ბაკურაძეს წლების განმავლობაში მჭიდრო თანამშრომლობა აქვს მოსკოველ მათემატიკოსებთან ს.ნოვიკოვთან, ვ. ბუხშტაბერთან და ტ. პანოვთან; ამერიკელებთან ს. პრიდდისთან , მ. მახოვალდთან, დ. რავენელთან; ბრიტანელებთან ნ. რეისთან, ა. ბეიკერთან, გერმანელებთან თ. შიკთან, რ. მეიერთან და სხვა. ბაკურაძის უცხოელი თანაავტორებიდან აღსანიშნავია ს. პრიდდი (Nortwestern University, USA) მასთან თანამშრომლობით მაქს-პლანკის ინსტიტუტში (ბონი, გერმანია) **01/09/2002 - 28/02/2003** პერიოდში გაკეთდა ორი ერთობლივი პუბლიკაცია. ვ. ვერშინინთან თანამშრომლობით საფრანგეთში 12/01/2004 - 01/01/2005 (University Montpellier II) გაკეთდა სამი ერთობლივი პუბლიკაცია. მ. ბაკურაძე არის პროგრამის "თსუ საერთაშორისო სადოქტორო პროგრამა მათემატიკაში" ბორდის წევრი http://mathphd.tsu.ge/index.html, არის სამეცნიერო ხელმძღვანელი ქართული მხრიდან ერთობლივი გრანტისა მონტპელიეს უნივერსიტეტთან, CNRS- შოთა რუსთაველის ესფ გრანტი, 2017-2020.

ვახტანგ ლომაძეს ჰქონდა ვიზიტები შემდეგ უნივერსიტეტებში: University of Groningen (1995), Center for Mathematics and Computer Science in Amsterdam (1995), East Carolina University (1997), University of Notre Dame (1997), Ohio State University (1997); Kaiserslautern University (1999), Innsbruck University (1999), University of Bilbao (2000), Kaiserslautern University (2000), Innsbruck University (2000), University of Bielefeld (2001), Abdus Salam International Center of Theoretical Physics in Italy (2004), University of Beer-Sheva (2004). ზოგიერთი ეს ვიზიტი საფუძვლად დაედო საერთო ნაშრომების შექმნას თანაავტორებთან M.S. Ravi, J. Rosenthal, J.M. Schumacher, E. Zerz. ვ. ლომაძე ერთწლიანი (2001-2002) ვიზიტით იმყოფებოდა ინგლისში, Southampton-ის უნივერსიტეტში, სადაც ითანამშრომლა ორ ადგილობრივ პროფესორთან (E. Rogers and J. Wood); ეს თანამშრომლობა დასრულდა ორი საერთო ნაშრომით. 2006-2011 წლებში მოწვეული პროფესორის თანამდებობაზე მუშაობდა აბდუს სალამის სახ. მათემატიკის ინსტიტუტში (პაკისტანი). მისი ხელმძღვანელობით სამმა მოწაფემ (S. Akram, H. Mahmood, K. Zafar) წარმატებით დაიცვეს PhD დისერტაციები, და ამჟამად მუშაობენ ქვეყნის წამყვან უნივერსიტეტებში. 2018 წელს მიიღო მონაწილეობა ვორკშოპში „სტრუქტურული დინამიური სისტემები: გამოთვილითი ასპექტები" (კაპიტოლო-ბარი).

<u>თემა 5:</u> **არალოკალური სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანები ჩვეულებრივი და კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის**

შემსრულებელ მკვლევართა ჯგუფი: ი. კიღურაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ს. ხარიბეგაშვილი, მ. აშორდია, გ. ბერიკელაშვილი, ნ. ფარცვანია, ო. ჯოხაძე.

სამეცნიერო განყოფილება: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის დიფერენციალური განტოლებების განყოფილება.

თემის მოკლე შინაარსი: ცალმხრივი რეგულარული და სინგულარული დიფერენციალური უტოლობებისა და უტოლობათა სისტემებისათვის მიღებული იქნება წრფივი და არაწრფივი სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნების ახალი აპრიორული შეფასებები, რომელთა საფუძველზე შეისწავლება:

- რეზონანსული (კერძოდ, ნეიმანის ტიპის) არალოკალური სასაზღვრო ამოცანები მაღალი რიგის არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის;
- კოში-ნიკოლეტის, დირიხლესა და პერიოდულის ტიპის არალოკალური ამოცანები მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და განზოგადებულ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებისათვის სინგულარობებით დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ;
- არსებითად არაწრფივი არაავტონომიური დიფერენციალური სისტემების რხევადი, მონოტონური და ფეთქებადი ამონახსნები;
- საწყის-სასაზღვრო (კერძოდ, პუანკარესა და რობინის) ამოცანები არაწრფივი სასაზღვრო პირობებით ჰიპერბოლური ტიპის კერძოწარმოებულებიან განტოლებათა სისტემებისათვის;
- საწყისი და საწყის-სასაზღვრო ამოცანები მაღალი რიგის ორცვლადიანი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის სინგულარობებით დამოუკიდებელი და ფაზური ცვლადების მიმართ;
- ზოგიერთი არალოკალური ამოცანა ელიფსური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი განტოლებებისათვის.

პრობლემის აღწერილობა

მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისათვის რეგულარულ შემთხვევაში გამოკვლეული იქნება რეზონანსული არალოკალური (კერძოდ, ნეიმანის ტიპის) სასაზღვრო ამოცანები, ხოლო სინგულარულ შემთხვევაში არარეზონანსული (კერძოდ, დირიხლეს, კოში-ნიკოლეტის და პერიოდულის ტიპის) ამოცანები. ადრე ცნობილი შედეგებისგან განსხვავებით თეორია გავრცელდება ისეთ განტოლებებსა და სისტემებზე, რომელთა მარჯვენა მხარეები არიან დროითი ცვლადის მიმართ ძლიერად სინგულარული და ფაზური ცვლადების მიმართ სწრაფად ზრდადი ფუნქციები. ანალოგიური თეორია აგებული იქნება, აგრეთვე, ფუნქციონალურ-დიფერენციალური (კერძოდ, გადახრილარგუმენტებიანი) განტოლებებისათვის, იმპულსური დიფერენციალური სისტემებისათვის და განზოგადებულ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებისათვის. ოპტიმალურად იქნება აღწერილი არაწრფივ არაავტონომიურ დიფერენციალურ სისტემათა კლასები, რომელთაც გააჩნიათ რხევადი, მონოტონური და ფეთქებადი ამონახსნები და გამოკვლეული იქნება აღნიშნული ამონახსნების თვისებები.

ჰიპერბოლური ტიპის კერძოწარმოებულებიან განტოლებათა წრფივი და არაწრფივი სისტემებისთვის აგებული იქნება პუანკარესა და რობინის ტიპის საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა დასრულებული თეორია.

აგებული იქნება საწყის და საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის საფუძვლები დამოუკიდებელი და ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული მაღალი რიგის ორცვლადიანი ჰიპერბოლური განტოლებებისთვის.

სამგანზომილებიანი ელიფსური განტოლებებისათვის გამოკვლეული იქნება საკითხი ბიწაძე-სამარსკისა და ინტეგრალურ პირობებიანი ამოცანების ამონახსნების აგების შესახებ სასრულ-სხვაობიანი მეთოდით.

კვლევის ობიექტები, თემის აქტუალობა, კვლევის სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია

კვლევის ობიექტებია: ა) არალოკალური სასაზღვრო ამოცანები მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისთვის, რომელთა მარჯვენა მხარეებს შეიძლება გააჩნდეს ძლიერი სინგულარობები დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ; ბ) საწყისი და სასაზღვრო ამოცანები იმპულსური და განზოგადებულ სინგულარულ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებისთვის; გ) მაღალი რიგის არაავტონომიური არსებითად არაწრფივი დიფერენციალური სისტემები მონოტონური, რხევადი და ფეთქებადი ამონახსნებით; დ) არალოკალური საწყის-სასაზღვრო ამოცანები არაწრფივი სასაზღვრო პირობებით წრფივი და არაწრფივი ჰიპერბოლური სისტემებისთვის, საწყისი და საწყის-სასაზღვრო ამოცანები მაღალი რიგის ორცვლადიანი არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისთვის სინგულარობებით დამოუკიდებელი და ფაზური ცვლადების მიმართ.

თემის აქტუალობა: ა) ბოლო ექვსი ათეული წლის მანძილზე სასაზღვრო ამოცანები ჩვეულებრივი დიფერენციალური და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისთვის სულ უფრო მეტ ყურადღებას იპყრობს და დღემდე ინტენსიურად შეისწავლება (იხ. მაგალითად, [34]-[44], [46]-[52], [55], [56], [60]-[68], [70], [71], [73]-[76], [79], [81]-[84], [95], [96], [108], [109] და იქ მითითებული ლიტერატურა). ასევე დიდ ინტერესს იწვევს სასაზღვრო ამოცანები კურცვაილის აზრით განზოგადებული დიფერენციალური განტოლებებისა და იმპულსური დიფერენციალური განტოლებებისთვის ([1]-[8], [83], [85], [86], [88], [105], [106], [110], [111]). ამ პერიოდის მანძილზე აგებულ იქნა სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის საფუძვლები როგორც რეგულარული, ისევე დროითი ცვლადის მიმართ სინგულარული დიფერენციალური განტოლებებისთვის და დეტალურად იქნა გამოკვლეული ორწერტილოვან, მრავალწერტილოვან და არალოკალურ სასაზღვრო ამოცანათა გარკვეული კლასები. მიღებული იქნა, აგრეთვე, დასრულებული ხასიათის შედეგები საწყის, ორწერტილოვან და პერიოდულ სასაზღვრო ამოცანათა ამოხსნადობისა და ცალსახად ამოხსნადობის შესახებ ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული დიფერენციალური განტოლებებისთვის.

დღემდე, ფაქტობრივად, შეუსწავლელი რჩება:

- რეზონანსული არალოკალური ამოცანები არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის როგორც რეგულარულ, ისე სინგულარულ შემთხვევებში;
- არალოკალური ამოცანები ისეთი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისთვის, რომელთა მარჯვენა მხარეები ან დროითი ცვლადის მიმართ ძლიერად სინგულარული ან ფაზური ცვლადების მიმართ სწრაფად ზრდადი ფუნქციებია.

მიუხედავად ზემოხსენებული ფუნდამენტური შედეგებისა, ჯერ კიდევ არაა აგებული არალოკალურ სასაზღვრო ამოცანათა რამდენადმე დასრულებული თეორია:

- ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისთვის;
- იმპულსური და განზოგადებული დიფერენციალური სისტემებისთვის.

აღნიშნული ხარვეზების შევსება ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიის რთული და აქტუალური პრობლემაა.

ბ) სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის გამოყენებით არაავტონომიური არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დეტალურადაა შესწავლილი დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივი თეორიის ძირითადი ამოცანები მონოტონური, ფეთქებადი და რხევადი ამონახსნების არსებობის შესახებ. ასეთი ამოცანების შესწავლა მაღალი რიგის არაავტონომიური ძლიერად არაწრფივი დიფერენციალური სისტემებისთვის მოითხოვს პრინციპულად ახალ მიდგომას და მისი აქტუალობა ეჭვს არ იწვევს.

გ) საწყის-სასაზღვრო (მათ შორის, ე. წ. არაკლასიკური) ამოცანების სისტემატური შესწავლა ჰიპერბოლური ტიპის განტოლებებისა და სისტემებისთვის გასული საუკუნის სამოცდაათიან

წლებში დაიწყო და დღემდე ინტენსიურად გრძელდება (იხ. მაგალითად, ([20]-[33], [43], [72], [78], [80], [89], [90], [93], [94], [99]-[103] და იქ მითითებული ლიტერატურა).

ორცვლადიანი არაწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისთვის უწყვეტი მარჯვენა მხარეებით ამომწურავადაა შესწავლილი საწყის-პერიოდული ამოცანა და საწყის-არალოკალურ ამოცანათა საკმაოდ ფართო კლასი. სახელდობრ, დადგენილია აღნიშნულ ამოცანათა ამოხსნადობის, ცალსახად ამოხსნადობის, კორექტულობისა და არაკორექტულობის ოპტიმალური პირობები და აღწერილია ისეთ ჰიპერბოლურ განტოლებათა კლასები, რომელთათვის საწყის ამოცანებს გააჩნია ფეთქებადი ამონახსნები.

როგორც წრფივი, ისე არაწრფივი ჰიპერბოლური სისტემებისთვის პრაქტიკულად შეუსწავლელი რჩება საწყის-სასაზღვრო ამოცანები არაწრფივი სასაზღვრო პირობებით (კერძოდ, პუანკარესა და რობინის ტიპის ამოცანები). ასეთი ამოცანებით აღიწერება არაერთი ფიზიკური პროცესი და მათი გამოკვლევა უაღრესად აქტუალურია. მათემატიკურად ეს ამოცანა ძალზე საინტერესოა და მისი გამოკვლევა სერიოზული სირთულეების გადალახვასთანაა დაკავშირებული.

ასევე აქტუალურ პრობლემად რჩება არალოკალურ საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის საფუძვლების აგება მაღალი რიგის ჰიპერბოლური განტოლებებისთვის სინგულარობებით დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ.

დ) სამგანზომილებიანი ელიფსური განტოლებებისთვის კარგადაა შესწავლილი არალოკალური (კერძოდ, ბიწაძე-სამარსკის ტიპისა და ინტეგრალურ პირობებიანი) ამოცანების ცალსახად ამოხსნადობის საკითხი. რაც შეეხება ამონახსნის აგების საკითხს, ის ჯერ კიდევ შეუსწავლელი რჩება. სწორედ ამ ხარვეზის შევსებაა წარმოდგენილი პროექტის ერთ-ერთი მიზანი.

კვლევის სიახლე და მეთოდოლოგია. კვლევის სიახლე განპირობებულია მისი მიზნებით, რაც გულისხმობს:

- რეზონანსული არალოკალური (კერძოდ, ნეიმანის ტიპის) ამოცანების თეორიის აგებას მაღალი რიგის დიფერენციალური და ფუქნციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისთვის;
- კოში-ნიკოლეტის, დირიხლესა და პერიოდულის ტიპის არალოკალური ამოცანების გამოკვლევას მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის და იმპულსური და განზოგადებული დიფერენციალური სისტემებისთვის სინგულარობებით დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ;
- მაღალი რიგის არსებითად არაწრფივი არაავტონომიური სისტემების მონოტონური, რხევადი ამონახსნების არსებობის პირობების დადგენას და ამ ამონახსნების ასიმპტოტური თვისებების გამოკვლევას;
- არაწრფივ სასაზღვრო პირობებიან საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის აგებას წრფივი და არაწრფივი ჰიპერბოლური სისტემებისთვის;
- საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის საფუძვლების აგებას დამოუკიდებელი და ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული მაღალი რიგის ჰიპერბოლური განტოლებებისთვის;
- არალოკალურ ამოცანათა ამონახსნების აგებას სასრულსხვაობიანი მეთოდით სამგანზომილებიანი ელიფსური განტოლებებისთვის.

ჩამოთვლილი მიზნების მისაღწევად დამუშავდება კვლევის ერთიანი მეთოდი, რაც გულისხმობს შესასწავლი ამოცანების მიყვანას ცალმხრივი დიფერენციალური უტოლობების ან უტოლობათა სისტემების ამონახსნების შეფასებაზე სათანადო საწყის-სასაზღვრო პირობებში.

დადგენილი იქნება ცალმხრივ დიფერენციალურ უტოლობათა ამონახსნების ახალი აპრიორული შეფასებები, რაც უზრუნველჰყოფს განსახილველი ამოცანების ამოხსნადობის და ცალსახად ამოხსნადობის ოპტიმალური პირობების დადგენას.

არსებული ლიტერატურული მონაცემები

შემოთავაზებული თემის შემსრულებლები წლების მანძილზე აქტიურ სამეცნიერო-კვლევით სამუშაოს ეწევიან დ მათი მეცნიერული შედეგები კარგადაა ცნობილი დიფერენციალურ განტოლებათა თეორიის სპეციალისტებისთვის.

ივანე კიღურაძე [34]-[52] ითვლება სინგულარულ სასაზღვრო ამოცანა თეორიისა და არაავტონომიურ დიფერენციაურ განტოლებათა ოსცილაციის თეორიის ერთ-ერთ ფუძემდებლად (იხ. [112]). ამ მიმართულებით მის მიერ დამუშავებული მეთოდები და მიღებული შედეგები ფართოდ გამოიყენება სპეციალისტების მიერ. კერძოდ, ისინი ასახულია ენციკლოპედიურ გამოცემებში [65], [67], [81], მონოგრაფიებსა [58]-[64], [66], [68]-[77], [79], [80], [82]-[84], [87] და სამეცნიერო სტატიებში [97], [98], [104], [107]-[109]. სამეცნიერო ლიტერატურაში გვხვდება ტერმინები „მიკუსინსკი-კონდრატიევ-კიღურაძის თეორემა“, „კიღურაძის ლემა“, „კიღურაძის უტოლობა“, „კიღურაძის კლასები“, „კიღურაძის ამოცანა“, „კიღურაძე-კვინიკაძის შეფასება“.

სერგო ხარიბეგაშვილისა და ოთარ ჯოხაძის [20]-[33] მიერ მიღებულია ფუნდამენტური შედეგები არსებითად არაწრფივი (მათ შორის, ხარისხობრივი არაწრფივობის მქონე) ჰიპერბოლური განტოლებებისთვის საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა ლოკალური და გლობალური ამოხსნადობის შესახებ და გამოკვლეულია ფეთქებადობის ფენომენი.

მალხაზ აშორდია [1]-[8] ითვლება კურცვაილის აზრით განზოგადებული დიფერენციალური განტოლებებისთვის სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის ერთ-ერთ დამფუძნებლად. ადრე იაროსლავ კურცვაილისა და მისი მოწაფეებისა და მიმდევრების მიერ ასეთი განტოლებებისთვის აგებული იყო კოშის ამოცანის თეორია.

ნინო ფარცვანიას [53]-[57] მიღებული აქვს დასრულებული ხასიათის შედეგები მეორე რიგის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნების რხევადობისა და ასეთი განტოლებების ე. წ. გარდამავალი ამონახსნების არსებობის შესახებ. მას დეტალურად აქვს გამოკვლეული ორწერტილოვანი სასაზღვრო ამოცანები დროითი ცვლადის მიმართ სინგულარული მეორე რიგის განტოლებებისთვის და ამოხსნილი აქვს კნეზერის ამოცანა ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული განტოლებებისთვის.

გივი ბერიკელაშვილი [9]-[19] წარმატებით იკვლევს კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისთვის საწყის-სასაზღვრო და სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნების სასრულ სხვაობიანი მეთოდით აგების საკითხს.

საკვლევი თემის არსი და მეცნიერული ღირებულება

დამუშავდება არალოკალურ სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა კვლევის ახალი მეთოდი, რის საფუძველზეც რეგულარული და სინგულარული ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისა და სისტემებისთვის (ჰიპერბოლური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი განტოლებებისა და სისტემებისთვის) ამოიხსნება ისეთი სასაზღვრო (საწყის-სასაზღვრო) ამოცანები, რომლებიც ათეული წლების მანძილზე შეუსწავლელი რჩებოდა. მიღებული შედეგების საფუძველზე არსებითად არაწრფივი, არაავტონომიური დიფერენციალური სისტემებისთვის გადაწყდება ცნობილი ამოცანები რხევადი, მონოტონური და ფეთქებადი ამონახსნების არსებობის შესახებ.

თემის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით

2019 წელი

- რეზონანსული სასაზღვრო ამოცანები მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისთვის

მაღალი რიგის არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური და ფუნქციონალურ-დიფერენციალური განტოლებებისთვის დადგენილი იქნება რეზონანსული (კერძოდ, ნეიმანის ტიპის) ამოცანების ამოხსნადობისა და ცალსახად ამოხსნადობის არაგაუმჯობესებადი საკმარისი პირობები.

- **კოშის ამოცანა დროითი ცვლადის მიმართ ძლიერად სინგულარული მაღალი რიგის არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის**

მაღალი რიგის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დროითი ცვლადის მიმართ ძლიერად სინგულარული და ფაზური ცვლადების მიმართ სწრაფად ზრდადი მარჯვენა მხარეებით დადგენილი იქნება გარკვეული აზრით ოპტიმალური პირობები, რომლებიც სათანადოდ უზრუნველჰყოფენ:

(i) კოშის ამოცანის ამოხსნადობასა და ცალსახად ამოხსნადობას;

(ii) კოშის ამოცანის ამონახსნთა უსასრულო სიმრავლის არსებობას;

(iii) კოშის ამოცანის ამონახსნის არარსებობას.

- **მაღალი რიგის ქვეწრფივი დიფერენციალური განტოლებების რხევადი ამონახსნები**

მაღალი რიგის ქვეწრფივი არაავტონომიური დიფერენციალური განტოლებებისათვის დამტკიცებული იქნება კურცვაილის ტიპის თეორემები რხევად ამონახსნთა მრავალპარამეტრიანი სიმრავლის არსებობის შესახებ.

- **საწყის-სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნის ეფექტური აგება წრფივი ჰიპერბოლური სისტემებისთვის**

ასგეირსონის განზოგადებული პრინციპის გამოყენებით წრფივ ჰიპერბოლურ სისტემათა გარკვეული კლასისთვის საწყის სასაზღვრო ამოცანების (მათ შორის, პუანკარეს ტიპის ამოცანის) ამონახსნები აიგება კვადრატურებში.

- **ბიწაძე-სამარსკის ამოცანა სამგანზომილებიანი ელიფსური განტოლებებისთვის**

სამგანზომილებიანი ელიფსური განტოლებებისთვის წონიან სობოლევის სივრცეში შესწავლილი იქნება ბიწაძე-სამარსკის წონიანი ამოცანის ამოხსნადობის საკითხი. აგებული და გამოკვლეული იქნება შესაბამისი სასრულ-სხვაობიანი სქემა.

ინდიკატორები: გამოსაქვეყნებლად გადაეცემა 5 მაინც სამეცნიერო ნაშრომი და მომზადდება 6 მაინც საკონფერენციო თეზისი.

2020-2023 წლები

- მაღალი რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის სინგულარობებით დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ დადგენილი იქნება კოში-ნიკოლეტის, დირიხლესა და პერიოდულის ტიპის არალოკალური ამოცანების ამოხსნადობისა და ცალსახად ამოხსნადობის ოპტიმალური პირობები;
- დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ სინგულარული იმპულსური და განზოგადებული დიფერენციალური სისტემებისთვის სინგულარობებით დროითი და ფაზური ცვლადების მიმართ დადგენილი იქნება კოშის ამოცანისა და კოში-ნიკოლეტის ტიპის არალოკალური ამოცანების ამოხსნადობისა და ცალსახად ამოხსნადობის საკმარისი პირობები.
- მაღალი რიგის არაავტონომიური არაწრფივი დიფერენციალური სისტემებისთვის დადგენილი იქნება რხევადი, მონოტონური და ფეთქებადი ამონახსნების არსებობის არაგაუმჯობესებადი პირობები და შესწავლილი იქნება ამ ამონახსნების ასიმპტოტური თვისებები.
- წრფივი და არაწრფივი ჰიპერბოლური სისტემებისთვის აიგება არაწრფივ სასაზღვრო პირობებიან საწყის-სასაზღვრო ამოცანების (კერძოდ, პუანკარესა და რობინის ტიპის ამოცანების) თეორია.
- მაღალი რიგის ორცვლადიანი ჰიპერბოლური განტოლებებისთვის სინგულარობებით დამოუკიდებელი და ფაზური ცვლადების მიმართ აგებული იქნება საწყისის და არალოკალურ საწყის-სასაზღვრო ამოცანათა თეორიის საფუძვლები.
- სამგანზომილებიანი ელიფსური განტოლებებისთვის შესწავლილი იქნება ინტეგრალურ პირობებიანი არალოკალური ამოცანები. აგებული და გამოკვლეული იქნება სათანადო სხვაობიანი სქემები.

ყოველწლიურად გამოსაქვეყნებლად გადაეცემა 5 მაინც სამეცნიერო სტატია. მიღებული შედეგები რეგულარულად მოხსენდება ყოველწლიურ საერთაშორისო ვორკშოპს

დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში, ინსტიტუტის სამეცნიერო კონფერენციებს და საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმებს.

საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

თემის შემსრულებლებს აქვთ მჭიდრო სამეცნიერო კავშირები უცხოეთის ისეთ სამეცნიერო ცენტრებთან, როგორიცაა ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი, მასარიკის უნივერსიტეტი (ბრნო, ჩეხეთის რესპულიკა), ბრნოს ტექნოლოგიური უნივერსიტეტი (ჩეხეთის რესპუბლიკა), პალაცკის უნივერსიტეტი (ოლომოუცი, ჩეხეთის რესპუბლიკა), ფლორიდის ტექნოლოგიური ინსტიტუტი (მელბურნი, ფლორიდა, აშშ), მიშკოლცის უნივერსიტეტი (უნგრეთი), ჰიროსიმის უნივერსიტეტი (იაპონია), ბელორუსიის მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტი (მინსკი, ბელორუსია), ტარას შევჩენკოს სახელობის კიევის ეროვნული უნივერსიტეტი და მეჩნიკოვის სახელობის ოდესის ეროვნული უნივერსიტეტი (უკრაინა).

ივანე კიღურაძე არის საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალების *"Boundary Value Problems"; "Nonlinear Oscillations"; "Functional Differential Equations"; "Fasciculi Mathematici"* სარედაქციო კოლეგიის წევრი, ხოლო ნინო ფარცვანია არის *"Miskolc Mathematical Notes"*-ის პასუხისმგებელი რედაქტორი.

თემის შემსრულებელთა მონაწილეობით ანდრია რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში ყოველწლიურად ტარდება საერთაშორისო ვორკშოპი დიფერენციალურ განტოლებათა თვისებრივ თეორიაში – QUALITDE (http://www.rmi.ge/eng/QUALITDE/workshop), ხოლო ჩეხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მათემატიკის ინსტიტუტის ბრნოს ფილიალში – ჩეხეთ-საქართველოს ვორკშოპი სასაზღვრო ამოცანებში (http://users.math.cas.cz/~sremr/wbvp; http://czge.math.cas.cz/2018/).

მონაცემები თემის შემსრულებელთა პუბლიკაციებისა და ციტირების ინდექსების შესახებ

პუბლიკაციების რაოდენობა

No.	გვარი, სახელი	გამოქვეყნებული მონოგრაფიები და მიმოხილვები	გამოქვეყნებული სამეცნიერო სტატიები	მათ შორის იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში
1.	კიღურაძე ივანე	7	200	119
2.	ხარიბეგაშვილი სერგო	4	109	65
3.	აშორდია მალხაზი	2	103	21
4	ბერიკელაშვილი გივი	1	78	23
5.	ფარცვანია ნინო		45	22
6.	ჯოხაძე ოთარი		73	37

ციტირების ინდექსები

No.	გვარი, სახელი	Publish or Perish ციტირება (h ინდექსი)	Scopus ციტირება (h ინდექსი)	Math. Sci. Net. (AMS) ციტირება (მაციტირებელ ავტორთა რაოდენობა)
1.	კიღურაძე ივანე	4353 (29)	638 (14)	1417 (474)
2.	ხარიბეგაშვილი სერგო	452 (10)	63 (4)	151 (53)
3.	აშორდია მალხაზი	402 (10)	71 (5)	79 (32)
4	ბერიკელაშვილი გივი	273 (9)	81 (6)	73 (62)
5.	ფარცვანია ნინო	174 (7)	59 (5)	60 (59)
6.	ჯოხაძე ოთარი	213 (7)	44 (5)	71 (21)

ციტირებული ლიტერატურა

ა) თემის შემსრულებლების მონოგრაფიები და ბოლო ათი წლის მანძილზე იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში გამოქვეყნებული ნაშრომები

1. M. Ashordia, On the necessary and sufficient conditions for the stability of linear generalized ordinary differential, linear impulsive and linear difference systems (with Sh. Akhalaia, N. Kekelia). *Georgian Math. J.* **16** (2009), no. 4, 597-616.
2. M. T. Ashordia, On some boundary value problems for linear generalized differential systems with singularities. (Russian) *Differ. Uravn.* **46** (2010), no. 2, 163-177; translation in *Differ. Equ.* **46** (2010), no. 2, 167-181.
3. M. Ashordia, On the two-point boundary value problems for linear impulsive systems with singularities. *Georgian Math. J.* **19** (2012), no. 1, 19-40.
4. M. Ashordia, On the general linear boundary value problems for impulsive systems with singularities. *Georgian Math. J.* **21** (2014), no. 1, 29-39.
5. M. T. Ashordia, A multipoint boundary value problem for systems of linear generalized differential equations with singularities. (Russian) *Differ. Uravn.* **50** (2014), no. 8, 995-1010; translation in *Differ. Equ.* **50** (2014), no. 8, 987-1002.
6. M. Ashordia, On the Opial type criterion for the well-posedness of the Cauchy problem for linear systems of generalized ordinary differential equations.*Math. Bohem.* **141** (2016), no. 2, 183-215.
7. M. Ashordia, On boundary value problems for systems of nonlinear generalized ordinary differential equations. *Czechoslovak Math. J.* **67(142)** (2017), no. 3, 579-608.
8. M. Ashordia, On the solvability of the antiperiodic boundary value problem for systems of linear generalized differential equations. *Georgian Math. J.* **24** (2017), no. 2, 169-184.
9. G. Berikelashvili, Construction and analysis of difference schemes for some elliptic problems, and consistent estimates of the rate of convergence. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* **38** (2006), 1-131.
10. G. K. Berikelashvili, On a nonlocal generalization of the biharmonic Dirichlet problem (with D. G. Gordeziani). (Russian) *Differ. Uravn.* **46** (2010), no. 3, 318-325; translation in *Differ. Equ.* **46** (2010), no. 3, 321-328.
11. G. Berikelashvili, O. Jokhadze, S. Kharibegashvili, Finite difference solution of a nonlinear Klein-Gordon equation with an external source (with B. Midodashvili). *Math. Comp.* **80** (2011), no. 274, 847-862.
12. G. Berikelashvili, A one-parameter family of difference schemes for the regularized long-wave equation (with M. Mirianashvili). *Georgian Math. J.* **18** (2011), no. 4, 639-667.
13. G. Berikelashvili, On the convergence of difference schemes for one nonlocal boundary-value problem (with N. Khomeriki). *Lith. Math. J.* **52** (2012), no. 4, 353-362.
14. G. Berikelashvili, On a numerical solution of one nonlocal boundary-value problem with mixed Dirichlet-Neumann conditions (with N. Khomeriki). *Lith. Math. J.* **53** (2013), no. 4, 367-380.
15. G. Berikelashvili, On the convergence rate of a difference solution of the Poisson equation with fully nonlocal constraints (with N. Khomeriki). *Nonlinear Anal. Model. Control* **19** (2014), no. 3, 367-381.
16. G. Berikelashvili, On the convergence of difference schemes for generalized Benjamin-Bona-Mahony equation (with M. Mirianashvili). *Numer. Methods Partial Differ. Equ.* **30** (2014), no. 1, 301-320.
17. G. K. Berikelashvili, Compatible convergence estimates in the method of refinement by higher-order differences (with B. G. Midodashvili). (Russian) *Differ. Uravn.* **51** (2015), no. 1, 108-115; translation in *Differ. Equ.* **51** (2015), no. 1, 107-115.
18. G. K. Berikelashvili, On increasing the convergence rate of difference solution to the third boundary value problem of elasticity theory (with B. Midodashvili). *Bound. Value Probl.* **2015,** 2015:226, 11 pp.

19. G. Berikelashvili, Method of corrections by higher order differences for elliptic equations with variable coefficients (with B. Midodashvili). *Georgian Math. J.* **23** (2016), no. 2, 169-180.
20. O. Jokhadze, Cauchy-Goursat problem for one-dimensional semilinear wave equations. *Comm. Partial Differential Equations* **34** (2009), no. 4-6, 367-382.
21. O. Jokhadze, The first Darboux problem for wave equations with nonlinear dissipative term. *Nonlinear Differ. Equations Appl.* (NoDEA) **20** (2013), no. 3, 651-671.
22. **O. M. Jokhadze,** Global Cauchy problem for wave equations with a nonlinear damping term. (Russian) *Differ. Uravn.* **50** (2014), no. 1, 58-65; translation in *Differ. Equ.* **50** (2014), no. 1, 57-65.
23. **O. Jokhadze,** The Cauchy problem for one-dimensional wave equations with a nonlinear dissipative term. *Eurasian Math. J.* **5** (2014), no. 4, 92-112.
24. **O. Jokhadze, S. Kharibegashvili,** On the Cauchy and Cauchy-Darboux problems for semilinear wave equations. *Georgian Math. J.* **22** (2015), no. 1, 81-104.
25. **S. S. Kharibegashvili, O. M. Jokhadze,** On global and blowup solutions of a mixed problem with nonlinear boundary conditions for a one-dimensional semilinear wave equation. (Russian) *Mat. Sb.* **205** (2014), no. 4, 121-148; translation in *Sb. Math.* **205** (2014), no. 3-4, 573-599.
26. **S. Kharibegashvili,** Goursat and Darboux type problems for linear hyperbolic partial differential equations and systems. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* 4 (1995), 127 pp.
27. **S. Kharibegashvili**, Some multidimensional problems for hyperbolic partial differential equations and systems. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* 37 (2006), 1-136.
28. **S. Kharibegashvili**, Boundary value problems for some classes of nonlinear wave equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* 46 (2009), 1-114.
29. **S. S. Kharibegashvili, O. M. Jokhadze,** Time-periodic problem for a weakly nonlinear telegraph equation with directional derivative in the boundary condition. (Russian) *Differ. Uravn.* **51** (2015), no. 10, 1376-1392; translation in *Differ. Equ.* **51** (2015), no. 10, 1369-1386.
30. **S. S. Kharibegashvili, O. M. Jokhadze,** On the solvability of a periodic problem for a nonlinear telegraph equation. (Russian) *Sibirsk. Mat. Zh.* **57** (2016), no. 4, 940-950; translation in *Sib. Math. J.* **57** (2016), no. 4, 735-743.
31. **S. S. Kharibegashvili, O. M. Jokhadze,** On the solvability of a boundary value problem for nonlinear wave equations in angular domains. (Russian) *Differ. Uravn.* **52** (2016), no. 5, 665-686. *Differ. Equ.* **52** (2016), no. 5, 644-666.
32. **S. Kharibegashvili,** On the solvability of a problem nonlocal in time for a semilinear multidimensional wave equation (with B. Midodashvili). Reprint of Ukraïn. *Mat. Zh.* **67** (2015), no. 1, 88-105; *Ukrainian Math. J.* **67** (2015), no. 1, 98-119.
33. **S. Kharibegashvili,** One nonlocal problem in time for a semilinear multidimensional wave equation (with B. Midodashvili). *Lith. Math. J.* **57** (2017), no. 3, 331-350.
34. I. Kiguradze, Some singular boundary value problems for ordinary differential equations. (Russian) *Tbilisi University Press, Tbilisi,* 1975.
35. I. Kiguradze, Boundary value problems for systems of ordinary differential equations. (Russian) *Itogi Nauki Tekh., Ser. Sovrem. Probl. Mat., Novejshie Dostizh.* **30** (1987), 3-103; translation in *J. Sov. Math.* **43** (1988), no. 2, 2259-2339.
36. I. Kiguradze, Singular boundary value problems for second order ordinary differential equations (with B. L Shekhter). (Russian) *Itogi Nauki Tekh., Ser. Sovrem. Probl. Mat., Novejshie Dostizh.* **30** (1987), 105-201; translation in *J. Sov. Math.* **43** (1988), No. 2, 2340-2417.
37. I. Kiguradze, Initial and boundary value problems for systems of ordinary differential equations, I. (Russian) *Metsniereba, Tbilisi,* 1997.
38. I. Kiguradze, Boundary value problems for systems of linear ordinary differential equations. (Czech) *Masaryk University, Brno*, 1997.
39. I. Kiguradze, Bounded and vanishing at infinity solutions of nonlinear differential systems. *Georgian Math. J.* **16** (2009), no. 4, 711-724.

40. I. Kiguradze, On boundary value problems with conditions at infinity for nonlinear differential systems. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* **71** (2009), 1503-1512.
41. I. Kiguradze, Periodic solutions of nonautonomous ordinary differential equations (with A. Lomtatidze). *Monatsh. Math.* **159** (2010), no. 3, 235-252.
42. I. T. Kiguradze, Conditions for the well-posedness of nonlocal problems for second-order linear differential equations (with T. I. Kiguradze). (Russian) *Differ. Uravn.* **47** (2011), no. 10, 1400-1411; translation in *Differ. Equ.* **47**(2011), no. 10, 1414-1425.
43. I. Kiguradze, Conditions for well-posedness of nonlocal problems for higher order linear differential equations with singularities (with T. Kiguradze). *Georgian Math. J.* **18** (2011), No. 4, 735-760.
44. I. Kiguradze, Solvability conditions for non-local boundary value problems for two-dimensional half-linear differential systems (with J. Šremr). *Nonlinear Anal.* **74** (2011), 6537-6552.
45. I. Kiguradze, Asymptotic properties of solutions of nonautonomous ordinary differential equations (with T. Chanturia). *Springer Science & Business Media*, 2012.
46. I. Kiguradze, The Cauchy problem for singular in phase variables nonlinear ordinary differential equations. *Georgian Math. J.* **20** (2013), no. 4, 707-720.
47. I. Kiguradze, A priori estimates of solutions of nonlinear boundary value problems for singular in a phase variable second order differential inequalities.*Georgian Math. J.* **21** (2014), no. 2, 211-224.
48. I. T. Kiguradze, Nonlinear nonlocal problems for second-order differential equations singular with respect to the phase variable. (Russian) *Differ. Uravn.* **50** (2014), no. 8, 1025-1041; translation in *Differ. Equ.* **50** (2014), no. 8, 1018-1034.
49. I. Kiguradze, Positive solutions of periodic type boundary value problems for first order singular functional differential equations (with Z. Sokhadze). *Georgian Math. J.* **21** (2014), no. 3, 303-311.
50. I. Kiguradze, On nonlinear boundary value problems for higher order functional differential equations (with Z. Sokhadze). *Georgian Math. J.* **23** (2016), no. 4, 537-550.
51. I. Kiguradze, On a boundary value problem on an infinite interval for nonlinear functional differential equations (with Z. Sokhadze). *Georgian Math. J.* **24** (2017), no. 2, 217-225.
52. I. T. Kiguradze, Analog of the first Fredholm theorem for higher-order nonlinear differential equations (with T. I. Kiguradze). *Differ. Uravn.* **53** (2017), no. 8, 1024-1032; translation in *Differ. Equ.* **53** (2017), no. 8, 1024-1032.
53. N. Partsvania, Oscillation theorems for second order nonlinear differential equations (with Z. Došlá). *Nonlinear Anal.* **71** (2009), no. 12, e1649-e1658; doi:10.1016/j.na.2009.02.007.
54. N. Partsvania, Oscillatory properties of second order nonlinear differential equations (with Z. Došlá). *Rocky Mountain J. Math.* **40** (2010), no. 2, 445-470.
55. N. Partsvania, On a periodic problem for higher-order differential equations with a deviating argument (with S. Mukhigulashvili, B. Půža). *Nonlinear Anal.* **74** (2011), no. 10, 3232-3241; doi:10.1016/j.na.2011.02.002.
56. N. Partsvania, The nonlinear Kneser problem for singular in phase variables second-order differential equations (with B. Půža). *Bound. Value Probl.* **2014,** 2014:147, 17 pp.
57. N. Partsvania, Oscillatory and monotone solutions of first-order nonlinear delay differential equations (with Z. Sokhadze). *Georgian Math. J.* **23** (2016), no. 2, 269-277.

ბ) სხვა ავტორთა მონოგრაფიები

58. R. P. Agarwal, S. R. Grace, D. O'Regan, Oscillation theory for second order dynamic equations. *Taylor & Francis, Ltd., London,* 2003.
59. R. P. Agarwal, D. O'Regan, Singular differential and integral equations with applications. *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,* 2003.
60. N. V. Azbelev, L. F. Rachmatullina, Theory of linear abstract functional differential equations and applications. *Publishing House GCI*, 1996.

61. N. V. Azbelev, V. P. Maksimov, L. F. Rakhmatullina, Introduction to the theory of functional differential equations: methods and applications. *Hindawi Publishing Corporation, Cairo,* 2007.
62. M. Bartušek, Asymptotic properties of oscillatory solutions of differential equations. *Masaryk University Press, Brno*, 1992.
63. M. Bartušek, Z. Došlá, J. R. Graef, The nonlinear limit-point/limit-circle problem. *Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA,* 2004.
64. M. Bartušek, J. R. Graef, The strong nonlinear limit-point/limit-circle problem. *Trends in Abstract and Applied Analysis* 6. *World Scientific. Hackensack, NJ*, 2018.
65. C. De Coster, P. Habets, The lower and upper solutions method for boundary value problems. *Handbook of differential equations,* 69-160, *Elsevier/North-Holland, Amsterdam,* 2004.
66. C. De Coster, P. Habets, Two-point boundary value problems: lower and upper solutions. *Mathematics in Science and Engineering*, 205. *Elsevier B. V., Amsterdam,* 2006.
67. O. Došlý, Half-linear differential equations. *Handbook of differential equations*, 161-357, *Elsevier/North-Holland, Amsterdam*, 2004.
68. O. Došlý, P. Řehák, Half-linear differential equations. *North-Holland Mathematics Studies* 202. *Elsevier, Amsterdam*, 2005.
69. U. Elias, Oscillation theory of two-term differential equations. *Kluwer AcademicPublishers Group, Dordrecht,* 1997.
70. R. E Gaines, J. L. Mawhin, Coincidence degree, and nonlinear differential equations. *Springer-Verlag, Berlin-New York,* 1977.
71. R. Hakl, A. Lomtatidze, J. Šremr, Some boundary value problems for first order scalar functional differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2002.
72. T. Kiguradze, Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type. *Mem. Differential Equations Math. Phys.* 1 (1994), 1-144.
73. M. A. Krasnosel'skiĭ, P. P. Zabreĭko, Geometric methods of nonlinear analysis. *Nauka, Moscow*, 1975.
74. A. Lomtatidze, Theorems on differential inequalities and periodic boundary value problem for second-order ordinary differential equations. *Mem. Differ. Equ. Math. Phys.* **67** (2016), 1-129.
75. A. Lomtatidze, S. Mukhigulashvili, Some two-point boundary value problems for second order functional differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2000.
76. R. Mařik, Half-linear differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2000.
77. J. D. Mirzov, Asymptotic properties of solutions of systems of nonlinear nonautonomous ordinary differential equations. *Masaryk University, Brno*, 2004.
78. E. Mitidieri, S. I. Pokhozhaev, A priori estimates and the absence of solutions of nonlinear partial differential equations and inequalities. (Russian) *Tr. Mat. Inst. Steklova* **234** (2001), 1-384; translation in *Proc. Steklov Inst. Math.* **234** (2001), No. 3, 1-362.
79. S. Mukhigulashvili, Two-point boundary value problems for second order functional differential equations. *Mem. Differential Equations Math. Phys*. **20** (2000), 1-112.
80. B. I. Ptashnik, V. S. Il'kiv, I. Ya. Kmit, V. M. Polishchuk, Nonlocal boundary value problems for partial differential equation. (Ukrainian) *Naukova Dumka, Kiev,* 2002.
81. I. Rachůnková, S. Staněk, M. Tvrdý, Singularities and Laplacians in boundary value problems for nonlinear ordinary differential equations. *Handbook of differential equations: ordinary differential equations*. Vol. III, 607-722, *Handb. Differ. Equ., Elsevier/North-Holland, Amsterdam*, 2006.
82. I. Rachůnková, S. Staněk, M. Tvrdý, Solvability of nonlinear singular problems for ordinary differential equations. *Contemporary Mathematics and Its Applications, vol.* 5, *Hindawi Publishing Corporation*, 2008.
83. I. Rachůnková, J. Tomeček, State-dependent impulses. Boundary value problems on compact interval. *Atlantis Briefs in Differential Equations*, 6. *Atlantis Press, Paris,* 2015.

84. M. Ronto, A. M. Samoilenko, Numerical-analytic methods in the theory of boundary value problems. *World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ,* 2000.
85. Š. Schwabik, Generalized ordinary differential equations. *Series in Real Analysis*, 5. *World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ*, 1992.
86. Š. Schwabik, M. Tvrdý, O. Vejvoda, Differential and integral equations. Boundary value problems and adjoints. *D. Reidel Publishing Co., Dordrecht-Boston, Mass.-London*, 1979.
87. C. A. Swanson, Comparison and oscillation theory of linear differential equations. *Academic Press, New York-London,* 1968.
88. *G. A. Monteiro, Slavík, Antonín; Tvrdý, Milan Kurzweil-Stieltjes integral. World Scientific, Hackensack, NJ, 2018.*

გ) სხვა ავტორთა სამეცნიერო სტატიები

89. L. Byszewski, Theorem about existence and uniqueness of continuous solution of nonlocal problem for nonlinear hyperbolic equation. *Appl. Anal.* **4** (1991), no. 2-3, 173-180.
90. L. Cesari, A boundary value problem for quasilinear hyperbolic systems in Shauder's canonic form. *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa* **1** (1974), no. 3-4, 311-358.
91. J. M. Davis, P. W. Eloe, Discrete Kiguradze type inequalities. *J. Differ. Equations Appl.* **6** (2000), no. 4, 431-441.
92. V. A. Galaktionov, E. Mitidieri, S. I. Pohozaev, On global solutions and blow-up for Kuramoto-Sivashinsky-type models, and well-posed Burnett equations. *Nonlinear Anal.* **70** (2009), no. 8, 2930-2952.
93. V. A. Galaktionov, S. I. Pohozaev, On similarity solutions and blow-up spectra for a semilinear wave equation. *Quart. Appl. Math.* **61** (2003), no. 3, 583-600.
94. V. A. Galaktionov, S. I. Pohozaev, Blow-up and critical exponents for nonlinear hyperbolic equations. *Nonlinear Anal.* **53** (2003), no. 3-4, 453-466.
95. R. Hakl, M. Zamora, Periodic solutions to second-order indefinite singular equations. *J. Differential Equations* **263** (2017), no. 1, 451-469.
96. R. Hakl, M. Zamora, Periodic solutions of an indefinite singular equation arising from the Kepler problem on the sphere. *Canad. J. Math.* **70** (2018), no. 1, 173-190.
97. N. A. Izobov, V. A. Rabtsevich, A best-possible I. T. Kiguradze – G. G. Kvinikadze condition for the existence of unbounded regular solutions of an Emden-Fowler equation. (Russian) *Differ. Uravn.* **23** (1987), no.11, 1872-1881; translation in *Differ. Equations* **23** (1987), no. 11, 1263-1270.
98. N. A. Izobov, V. A. Rabtsevich, On two problems of Kiguradze for Emden-Fowler equations. (Russian) *Nonlinear analysis and related problems (Russian)*, 73-91, Tr. Inst. Mat. (Minsk), 2, *Natl. Akad. Nauk Belarusi, Inst. Mat., Minsk*, 1999.
99. T. Kiguradze, On bounded and time-periodic solutions of nonlinear wave equations. *J. Math. Anal. Appl.* **259** (2001), no. 1, 253-276.
100. T. Kiguradze, T. Kusano, On well-posedness of initial-boundary value problems for higher order linear hyperbolic equations with two independent variables. (Russian) *Differ. Uravn.* **39** (2003), no. 4, 516-526; translation in *Differ. Equ.* **39** (2003), no. 4, 553-563.
101. T. Kiguradze, T. Kusano, On ill-posed initial–boundary value problems for higher order linear hyperbolic equations with two independent variables. (Russian) *Differ. Uravn.* **39** (2003), no. 10, 1379-1394; translation in *Differ. Equ.* **39** (2003), no. 10, 1454-1470.
102. T. Kiguradze, V. Lakshmikantham, On initial-boundary value problems in bounded and unbounded domains for a class of nonlinear hyperbolic equations of the third order. *J. Math. Anal. Appl.* **324** (2006), no. 2, 1242-1261.
103. **T. Kiguradze, R. Ben-Rabha,** On strong well-posedness of initial-boundary value problems for higher order nonlinear hyperbolic equations with two independent variables. *Georgian Math. J.* **24** (2017), no. 3, 409-428.

104. K. Kreith, C. A. Swanson, Kiguradze classes for characteristic initial value problems. *Comput. Math. Appl.* **11** (1985), 239-247.
105. J. Kurzweil, Generalized ordinary differential equations and continuous dependence on a parameter. (Russian) *Czechoslovak Math. J.* **7 (82)** (1957), 418-449.
106. J. Kurzweil, Generalized ordinary differential equations. *Czechoslovak Math. J.* **8 (83)** (1958), 360-388.
107. T. Kusano, M. Naito, Kiguradze classes for radial entire solutions of higher order quasilinear elliptic equations. *Hiroshima Math. J.* **22** (1992), no. 2, 301-363.
108. A. Lomtatidze, L. Malaguti, On a two-point boundary value problem for the second order ordinary differential equations with singularities. *Nonlinear Anal.* **52** (2003), no. 6, 1553-1567.
109. A. Lomtatidze, Z. Opluštil, Well-posedness of the second-order linear singular Dirichlet problem. *Georgian Math. J.* **22** (2015), no. 3, 409-419.
110. G. A. Monteiro, M. Tvrdý, On Kurzweil-Stieltjes integral in a Banach space. *Math. Bohem.* **137** (2012), no. 4, 365-381.
111. A. Rontó, I. Rachůnková, M. Rontó, L. Rachůnek, Investigation of solutions of state-dependent multi-impulsive boundary value problems. *Georgian Math. J.* **24** (2017), no. 2, 287-312.
112. I. Rachůnková, S. Staněk, M. Tvrdý, et al. A tribute to Ivan Kiguradze. *Bound. Value Probl.* **2014,** 2014:228, 11 pp.

<u>თემა 6:</u> **სასაზღვრო ამოცანები წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის და მათემატიკური ფიზიკის ამოცანები**

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის მათემატიკური ფიზიკის განყოფილება

მკვლევარები: რ. დუდუჩავა (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ო. ჭკადუა, თ. ბუჩუკური, დ. კაპანაძე, რ. გაჩეჩილაძე, ა. გაჩეჩილაძე; **საზ. საწყისებზე:** ე. პესეცკაია, მ. ცაავა, გ. ჭკადუა

თემის აღწერილობა:

მათემატიკური და თეორიული ფიზიკის ძირითადი ამოცანების მათემატიკური მოდელები უმეტეს შემთხვევაში მიიყვანება წრფივი და არაწრფივი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების შესწავლაზე სასაზღვრო ან სასაზღვრო-საწყისი პირობებით (დინამიკური ამოცანების შემთხვევაში). ჩვენი ამოცანაა ასეთი ბუნებრივად მიღებული მათემეტიკური მოდელების შესწავლა ფუნქციონალურ-ანალიზური, ოპერატორების თეორიის და ინტეგრალური განტოლებების თეორიის მეთოდებით. კერძოდ, დაგეგმილია შემდეგი ამოცანების შესწავლა:

(რ. დუდუჩავა, თ. ბუჩუკური, გ. ტეფნაძე, მ. ცაავა) სასაზღვრო ამოცანები კერძოწარმოე-ბულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის ზედაპირებზე, რომლებიც მიიღებიან თხელ სხეულებში დრეკადობის თეორიის ამოცანების (გარსების თეორია), სითბოგამტარებლობის, ასეთი სხეულების მიერ ელექტრომაგნიტური ტალღების არეკვლისას, მათ გარშემო სითხის მოძრაობისას და ასე შემდეგ. ასეთი ამოცანების გადასაწყვეტად დამუშავებულია გიუნტერის და სტოქსის მხები წარმოებულების აღრიცხვა, რომლის საშუალებითაც უკვე მოხერხდა რამდენიმე ამოცანის ეფექტური შესწავლა, მათთვის რიცხვითი მეთოდების დამუშავება რომ შესაძლებელი იყოს პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი ამოცანების ბოლომდე ამოხსნა.

(დ. კაპანაძე, ე. პესეცკაია): ტალღის გავრცელების ამოცანები კრისტალებში, მეტამასალებსა და კომპოზიტებში. შესწავლილი იქნება აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღების გავრცელების სასაზღვრო ამოცანები რთული გეომეტრიული კონფიგურაციისა და განსაკუთრებულობის მქონე დისკრეტულ და უწყვეტ სტრუქტურებში,

რომლებიც წარმოადგენენ კრისტალებში, მეტამასალებსა და კომპოზიტებში სხვადასახვა ტიპის ტალღის გავრცელების ამოცანების მათემატიკურ მოდელებს.

(თ. ბუჩუკური, ო. ჭკადუა, გ. ჭკადუა): თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის დინამიკის სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები დრეკადი მრავალკომპონენტიანი, შიგა და საკონტაქტო ბზარების შემცველი შედგენილი სტრუქტურების დაზუსტებულ მოდელებში.

კვლევის მთავარი მიზანია შერეული საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანების ფართო კლასის მათემატიკური კვლევა კერძო წარმოებულებიანი განტოლებათა იმ სისტემებისთვის, რომლებიც გვხვდება უბნობრივად ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი დრეკადი მრავალკომპონენტიანი, შიგა და საკონტაქტო ბზარების შემცველი კომპოზიტური სტრუქტურების სრულად შეუღლებული თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის დაზუსტებულ მოდელებში.

(რ. გაჩეჩილაძე, ა. გაჩეჩილაძე): ამოცანები რომლებიც ყალიბდებიან ვარიაციული და კვაზივარიაციული უტოლობების სახით; მათ შორის ისეთი მოდელები რომლებიც უფრო სრულყოფილად აღწერენ სხვადასხვა ფიზიკურ პროცესებს ვიდრე ამ ამოცანების წრფივი მოდელები. მაგალითად დრეკადი და მყარი სხეულის საკონტაქტო ამოცანა კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში ხახუნის გარეშე, როდესაც კონტაქტი აღიწერება ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობით, განსხვავებით სინიორინის პირობებისგან; ბლანტი ჰემიტროპული დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო-საწყისი და სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები, როგორც დინამიკის, ასევე კვაზისტატიკურ შემთხვევებში. ერთერთი ცალმხრივეზღუდვებიანი კვაზივარიაციული უტოლობის ელიფსური ორმხრივშეზღუდვებიანი და ევოლუციური მოდელები. ამ ამოცანებისთვის დაგეგმილია ამონახსნთა არსებობის, ერთადერთობის, სიგლუვის და აპროქსიმაციის საკითხების შესწავლა.

შესავალი

თემა I:

წრფივსა და არაწრფივ დრეკადობაში ძალზედ მნიშვნელოვანი ამოცანა არის დამოკიდებულების შესწავლა სამგანზომილებიან (შემდეგში 3D) მოდელებსა და მათ ორგანზომილებიან (შემდეგში 2D) ანალოგებს ან კიდევ უფრო დაბალი განზომილების ობიექტებს შორის. ამ თემას ეძღვნება ათასობით ნაშრომი. კერძოდ გარსის თეორიის მოდელებi, სადაც 2D ზედაპირის მიდამოში განთავსებული 3D დრეკადი სხეული მასალის თვისებების, თავისი ფორმისა და სასაზღვრო პირობების გამო წინააღმდეგობას უწევს დეფორმაციას. ასეთი ობიექტების მოდელირებას მათ შუა ზედაპირზე განსაზღვრული განტოლებებით უაღრესად მნიშვნელოვანია რადგან ასეთი ტიპის ობიექტები - გარსები და მათი შემცველი სტრუქტურები უმნიშვნელოვანეს როლს თამაშობენ თანამედროვე საინჟინრო საქმეში. კერძოს, როტორების ფრთები, პარაბოლური ანტენები, კაშხლები, თვითმფრინავების ფრთები და კუდები, სპორტული და სხვა საზოგადოებრივი დანიშნულების შენობების სახურავები, მილები და მილსადენები, ბირთვული ელექტროსადგურების გამაგრილებელი კოშკები, ცილინდრული რეზერვუარები, იალქნები და ა.შ.. გარსის ტიპის სტრუქტურებია. მათი დაპროექტება და რიცხვითი სიმულაცია წარმოადგენს ფუნდამენტურ ამოცანას როგორც მათემატიკაში, ასევე საინჟინრო საქმის და კომპიუტერული მეთოდებში..

გარსების არსებული მოდელები მიმოხილულია ნაშრომებში [Ci1, Ci2, De1, Re1, Re2]. ყველაზე წარმატებული მოდელი ემყარება ამოცანის ანალიზს Γ-კრებადობის საშუალებით [FJM1, FJMM, LMP1, LMP2]. ასეთი მეთოდი ყველაზე უფრო მიესადაგება მათემატიკური ფიზიკის ამოცანებს რადგან იყენებს - ენერგიის მინიმიზაციის პრინციპს და, კერძოდ, წარმოადგენს მნიშვნელოვან მეთოდს გარსის ამოცანების გადასაწყვეტად.

უკვე შესწავლილია Γ-კრებადობაზე დაფუძნებული რამდენიმე მოდელი (იხილე [JFM1, JFMM1, LMP1, LMP2]).

ჩვენ გამოვიკვლიეთ ამ მოდელის საფუძველზე სითბოგამტარებლობის განტოლება (იხ. [BDT17]) სადაც დავადგინეთ რომ სითბოგან=მტარებლობის განტოლების ამოცანა თხელ არეში

იკრიბება გარკვეული სასაზღვრო ამოცანისაკენ ლაპლას/ბელტრამის განტოლებისათვის შუა ზედაპირზე.

ჩვენი მიზანია გამოვიკვლიოთ 2D გარსების უფრო მარტივი და ბუნებრივი სახის განტოლება. ეს მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია გიუნტერის მხები წარმოებულების აღრიცხვაზე, განვითარებული იქნა [Du3, DMM1]-ში. ადრინდელ სტატიაში [Du2] ჩვენ გამოვიყვანეთ გარსის განტოლება ფორმალური ასიმპტოტიკის მეთოდით.

ჩვენ გვსურს წავიდეთ უფრო შორს და შევისწავლოთ ლამეს ტიპის განტოლებებისათვის დასმული სასაზღვრო ამოცანები, როცა გარსს გააჩნია არაგლუვი ლიფშიცის საზღვარი. ელიფსური სასაზღვრო ამოცანების ბესელის პოტენციალთა სივრცეში გამოკვლევის ეს ტექნიკა ახლახანს განვითარებული იქნა დუდუჩავასა და დიდენკოს [DD1, Du3] სტატიებში და წარმატებით იქნა გამოცდილი ჰელმჰოლცის განტოლებისთვის დასმულ სხვადასხვა სასაზღვრო ამოცანებისთვის დუდუჩავა-ცაავას [DT1, DT2] სტატიაში.

დამუშავებული იქნება რიცხვითი მეთოდები რომელიც ეფუძნება Γ კრებადობის თანა-მედროვე მეთოდს

თემა II:

მეცნიერთა, კერძოდ მათემატიკოსთა, დიდ ყურადღებას იპყრობს ის ამოცანები რომლებიც აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღების დიფრაქციის, გაბნევისა და არეკვლის პროცესებთან არის დაკავშირებული. რადგან აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღები ჩვენი ცხოვრების თანამდევი ნაწილია, ამიტომ ცხადი და ბუნებრივია მათდამი დიდი ინტერესი და მათი კვლევის აუცილებლობა.

დროით ჰარმონიულ ტალღებთან დაკავშირებული პროცესების მათემატიკური მოდელია სხვადასხვა სასაზღვრო ამოცანა ჰელმჰოლცის განტოლებებისათვის. დაკვირვების მასშტაბის მიხედვით შესაძლებელია სასაზღვრო ამოცანები განხილული იყოს როგორც უწყვეტ, ასევე დისკრეტულ სტრუქტურებში. ცნობილია, რომ ხშირად მასალების როგორც უწყვეტ სხეულის განხილვა არ არის საკმარისი მასში მიმდინარე ზოგიერთი ტიპის მიკროპროცესების შესასწავლად, ამიტომ საჭიროა დისკრეტული სასაზღვრო ამოცანების განხილვა და შესწავლა, იხ.მაგ. [2-2], [2-8], [2-1], [2-10]. კრისტალების, მეტამასალებისა და კომპოზიტების თვისებების ანალიზი წარმოადგეს არამარტო ინჟინრების, მექანიკოსების და ფიკოსების, არამედ მათემატიკოსების ინტერესების სფეროსაც, რადგან კვლევის პროცესში მათემატიკური ფიზიკის მრავალი საინტერესო ამოცანა წარმოიშვება.

თემა III:

თანამედროვე ტექნოლოგიურ პროცესებში, ისევე როგორც ბიოლოგიაში და მედიცინაში, კომპოზიტური მასალების სწრაფად მზარდი გამოყენებების გამო რთული მრავალკომპონენ-ტიანი სტრუქტურების მათემატიკური მოდელირება და ანალიზი ელექტრო-მაგნიტური და თერმო-მექანიკური შეუღლებული ველების გათვალისწინებით სულ უფრო მნიშვნელოვანი ხდება როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით. ბოლო პერიოდში შექმნილი იქნა ბევრი მოწყობილობა, რომელიც იყენებს ახალი ტიპის მასალების რეაგირების დინამიკას ძლიერად შეუღლებული თერმული და ელექტრომაგნიტური ველების მიმართ. [2],[3].

შესაბამისი მათემატიკური მოდელები აღიწერებიან მეორე რიგის კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემებით და შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო პირობებით. აღსანიშნავია, რომ დღემდე საბოლოოდ არ არის დადგენილი, თუ როგორი პირობები უნდა იქნეს დადებული ბზარზე ელექტრული, მაგნიტური და თერმული ველებითვის და ისინი ჯერ კიდევ განხილვის საგანია [3-31], [3-32], [3-33], [3-41], [3-42], [3-43]. ამიტომ შერეული საკონტაქტო დინამიკის ამოცანები მრავალკომპონენტიანი სხეულებისათვის, როდესაც მოსაზღვრე ქვეარეებში განხილულია განსხვავებული მათემატიკური მოდელები სხვადასხვა განზომილებიანი ფიზიკური ველებით, მათემატიკური ფიზიკის რთულ ამოცანათა რიცხვს განეკუთვნება.

თემა IV:

კვლევა მიზნად ისახავს განხილული და გამოკვლეული იქნას ამოცანების ისეთი მოდელები, რომლებიც უფრო სრულყოფილად აღწერენ ზოგიერთ მექანიკურ და ფიზიკურ პროცესს ვიდრე სხვა, მაგ. წრფივიმოდელები. განსახილველი ამოცანები ყალიბდებიან ვარიაციული და კვაზივარიაციული უტოლობების სახით და დაგეგმილია ამონახსნთა არსებობის, ერთადერთობის, მდგრადობის, სიგლუვის და აპროქსიმაციის საკითხების შესწავლა. ეს ამოცანები აღწერენ სხვადასხვა ფიზიკურ პროცესებს; მაგალითად, დაგეგმილია შევისწავლოთ არაერთგვაროვანი დრეკადი და მყარი სხეულის საკონტაქტო ამოცანა კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში ხახუნის გარეშე, როდესაც მყარი სხეულის საკონტაქტო ზედაპირი არის ამოზნექილი. კონტაქტი აღიწერება მხოლოდ იმ პირობით, რომელიც უზრუნველყოფს სხეულების ერთმანეთში შეუღწევადობას (ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობა–ბშპ). ლიტერატურაში ცნობილი სინიორინის პირობები რომლებიც ხშირად გამოიყენება მსგავსი კონტაქტის აღსაწერად, ზემოთაღნიშნული პირობიდან მიიღება გაწრფივებებისა და გამარტივების პროცედურების გამოყენებით (იხ, [12]). ჩვენი მიზანია თავი ავარიდოთ ამ პროცედურებს და განვიხილოთ ამოცანის ისეთი მოდელი რომელიც ზედმეტი შეზღუდვების გარეშე აღწერს ორი სხეულის კონტაქტს.

განზრახული გვაქვს შევისწავლოთ ბლანტი ჰემიტროპული დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო-საწყისი და სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები, როგორც დინამიკის, ასევე კვაზისტატიკურ შემთხვევებში. განხილული იქნება ამოცანები, როგორც ხახუნის ეფექტის გათვალისწინებით, ასევე მის გარეშე, ისეთი სხეულებისათვის, სადაც წონასწორობის განტოლებები ამყარებენ წრფივ დამოკიდებულებას ძაბვის ტენზორსა და დეფორმაციის ტენზორს შორის. ვაპირებთ შევისწავლოთ ამოცანები ისეთი სხეულებისათვის, რომლებიც ხასიათდებიან „მცირევადიანი მახსოვრობით“ (როდესაც ძაბვის ტენზორის მნიშვნელობა დროის მოცემულ t მომენტში დამოკიდებულია დეფორმაციის ტენზორის მნიშვნელობაზე ამ მომენტში და მის მნიშვნელობებზე უახლოეს წინა პერიოდში). ასევე განზრახული გვაქვს განვიხილოთ ამოცანები ისეთი სხეულებისათვისაც, რომლებშიც ძაბვა მოცემულ t მომენტში დამოკიდებულია დეფორმაციის ტენზორის მნიშვნელობებზე დროის ყოველ წინა s მომენტში, ($0 \le s \le t$) (ე.წ. სხეულები „გრძელვადიანი მეხსიერებით“).

ასევე დაგეგმილია ბოლომდე იქნას გამოკვლეული ლიტერატურაში უკვე განხილული მრავალი ფიზიკური ინტერპრეტაციის მქონე სინიორინის არაცხადი ამოცანის (იხ, [4-1], [4-13], [4-15], [4-19]) ღია საკითხები (მდგრადობა, ამონახსნის აპროქსიმაცია); ეს ამოცანა წარმოადგენს კვაზივარიაციულ უტოლობას ცალმხრივი, ამონახსნზე დამოკიდებული სასაზღვრო წინაღობით. ასევე დასმული და გამოკვლეული იქნება იმავე ამოცანის უფრო სრულყოფილი ვარიანტები (მაგ.იგივე ამოცანა მოდიფიცირებული ცალმხრივიწინაღობით, როგორც [4-19]-ში, ამოცანა ორმხრივი სასაზღვრო შეზღუდვებით ელიფსურ შემთხვევაში; სინიორინის არაცხადი ამოცანა ევოლუციური უტოლობებისთვის).

კვლევის ობიექტები:

თემა I:

წრფივი და არაწრფივი გარსის მოდელები მიღებული h სისქის და C შუაზედაპირის მქონე სამგანზომილებიანი Ω^h სხეულიდან Γ-კრებადობის საშუალებით, როცა h მიისწრაფის ნულისკენ. ამ დროს ენერგიის 3D ფუნქციონალი დამოკიდებულია გიუნტერის გრადიენტზე, ენერგიის ფუნქციონალის ბირთვის W არის C^2 კლასის არაწრფივი ფუნქცია $SO(3)$ ორთოგონალური მატრიცების მიდამოში გარკვეული თვისებებით (იხ. [FJM1]). თუ W ორადწრფივია, ჩვენ ვღებულობთ წრფივ მოდელს, ხოლო ზოგადი W-თვის - არაწრფივ მოდელს. ანალიზის მთავარი ნაწილი მდგომარეობს სკალირებული ენერგიის ფუნქციონალის ზღვრული ყოფაქცევის დახასიათებაში და იმის დამტკიცებაში, რომ ღუნვის სასრული ენერგიის მქონე ვექტორების მიმდევრობა პრეკომპაქტურია (გააჩნია კრებადი ქვემიმდევრობა).

მოძებნილი იქნება ლამეს განტოლებებით აღწერილი დრეკადი სტრუქტურების სასაზღვრო

ამოცანების შესაბამისი ფუნქციონალების Γ-ზღვრები, არაგლუვი (ლიფშიცის) არეებისთვის და ბუნებრივი დირიხლეს, ნეიმანისა და შერეული სასაზღვრო პირობების შემთხვევაში. გაანალიზებული იქნება ზღვრული სასაზღვრო ამოცანა გარსის განტოლებისთვის ლიფშიცის საზღვრიანი 2D ზედაპირზე არაკლასიკური $\mathbb{H}^s_p(\mathcal{C})$-დასმით, სადაც p>1, 1/p<s<1+1/p. ეს მეთოდი გვაძლევს შესაძლებლობას დავადგინოთ $U(x)$ ამონახსნის და მისი წარმოებულების (ისინი აღწერენ შესაბამისად გარსის წერტილების გადაადგილებას და ძაბვებს გარსში) ყოფაქცევა.

კონსტრუირებული და კომპიუტერზე გამოცდილი იქნება გარსის ზღვრული განტოლებების მიახლოებითი ამონახსნები სასრულ ელემენტთა მეთოდით (FEM), რომელშიც გათვალისწინე-ბული იქნება ინფორმაცია ამონახსნების, მათი წარმოებულებისა და სინგულარობების ყოფაქცევის შესახებ ლიფშიცის ზედაპირზე. მიახლოებითი ამონახსნების კონსტრუირებისა და განსაკუთრებით კომპიუტერზე მათი სიმულაციისას ჩვენ ვითანამშრომლებთ ჩვენ საზღვარგარეთელ პარტნიორებთან, მაგალითად პროფესორ რიაზანოვთან საარლენდის უნივერსიტეტიდან.

თემა II:

განსახორციელებელი სამეცნიერო კვლევის მიზანია შევისწავლოთ აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღების გავრცელების სასაზღვრო ამოცანები რთული გეომეტრიული კონფიგურაციისა და განსაკუთრებულობის მქონე სხეულებში, კერძოდ ტალღიშს დიფრაქციისა და სითბოს გავრცელების დირიხლე-ნეიმანი-იმპედანსის-შერეული სასაზღვრო და საკონტაქტო ამოცანები განსაკუთრებულობის მქონე პერიოდულ სტრუქტურებში. დისკრეტული ამოცანების შესასწავლად ჩვენი მიზანია შევიმუშაოთ უწყვეტ შემთხვევებში გამოყენებული ანალიტიკური მეთოდების პოტენციალთა თეორიისა და ვინერ-ჰოფის მეთოდის დისკრეტული ანალოგები და მათი გამოყენებით მივიღოთ ამონახსნთა წარმოდგენის ფორმულები. წარმოდგენილი განსახორციელებელი სამეცნიერო კვლევა ძირითადად წარმოადგენს ამ მიმართულებებით დაწყებული კვლევების (იხ. [2-3], [2-4], [2-5], [2-6]) გაგრძელებას.

თემა III:

წარმოდგენილ გეგმაში ჩვენ ვაპირებთ გამოვიკვლიოთ რთული მრავალკომპონენტიანი დრეკადი სტრუქტურების სამგანზომილებიანი ამოცანები, მათემატიკურად დასაშვები და ფიზიკური აზრის მქონე საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო და ბზარის პირობებით უბან-უბან ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი მრავალკომპონენტიანი სხეულებისათვის შიგა და საკონტაქტო ბზარებით.

ჩვენ ვგეგმავთ შევისწავლოთ შერეული საკონტაქტო დინამიკის ამოცანები მრავალკომპონენტიანი სხეულებისათვის, როდესაც მოსაზღვრე ქვეარეებში განხილულია განსხვავებული მათემატიკური მოდელები შეუღლებული ძაბვის, ელექტრული, მაგნიტური, და სითბური ველებით. ერთ-ერთი ასეთი მოდელი ასოცირებულია გრინი-ლინდსეის თეორიასთან, რომელიც კლასიკური თერმოდრეკადობის თეორიისგან განსხვავებით აღწერს სითბოს სასრული სიჩქარით გავრცელების ფიზიკურ პროცესს.

შესაბამისი მათემატიკური მოდელები აღიწერებიან მეორე რიგის კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემებით და შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო პირობებით. მომიჯნავე არეებში ძირითადად ჩვენ განვიხილავთ ორ მოდელს, რომლებსაც მივყავართ განზოგადებულ თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის თეორიასა და განზოგადებული თერმოდრეკადობის თეორიამდე. ეს სხვადასხვა განზომილებიანი ველები უნდა აკმაყოფილებდნენ შესაბამისად შერჩეულ საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო პირობებს [3-1], [3-32], [3- 33].

მსგავსი რთული მოდელების მათემატიკურ გამოკვლევაში ყველაზე მნიშვნელოვანი საკითხია ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის, სიგლუვისა და ასიმპტოტური თვისებების ანალიზი და შესაფერისი რიცხვითი ალგორითმების განვითარება ძირითადი თერმომექანიკური და ელექტრო-მაგნიტური მახასიათებლების გამოსათვლელად.

შედგენილი სხეულების ბზარის კიდეებზე და წირებზე სადაც სხვადასხვა ტიპის სასაზღვრო პირობები ხვდებიან ერთმანეთს ან გარე საზღვარისა და შიგა საკონტაქტო ზედაპირების თანაკვეთის წირეზე წარმოიქმნება ძაბვის სინგულარობის ზონები. პრაქტიკაში ძალიან მნიშვნელოვანია ძაბვის სინგულარობების მაჩვენებლების მარტივად გამოთვლა. ისინი მნიშვნელოვანია აგრეთვე ეფექტური რიცხვითი ალგორითმების აგებისათვის,

ჩვენი გამოკვლევები განხორციელდება შემდეგი გეგმის შესაბამისად:

2019 წელს ვაპირებთ მათემატიკურად კორექტულად ჩამოვაყალიბოთ სამგანზომილებიანი დინამიკური ამოცანების მათემატიკური ფორმულირება შესაბამისი საწყისი, სასაზღვრო, საკონტაქტო და ბზარის ტიპის პირობებით და დავამტკიცოთ ერთადერთობის თეორემები. ჩვენ განვიხილავთ მათემატიკურად დასაშვები და ფიზიკური თვალსაზრისით მისაღები სასაზღვრო-საკონტაქტო და ბზარის პირობების ფართო კლასს, და შევისწავლით კლასიკური და სუსტი ამონახსნების ერთადერთობის საკითხს შესაბამის ფუნქციურ სივრცეებში. ლაპლასის გარდაქმნის საშუალებით დინამიკური ამოცანებს დავიყვანთ შესაბამის ელიფსურ სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებზე; პოტენციალთა მეთოდის გამოყენებით გამოვიკვლევთ ელიფსური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანების ამონახსნების ერთადერთობისა და არსებობის საკითხს. აქ მთავარია: (i) საზღვრიან ზედაპირებზე განსაზღვრული ფსევდოდიფერენციალური განტოლებათა სისტემების ფრედჰოლმურობის თვისებების შესწავლა, (ii) ფსევდოდიფერენციალური ოპერატორების შებრუნებადობის შესწავლა შესაბამის სობოლევ-სლობოდეცკის, ბესელისა და ბესოვის ფუნქციურ სივრცეებში. (iii) ამონახსნის არსებობის შესწავლა ელიფსური სასაზღვრო -საკონტაქტო ამოცანებისათვის.

2020-2023 წლებში ვგეგმავთ ელიფსური ამოცანების ამონახსნების რეგულარობისა და ასიმპტოტური ყოფაქცევის შესწავლას და შესაბამისი დინამიკური ამოცანების ამონახსნების ასიმპტოტური ფორმულების გამოყვანას განსაკუთრებული წირების მახლობლობაში. ეს საკითხები ძალიან მნიშვნელოვანია ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტის დასადგენად. განსაკუთრებული ყურადღება დაეთმობა ე.წ. ოსცილირებადი ძაბვის სინგულარობების ანალიზს.

შევეცდებით შევქმნათ ეფექტური ანალიზური და რიცხვითი მეთოდები ძაბვის სინგულარობების ხარისხის მაჩვენებლების დასათვლელად და დავადგინოთ მათი დამოკიდებულება მასალის პარამეტრებზე და განსაკუთრებული წირის გეომეტრიულ მახასიათებლებზე. ჩვენ ვაპირებთ ვიპოვოთ ძაბვის სინგულარობების ექსპონენტები ცხადი სახით შესაბამისი ფსევდოდიფერენციალური ოპერატორის მთავარი ერთგვაროვანი სიმბოლური მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობების საშუალებით. განვავითაროთ ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალური განტოლებების მეთოდი იმ ცვლადკოეფიციენტებიან განტოლებათა სისტემებისათვის, რომლებიც დაკავშირებულია არაერთგვაროვანი სხეულებისათვის თერმო-ელექტრო-მაგნიტო დრეკადობის თეორიის მათემატიკურ მოდელებთან. ჩვენ ვაპირებთ განსახილველი ამოცანები ეკვივალენტურად დავიყვანოთ ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალური განტოლებათა სისტემებზე. და გამოვიკვლიოთ ამ სისტემების შესაბამისი ოპერატორების ფრედჰოლმურობა და შებრუნებადობა [3-14]-[3-29] .

თემა IV:

კვლევის ობიექტებს წარმოადგენს ამოცანები მექანიკასა და ფიზიკის სხვა დარგებში, რომლებსაც მივყავართ ვარიაციულ და კვაზივარიაციულ უტოლობებამდე. განხილუ–ლი იქნება კვაზივარიაციული უტოლობები მეორე რიგის ელიფსური სკალარული წრფივი დიფერენციალური ოპერატორისთვის როგორც ცალმხრივი ისე ორმხრივი არაცხადი სასაზღვრო წინაღობით. ამ ამოცანებისთვის დაგეგმილია ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკითხის შესწავლა, ასევე მდგარადობის დამტკიცება და იტერაციების აგება – ამონახსნის მიახლოება ვარიაციული უტოლობების ამონახსნებით, ნაშთითი წევრის შეფასება.
განხილული იქნება აგრეთვე ვარიაციული და კვაზივარიაციული უტოლობებები ელიფსური სიტემებისთვისაც კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში. კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში

შევისწავლით დრეკადი და მყარი სხეულის ორ საკონტაქტო ამოცანას ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობით, რომელთაგან ერთი მიიყვანება ვარიაციულ, ხოლო მეორე - კვაზივარიაციულ უტოლობამდე. იგეგმება ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის, მდგრადობის და სიგლუვის საკითხების გამოკვლევა; მონაცემებზე მინიმალური სიგლუვის მოთხოვნის პირობებში ბშპ-ს შესაბამისი სასაზღვრო პირობების დაწერა. ამოცანა ფორმულირდება ვარიაციული უტოლობის სახით და მათთვის გამოკვლეული იქნება სუსტი ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკითხი, ასევე ამონახსნის ამოცანის მონაცემებზე უწყვეტად დამოკიდებულების საკითხი.

შევისწავლით ბლანტი ჰემიტროპული დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო-საწყისი და სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებს, როგორც დინამიკის, ასევე კვაზისტატიკურ შემთხვევებში. განხილული იქნება ამოცანები, როგორც ხახუნის ეფექტის გათვალისწინებით, ასევე მის გარეშე, ისეთი სხეულებისათვის როდესაც წონასწორობის განტოლებები ამყარებენ წრფივ დამოკიდებულებას ძაბვის ტენზორსა და დეფორმაციის ტენზორს შორის.კვლევის მეთოდი დაეფუძნება ფიზიკური ამოცანის დაყვანას ეკვივალენტურად სივრცით ვარიაციულ უტოლობამდე და შემდეგ ამ უტოლობის სუსტი ამონახსნების არსებობის და ერთადერთობის საკითხების შესწავლას. ასევე იგეგმება სუსტი ამონახსნების რეგულარობის საკითხის განხილვა. განზრახული გვაქვს განვიხილოთ როგორც კოერციტიული (როდესაც სხეული საზღვრის გარკვეული დადებითი ზომის ნაწილით ჩამაგრებულია), ასევე არაკოერციტიული შემთხვევა (როდესაც ასეთი ჩამაგრებები არ გვაქვს). გვექნება მცდელობა ფიზიკური ამოცანის სასაზღვრო ვარიაციულ უტოლობამდე ეკვივალენტურად დაყვანისა, იმ მოსაზრებიდან გამომდინარე, რომ როგორც ცნობილია, სასაზღვრო ვარიაციული უტოლობა წარმოადგენს მეტად ეფექტურ იარაღს რიცხვითი ამონახსნების მისაღებად.
სინიორინის არაცხად ამოცანას ასევე განვიხილავთ ევოლუციურიკვაზივარიაციული უტოლობის სახით, სუსტი და ძლიერი პარაბოლური ფორმულირებებით. ამ ამოცანებისთვის შეისწავლება ამონახსნის ერთადერთობის, მდგრადობის და ვარიაციული უტოლობების ამონახსნებით იტერაციების აგების საკითხები.

თემის აქტუალობა და სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია:
თემა I:

დასახული მიზნების მისაღწევად ჩვენ გამოვიყენებთ ენერგიის ფუნქციონალის Г - კრებადობის თანამედროვე მეთოდს. რადგან ჩვენი ამოცანაა გარსის 2D მოდელის გამოყვანა მცირე სისქის 3D მოდელიდან, ყველაზე ბუნებრივია ვიმუშაოთ ენერგიის ფუნქციონალთან, რომელიც მართავს დეფორმაციის პროცესს და რომლის მინიმუმი აღწერს სხეულის წონასწორობის მდგომარეობას. ენერგიის სკალირებული ფუნქციონალის Г-ზღვრის პოვნით მკაცრი მათემატიკური მსჯელობის საფუძველზე. აღსანიშნავა შევნიშნოთ, რომ ეს მეთოდი წარმატებით მუშაობს როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი მოდელებისთვის.

გიუნტერის მხები გრადიენტი წარმოადგენს ზედაპირზე მხები დიფერენციალური ოპერატორების ყველაზე ბუნებრივ სრულ წრფივად დამოუკიდებელ სისტემას. ყველა კლასიკური კერძო წარმოებულებიანი დიფერენციალური ოპერატორის სახე ამ ბაზისში ძალიან მარტივია (იხ. მაგალითად, [DMM1, Du1]). ამ ბაზისის გამოყენება აგრეთვე ამარტივებს Г - კრებადობის დასაბუთებას, რადგან ის წარმოადგენს ბრტყელი თხელი ფირფიტების Г-ზღვარის ბუნებრივ ანალოგს (იხ. მაგალითად, [BDT1]).

გიუნტერის წარმოებულებზე დამყარებული მეთოდიის უპირატესობა იმაში მდგომარეობს, რომ ზედაპირული დიფერენცალური ოპერატორები გამოისახებიან გლობალური ნორმალური ვექტორული ველის საშუალებით, მაშინ როდესაც კლასიკური მეთოდი იყენებს არანაკლებ 6 - როგორც კოვარიანტულ, ასევე კონტრავარიანტულ ვექტორულ ველს. მეორე უპირატესობა არის ის, რომ ოპერატორებს უფრო მარტივი სახე აქვთ: მაგალითად ლაპლას-ბელტრამის ოპერატორს და ლამეს ოპერატორის მთავარი ნაწილს გარეგნულად იგივე სახე აქვთ, რაც ევკლიდურ სივრცეში. გარდა ამისა, გიუნტერის წარმოებულების აღრიცხვა საშუალებას იძლევა მარტივად ჩავწეროთ სასაზღვრო ამოცანების შესაბამისი გრინის

ფორმულები ზედაპირზე, თუ მოცემული გვაქვს ფუნდამენტური ამონახსნი და გამოვიყენოთ პოტენციალთა მეთოდი, რაც წარმოადგენს. სასაზღვრო ამოცანების კვლევის მძლავრ იარაღს.

ბესელის პოტენციალთა სივრცეებში მელინის კონვოლუციის განტოლებების კვლევის შედეგები, რომლებიც ახლახან მიღებულია შრომებში [Du3, DD1, DT1, DT2], საშუალებას იძლევა დეტალურად გამოვიკვლიოთ Γ-კრებადობით მიღებული გარსის განტოლებები ლიფშიცის საზღვრის მქონე 2D ზედაპირზე. ამ მეთოდით კვლევას დაექვემდებარება გარსის განტოლებებისთვის ბუნებრივად დასმული სასაზღვრო ამოცანების მთელი სპექტრი და ის საშულებას მოგვცემს დავადგინოთ ამონახსნების სინგულარობები გარსის კუთხოვანი წერტილების მახლობლობაში.

ინფორმაცია გარსის განტოლებებისათვის დასმული სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნების ერთადერთობის, რეგულარობის და საზღვარზე სინგულარობების შესახებ, რომელსაც მივიღებთ კვლევის პროცესში, გამოყენებული იქნება გარსის განტოლებების მიახლოებითი ამონახსნების აგებისას სასრულ ელემენტთა მეთოდით (FEM) და დაეხმარება პრაქტიკული საინჟინრო ამოცანების გადაწყვეტისას წარმოშობილი გარსის სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნაში.

თემა II:

ინჟინერიაში, ბიოლოგიაში, მედიცინაში, გეოფიზიკასა და ნანომეცნიერებაში ფართო გამოყენების გამო კრისტალებს, მეტამასალებსა და კომპოზიტებს წამყვანი პოზიცია უკავიათ თანამდეროვე მასალთამცოდნეობაში. მასალების შესაძლებლობის გაზრდისა და მატერიალური თვისებების გაუმჯობესების მოთხოვნების უწყვეტი ზრდა თავისთავად ქმნის თეორიული, ექსპერიმენტული და რიცხვითი მეთოდების სწრაფ განვითარების დიდ ინტერესს. საინჟინრო და მათემატიკურ დონეზე ლიტერატურის დიდი რაოდენობის მიუხედავად, დღეს, მათემატიკური მოდელირება მნიშვნელოვან როლს ასრულებს კრისტალების, მეტამასალებისა და კომპოზიტების თვისებების ანალიზში და კრიტიკულ სიტუაციებში თანამედროვე მასალებისა და კომპოზიტების ნანოსტრუქტურულ და მიკროსტრუქტურულ ტრანსფორმაციების გაგებაში.

ჩვენთვის ძალიან მიმზიდველია ის იდეა, რომ განვავითაროთ და გამოვიყენოთ უწყვეტი თეორიის ანალიტიკური მეთოდების დისკრეტული ანალოგები. პოტენციალთა თეორიის დისკრეტული ანალოგების განვითარება კვლევის მნიშვნელოვანი ნაწილია. კვადრატული ბადისებრი სტრუქტურებისთვის ამოსავალი წერტილია[2-9], [2-7]-ში მიღებული შედეგები, დისკრეტული ფურიეს გარდაქმნის გამოყენებით, დისკრეტულ გრინის იგივეობებთან ერთად ჩვენ განვსაზღვრავთ სხვაობიან პოტენციალებს, როგორც ნახვევებს და შესაბამისად, გამოვიყვანთ ამონახსნის წარმოდგენის ფორმულებს. ამავდროულად შემოღებული იქნება სათანადო სივრცეები ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის უზრუნველსაყოფად. ეს მიღწევები გამოგვადგება, რომ კვლევა დავიყვანოთ ზზარზე ან მის დამატებაზე და ამით შევამციროთ სივრცის განზომილება. დაყვანილი ამოცანები შესწავლილი იქნება დისკრეტული ვინერ-ჰოფის მეთოდით. ამონახსნები ისე იქნება წარმოდგენილი, რომ მოსახერხებელი იყოს რიცხვითი გამოთვლები.

თემა III:

თანამედროვე ტექნოლოგიურ პროცესებში, ისევე როგორც ბიოლოგიაში და მედიცინაში, კომპოზიტური მასალების სწრაფად მზარდი გამოყენებების გამო რთული მრავალ კომპონენტიანი სტრუქტურების მათემატიკური მოდელირება და ანალიზი ელექტრო-მაგნიტური და თერმო-მექანიკური შეუღლებული ველების გათვალისწინებით სულ უფრო მნიშვნელოვანი ხდება როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით. ბოლო პერიოდში შექმნილი იქნა ბევრი მოწყობილობა, რომელიც იყენებს ახალი ტიპის მასალების რეაგირების დინამიკას ძლიერად შეუღლებული თერმული და ელექტრომაგნიტური ველების მიმართ (იხ. მაგ., [3-11], [3-31], [3-32] და იქ ციტირებული ლიტერატურა).

მიუხედავად იმისა, რომ არსებობს მრავალი ნაშრომი, რომლებიც ეძღვნება ზემოაღნიშნული ამოცანების რიცხვით ამოხსნებს კონკრეტული შემთხვევებისთვის (იხ. მაგ., [3-2] და მასში მითითებული ლიტერატურა), სამგანზომილებიანი შერეული საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები მრავალკომპონენტიანი შედგენილი სხეულებისათვის შიგა და საკონტაქტო ბზარებით სამეცნიერო ლიტერატურაში სისტემატურად არ განხილულა მკაცრი მათემატიკური კვლევის თვალსაზრისით.

აღსანიშნავია, რომ თუ როგორი პირობები უნდა იქნეს დადებული ბზარზე ელექტრული, მაგნიტური და თერმული ველებითვის დღემდე საბოლოოდ არ არის დადგენილი და ისინი ჯერ კიდევ განხილვის საგანია (იხ. [3-41-[3-43]).

გეგმის წარმოდგენილ პროექტში ჩვენ ვაპირებთ შევავსოთ ზემოთ აღნიშნული თეორიული ხარვეზები და გამოვიკვლიოთ რთული მრავალკომპონენტიანი დრეკადი სტრუქტურების სამგანზომილებიანი ამოცანები, მათემატიკურად დასაშვები და ფიზიკური აზრის მქონე საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო და ბზარის პირობებით უბან-უბან ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი მრავალკომპონენტიანი სხეულებისათვის შიგა და საკონტაქტო ბზარებით.

შესაბამისი მათემატიკური მოდელები აღიწერებიან მეორე რიგის კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემებით და შესაბამისი საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო პირობებით. მომიჯნავე არეებში ძირითადად ჩვენ განვიხილავთ ორ მოდელს, რომლებსაც მივყავართ განზოგადებულ თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის თეორიასა და განზოგადებული თერმოდრეკადობის თეორიასთან [3-1].

მსგავსი რთულ მოდელების მათემატიკურ გამოკვლევაში ყველაზე მნიშვნელოვანი საკითხია ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის, სიგლუვისა და ასიმპტოტური თვისებების ანალიზი და შესაფერისი რიცხვითი ალგორითმების განვითარება ძირითადი თერმომექანიკური და ელექტრომაგნიტური მახასიათებლების გამოსათვლელად.

შედგენილი სხეულების ბზარის კიდეებზე და წირებზე სადაც სხვადასხვა ტიპის სასაზღვრო პირობები ხვდებიან ერთმანეთს ან გარე საზღვარისა და შიგა საკონტაქტო ზედაპირების თანაკვეთის წირებზე (ე.წ. განსაკუთრებული წირები) წარმოიქმნება ძაბვის სინგულარობის ზონები. პრაქტიკაში ძალიან მნიშვნელოვანია ძაბვის სინგულარობების მაჩვენებლების მარტივად გამოთვლა. ისინი მნიშვნელოვანია აგრეთვე ეფექტური რიცხვითი ალგორითმების აგებისათვის, ამიტომ სასურველია ეფექტური მათემატიკური მეთოდების შემუშავება ძაბვის სინგულარობების მაჩვენებლების გამოსათვლელად. ეს მაჩვენებლები არსებითადაა დამოკიდებული მასალის პარამეტრებზე და საზღვრისა და სინგულარული წირების გეომეტრიულ მახასიათებლებზე. მათი გამოთვლა არის ძალიან რთული ამოცანა (იხ. [3], [4]). მათემატიკური მოდელირება და ანალიზი კიდევ უფრო რთული ხდება იმ შემთხვევაში, როცა განსახილველი სხეული არაერთგვაროვანია. მათემატიკურად ეს ნიშნავს, რომ შესაბამისი მოდელი აღიწერება ცვლად კოეფიციენტებიანი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის დასმული სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებით.

უბან-უბან ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი დრეკადი სხეულებისათვის ფორმულირებული შერეული საწყისი-სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანების თეორიული გამოკვლევა განხორციელდება პოტენციალთა მეთოდის, ლოკალიზებული პარამეტრიქსისა და ლოკალიზებული პოტენციალთა მეთოდის, ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებათა თეორიისა და ლაპლასის გარდაქმნის ტექნიკის საშუალებით.

განსახილველი ამოცანების სირთულის გამო რთული შერეული საწყისი-სასაზღვრო-ტრანსმისიისა და ბზარის ტიპის პირობებით, როგორც ერთგვაროვანი ასევე არაერთგვაროვანი შედგენილი დრეკადი მყარი სტრუქტურებისათვის, ჩვენ დაგვჭირდება განვავითაროთ პოტენციალთა მეთოდის არატრივიალური განზოგადება ფართო სკალის სობოლევ-სლობოდეცკის, ბესელის პოტენციალთა და ბესოვის ფუნქციურ სივრცეებში.

აქ ჩვენ ვაპირებთ გამოვიყენოთ, გავაერთიანოთ და განვავითაროთ ვიშიკ-ესკინის მეთოდი საზღვრიან ზედაპირზე განსაზღვრულ ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებებისათვის, რომელიც დაფუძნებულია ვინერ-ჰოფის ფაქტორიზაციის მეთოდზე [30],

მეთოდები რომლებიც დაკავშირებული არიან ბუტე დე მონველის ალგებრასთან და ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებთან დაკავშირებული მეთოდი, რომელიც შემუშავებულია რემპელისა და შულცეს მიერ [3-40].

ამ კვლევას ჩვენ განვიხილავთ როგორც პიეზოელექტრულ თეორიასთან და ლოკალიზებულ თეორიასთან დაკავშირებული ჩვენი წინა კვლევების (იხ. [3-10]-[3-29], [3-34]-[3-39], არატრივიალურ და ბუნებრივ გაგრძელებასა და გაფართოებას უფრო რთული ამოცანებისათვის.

თემა IV:

განსახილველი ყველა ამოცანა ყალიბდება ვარიაციული და კვაზივარიაციული უტოლობების სახით. ვარიაციული უტოლობების სახით ფორმულირდება ამოცანები დრეკადობის თეორიაში, ჰიდროდინამიკაში, თერმოდინამიკაში, ელექტროდინამიკაში და ფიზიკის სხვა დარგებში [4-2], [4-13], [4-20]. ისინი წარმოადგენენ ამოცანების არაწრფივ მოდელებს და ფიზიკურ პროცესებს აღწერენ რეალობასთან უფრო ახლოს ვიდრე წრფივი ამოცანები.კვაზივარიაციული უტოლობის შემთხვევაში სიმრავლე, რომელზეც განიხილება ვარიაციული უტოლობა დამოკიდებულია თავად ამონახსნზე. ამ ტიპის უტოლობები შემოიღეს ბენსუსანმა და ლიონსმა იმპულსურ სტოქასტური მართვის ამოცანების ამოსახსნელად. შემდგომში მრავალი ავტორის მიერ ასეთი უტოლობები გამოიყენებოდა სხვადასხვა ფიზიკურ ამოცანებში.

კვაზივარიაციული უტოლობების, კერძოდ, არაცხადწინაღობიანი ამოცანების ამონახსნის ერთადერთობის და აპროქსიმაციის საკითხების კვლევაში მხოლოდ უწყვეტობის მეთოდი ნაკლებ ეფექტურია, ვინაიდან ასეთ დროს უმეტესად ვეყრდნობით შაუდერის თეორემას უძრავი წერტილის შესახებ, ეს კი არ გვაძლევს ინფორმაციას ამონახსნთა რაოდენობაზე და მათმიახლოვებებზე (გარდა იმ შემთხვევისა, როდესაც შესაბამისი ასახვა არის კუმშვითი). როდესაც წინაღობის ოპერატორს აქვს ზრდადობის თვისება წერტილობრივი აზრით ($u \leq v \implies M(u) \leq M(v)$, ორივე უტოლობა გვესმის *"თითქმის ყველგან"* აზრით), მაშინ სპეციალურად შერჩეული ასახვის უძრავი წერტილების გამოსაკვლევად იყენებენ მონოტონურობის მეთოდს, ბირხოფის და ტარტარის თეორემებზე დაყრდნობით (იხ [4-16]), რომელიც იძლევა მინიმალური და მაქსიმალური ამონახსნების არსებობის და მათი იტერაციის შესაძლებლობას.

სინიორინის არაცხად ამოცანაში წინაღობის სასაზღვრო ოპერატორი არ არის მონოტონური ზემოთაღნიშნული აზრით, ვინაიდან შეიცავს ამონახსნისკონორმალით წარმოებულს. სწორედ ამიტომ ავტორები Lions, Bensoussan, Mosco,Vescan **სინიორინის არაცხად ამოცანას** იკვლევდნენ უწყვეტობის მეთოდით, რაციძლეოდა ამონახსნის არსებობას, ხოლო ერთადერთობის საკითხი რჩებოდა ღიად. იხ. [4-1], [4-13], [4-17]. ავტორები M. Garroni, J, P, Gossez [4-17] და P. Siddiqi [4-15] მიუთითებენ სინიორინის არაცხადი ამოცანის მრავალმხრივ ფიზიკურ ინტერპრეტაციაზე, ხოლო P. Siddiqi ამონახსნის ერთადერთობას, მდგრადობას და აპროქსიმაციებს განიხილავს ღია საკითხებად.

ჩვენს [4-3] ნაშრომში დამტკიცებულია ამონახსნის ერთადერთობა სინიორინის არაცხადი ამოცანის [4.1] დასმისთვის მონაცემებზე დამატებითი შეზღუდვების გარეშე, წინაღობის ოპერატორისთვის გარკვეული აზრით კლებადობის თვისების დამტკიცებით, რაც საშუალებას იძლევა ამოცანის გამოკვლევის მონოტონურობისა და უწყვეტობის მეთოდების კომბინირებით. ასევე შევისწავლით სინიორინის არაცხად ამოცანას წრფივი ელიფსური ოპერატორისთვის (როგორც[4.1]-ში), ოღონდ [4.19]-ში განხილული (0.7) წინაღობითვის. ამ შემთხვევაშიც იგივე მიდგომებით შევეცდებით ერთადერთობის შედეგის მიღებას.

განხილულიკვაზივარიაციული უტოლობებისთვის ამონახსნის არსებობის, ერთად-ერთობის და ამონახსნთა იტერაციების საკითხთა კვლევა ჩატარდება შესაბამისად შერჩეული ასახვის უძრავი წერტილების რაოდენობის და მათი აპროქსიმაციის შესწავლის საშუალებით. ამისთვის გამოვიყენებთ მონოტონურობის და უწყვეტობის მეთოდებს და მათ კომბინაციას, მიუხედავად იმისა რომ არც სინიორინის არაცხადი ამოცანაში და არც მისი ანალოგიით

დასმულ ევოლუციურ ან ორმხრივ ელიფსურ ამოცანებში წინაღობის ოპერატორებს არ აქვთ წერტილობრივი ზრდადობა-კლებადობის თვისება.

კლასიკური დრეკადობის თეორიის სტატიკურ მოდელში დაგეგმილია შევისწავლოთ ანიზოტროპულიარაერთგვაროვანი დრეკადი და მყარი სხეულების საკონტაქტო ამოცანა ხახუნის გარეშე, როდესაც მყარი სხეულის საკონტაქტო ზედაპირი არის ამოზნექილი. კონტაქტი აღიწერება *ბუნებრივი შეუღწევადობის პირობით.* ლიტერატურაში ცნობილი სინიორინის პირობები, რომლებიც ხშირადგამოიყენება მსგავსი კონტაქტის აღსაწერად, ზემოთ აღნიშნული პირობიდან მიიღება $\partial u_i/\partial x_j \cdot u_j(x)$, $\partial u_i/\partial x_3 \cdot u_j(x)$ წევრების იგნორირებთ ($u - (u_1, u_2, u_3)$ გადაადგილების ვექტორია) ძირითადად იმ დაშვების საფუძველზე, რომ დრეკადი სხეულისთვის შესაძ–ლებელია მხოლოდ უსასრულოდ მცირე დეფორმაციები და გადაადგილებები (რაც არ იგულისხმება კლასიკური წრფივი დრეკადობის თეორიის მოდელში), ასევე სხვა შემზღუდავი დაშვებებით, რომელთაგან მნიშვნელოვანია საკონტაქტო ზედაპირების საკმარისისი ახლოვე და მათი ნორმალების პარალელობა. (იხ, [4-12]). ჩვენი მიზანია თავი ავარიდოთ ამ პროცედურებს და განვიხილოთ მინიმიზაციის ამოცანა **ბშპ**-ით, მხოლოდ იმ დაშვებით რომ მყარი სხეულის საკონტაქტო ზედაპირი აღიწერება უწყვეტი ჩაზნექილი ფუნქცით. ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის საკითხს შევისწავლით ვარიაციულ უტოლობათა ზოგადი თეორიის გამოყენებით. სპეციალური ტესტური ფუნქციების ჩასმის საშუალებით დავწერთ **ბშპ** –ის ექვივალენტურ სასაზღვრო პირობებს.

შემდეგ იგივე ამოცანას განვიხილავთ იმ შემთხვევაში, როდესაც დრეკადი სხეულის ზემოქმედებით ხისტი ჩარჩო დეფორმაციის გარეშე გადაადგილდება წრფივად. შესაბამისი კვაზივარიაციული უტოლობის გამოსაკვლევად გამოვიყენებთ უწყვეტობის მეთოდს.
ვარიაციული უტოლობის ამონახსნთა სიგლუვეს შევისწავლით ჯარიმის ოპერატორის გამოვიყენებთ.

რამდენადაც ჩვენთვის ცნობილია, ლიტერატურაში ასეთი მოდელი არ განხილულა.

არსებული ლიტერატურული მონაცემები:

თემა I:

გარსები და გარსის ტიპის სტრუქტურები თამაშობენ უფრო და უფრო მნიშვნელოვან როლს თანამედროვე საინჟინრო გამოყენებებში. ამიტომ სამგანზომილებიან თეორიასა და მასთან დაკავშირებულ 2D ობიექტებს შორის კავშირის დადგენას გააჩნია ფუნდამენტური მნიშვნელობა. არსებობს მრავალი ასეთი ტიპის თეორია და უკვე თითქმის საუკუნეა მათი მიღების გზები და მათი შესაბამისობა პრაქტიკასთან ცხარე კამათის საგანია. უწყვეტ გარემოთა მექანიკისა და გამოყენებითი მათემატიკის სპეციალისტთა საზოგადოებაში. ერთის მხრივ ეს განტოლებები ფართოდ გამოიყენება როგორც ინჟინრების, ასვე არაწრფივი ანალიზის სპეციალისტების მიერ, მეორეს მხრივ მათი მიღების გზები მკაცრ კრიტიკას იწვევს, რადგან ისინი ინტუიციას ემყარება.

მაგალითად, ახლახან გამოქვეყნებულ სტატიაში [FJM1] ავტორებმა Γ -კრებადობის გამოყე-ნებით სრული მათემატიკური სიმკაცრით გამოიყვანეს ფირფიტების ფონ კარმანის (vK) მრავალჯერ გალანძღული თეორია სამგანზომილებიანი თეორიიდან და დაასაბუთეს მისი სიცოცხლისუნარიანობა.

საბოლოო შედეგის სახით ჩვენ მოველით: i) სრულად დასაბუთდება 3D განტოლებების Γ -კრებადობა 2D გარსის განტოლებებისაკენ და მისი დამოკიდებულება ენერგიის ფუნქციო-ნალის სკალირებაზე. ერთ-ერთი ასეთი მოდელი მიღებული იყო [Du3]-ში კოიტერ-სანჩეს-პალენსია-სიარლეს ტიპის ფორმალური ასიმპტოტური ანალიზით. ii) ანალოგიური შედეგები მიიღება გარსების მოდელების იერარქიაში Γ -კრებადობის გამოყენებით გამოყვანილი სხვა განტოლებებისათვის, რომლებიც მიღებულია [FJM1, FJM2] -ში და ჩაწერილია გიუნტერის წარმოებულების საშუალებით. iii) გამოკვლეული იქნება გამოყვანილი განტოლებებისათვის ძირითადი სასაძღვრო ამოცანების ამოხსნადობა ლიფშიცის ზედაპირისათვის.. iv) დასაბუთდება რიცხვითი მეთოდების გამოყენების შესაძლებლობა, კერძოდ, Γ -კრებადობის

გამოყენებით მიღებული ზოგიერთი 2D მოდელისთვის დასაბუთდება მიახლოებითი ამონახსნების არსებობა და მდგრადობა სასრული ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით.

მიღებული შედეგები შეიძლება სასარგებლო იყოს პრაქტიკული საინჟინრო საქმიანობის დროს წარმოშობილი გარსის ზოგიერთი ამოცანების გადასაწყვეტად და გვაჩვენებს ჩატარებული თეორიული კვლევის და მის საფუძველზე შექმნილი რიცხვითი ამონახსნების ეფექტურობა.

თემა II:

მიუხედავად მათემატიკოსების დიდი დაინტერესებისა დისკრეტული ჰელმჰოლცის განტოლებების ანალიზი ბადისებრ სტრუქტურებზე ისევ აქტუალურია, იხ. ვაინბერგის, კაპანაძის, მარტინის, სლეპიანის, შაბანის, შარმას და სხვათა შრომები. ხოლო კომპოზიტური მასალების უწყვეტი მოდელის კვლევისას აღსანიშნავია ის სხვადასხვა მიმართულება, რომლებიც დაკავშირებულია კომპოზიტური მასალების მოდელების აგებასთან და მათი თვისებების ანალიზთან. აღსანიშნავია პაპანიკოლაუს, ბერგმანის, გრიკოლუკის, ფილშტეინის, ადლერის, ობნოსოვის, მიწუშევის, ბერლიანდის, კასტროს, პესეცკაიას შრომები.

თემა III:

დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობის გამო განზოგადოებული თერმო-ელექტრო-მაგნიტო-დრეკადობის ამოცანები ძალიან პოპულარულია მათემატიკოსებსა და ინჟინერ მკვლევარებს შორის. საკმარისია აღინიშნოს, რომ უკანასკნელ ათწლეულში ამ თემატიკაში ყოველწლიურად საშუალოდ 1000-ზე მეტი სამეცნიერო ნაშრომი ქვეყნდებოდა. მათი დიდი ნაწილი საინჟინრო-ტექნიკური ხასიათის სტატიებია. შეუღლებული ველების ურთიერთქმედების რთული ხასიათის გამო ამ ნაშრომების უმრავლესობაში განხილულია ორგანზომილებიანი სტატიკის მოდელები, ან მიღებულია დამატებითი დაშვებები, რომლებიც არსებითად ამარტივებს თერმო-მექანიკურ და ელექტრო-მაგნიტურ ველებს შორის ურთიერთქმედების აღწერას. ნაშრომთა მხოლოდ მცირე რაოდენობა ეხება სამგანზომილებიანი დინამიკური ამოცანების თეორიულ ასპექტებს თერმო-მექანიკურ და ელექტრო-მაგნიტურ ველებს შორის სრული შეუღლების შემთხვევაში (იხ. მაგალითად, [3-1], [3-2], [3-11], [3-31], [3-33] და იქ ციტირებული ლიტერატურა). სამეცნიერო კვლევის ამ ხარვეზების აღმოფხვრა და დინამიკის ამოცანების მკაცრი მათემატიკური შესწავლა არის წარმოდგენილი კვლევის ერთ-ერთი მთავარი მიზანი. ამ მიმართულებით გადადგმული ნაბიჯები მიმოხილულია ნაშრომში [3-5].

თემა IV:

სინიორინის არაცხად ამოცანას გააჩნია მრავალი ფიზიკური ინტერპრეტაცია და ის ფართოდ განხილვადია ლიტერატურაში იხ. [4-1], [4-13], [4-15], [4-17], [4-19]. მაგალითად [4-13]-ში მოყვანილია მისი ჰიდროდინამიკური ინტერპრეტაცია. სინიორინის არაცხადი ამოცანაისთვის დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა ([4-1], [4-13], [4-15]) და ერთადერთობა (იხ. [4-3]). შესასწავლია მდგრადობა და რიცხვითი ამონახსნები. კვლევა დაგეგმილია ამ მიმართულებით. ამ ამოცანისთვის წარმოდგენილი გეგმით გათვალისწინებული ორმხრივშეზღუდვებიანი და ევოლუციური ვარიანტები გამოკვლეული არა არის (ვინაიდან თავდაპირველი ვარიანტია არასრულად გამოკვლეული). ეს ვარიანტები სინიორინის არაცხადი ამოცანასთან ერთად წარმოადგენენ ინტერესის საგანს როგორც ფიზიკური ისე მათემატიკური თვალსაზრისით. მათი გამოკვლევა მოითხოვს კვაზივარიაციულ უტოლობებში მონოტონურობის მეთოდის შემდგომ დახვეწას და გაფართოებას; ამ მიმართულებით პირველი ნაბიჯები გადაიდგა [4-3], [4-4] და [4-18] შრომებში.

ლიტერატურაში **ბშპ**–ის საშუალებით სასაზღვრო–საკონტაქტო ამოცანის მოდელის განხილვის მაგალითი ჩვენთვის უცნობია. ამ ამოცანის, როგორც ფიზიკურ რეალობასთან ახლოს მდგომი მოდელის გამოკვლევა ასევე საინტერესოა ფიზიკური და მათემატიკური თვალსაზრისით.

უკანასკნელი ათი წლის მანძილზე ჩვენს მიერ დ.ნატროშვილთან და უცხოელ კოლეგებთან ერთად განიხილებოდა ზემოთ ჩამოთვლილი საკითხების ანალოგიური ამოცანები და მიღებული შედეგები ასახულია შრომებში: [4-4] –[4-11], [4-18].

პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება:

თემა I:

პროექტის არსია შექმნას გარსების ისეთი თეორია რომელიც იქნება მკაცრად მათემატიკურად დასაბუთებული და, ამავდროულად, მარტივად გამოსაყენებელი პრაქტიკოსი-ინჟინრებისათვის.

გარსები და მათი შემცველი დეტალები გვხვდება მთელ რიგ კონსტრუქციებში, რომლებიც მნიშვნელოვან როლს თამაშობენ თანამედროვე საინჟინრო სფეროში. ამის გამო ნებისმიერი მნიშვნელოვანი პროგრესი გარსის განტოლებების კვლევაში წარმოადგენს ინტერესს პრაქტიკული გამოყენებების თვალსაზრისით. განსაკუთრებით ღირებულია შედეგები, რომლებსაც მივყავართ გამარტივებისკენ შესაბამისი მიახლოებითი ამონახსნების მეთოდებში. ასეთებია, მაგალითად სხვადასხვა ტიპის კორნის უტოლობები, ორგანზომილებიანი განტოლებების ამოხსნადობის თვისებები, მიახლოებითი ამონახსნის კრებადობის შეფასებები.

ცხადია რომ პრაქტიკულად ასე მნიშვნელოვანი პრობლემის გადასაწყვეტად არასაკმარისი ემპირული მოდელები და საჭიროა მკაცრად დასაბუთებული მატემატიკური თეორია. ასეთ საშუალებას გვაძლევს Γ -კრებადობის თანამედროვე მეთოდი.

მეორე ძირითადი და არანაკლები მნიშვნელობის ფაქტორია გიუნტერის წარმოებულების აღრიცხვა, რომლის გამოყენებაც არსებითად ამარტივებს მიღებულ საკმაოდ რთულ განტოლებებს ზედაპირზე. გიუნტერის წარმოებულის გამოყენების უპირატესობა მდგომარეობს იმაში, რომ ზედაპირული დიფერენციალური ოპერატორები წარმოიდგინება ერთი გლობალური ერთეულოვანი ნორმალის ვექტორული ველით, მაშინ როდესაც კლასიკური მიდგომა არანაკლებ 6 ვექტორულ - როგორც კოვარიანტულ ასევე კონტრავარიანტულ ველს მოითხოვს.

გარდა ამისა გიუნტერის ოპერატორების აღრიცხვა საშუალებას იძლევა ზუსტად დაიწეროს სასაზღვრო ამოცანის შესაბამისი გრინის ფორმულა ზედაპირზე, და თუ ჩვენ გაგვაჩნია ფუნდამენტური ამონახსნი, გამოვიყენოთ პოტენციალთა მეთოდი. რომელსაც დაყავს სასაზღვრო ამოცანა ზედაპირის საზღვარზე განსაზღვრულ ექვივალენტურ ფსევდოდიფერენციალურ განტოლებაზე, ე. ი. წირზე განსზღვრულ ინტეგროდიფერენციალურ განტოლებაზე.

გამარტივებული ძირითადი განტოლებები იძლევა საშუალებას გავამარტივოთ აგრეთვე მიღებული განტოლებების რიცხვითი ამოხსნების მეთოდი, რაც მისცემს საშუალებას ინჟინრებს მარტივად გამოიყენონ ის თავიანთ გამმოთვლებში პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი ამოცანების გადასაწყვეტად.

გაადვილდება აგრეთვე გამოთვლითი მეთოდების გამოყენება და გაიზრდება გამოთვლებ-ბის ეფექტურობას, რაც მეტად მნიშვნელოვანია საინჟინრო გამოთვლებში მათი გამოყენების თვალსაზრისით.

თემა II:

მათემატიკოსთა დიდ ყურადღებას იპყრობს ის რთული მათემატიკური ამოცანები, რომლებიც აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტურ და სითბურ ტალღებთან დაკავშირებული პროცესების კვლევის დროს სხვადასხვა მახასიათებლების აღწერა და ანალიზისთვის არის საჭირო. რადგან აკუსტიკური, ელექტრომაგნიტური და სითბური ტალღები დიდ ინტერესს წარმოადგენს როგორც გამოყენებითი მეცნიერებისათვის, ასევე რეალურ ცხოვრებაში ტელეკომუნიკაციებში, სამშენებლო კონსტრუქციებში და სამედიცინო მიზნებისთვის. ამიტომ ვთვლით, რომ აქ წარმოდგენილი საკითხების შესწავლა და უფრო სრულყოფილი ცოდნის მიღება, რიცხვითი გამოთვლებისთვის ალგორითმების შემუშავება მნიშვნელოვნად დაეხმარება ტექნიკურ პროგრესსაც.

თემა III:

ზემოთაღწერილი ამოცანები საინტერესოა როგორც თეორიული, ასევე საინჟინრო და სამრეწველო თვალსაზრისით, მათი გამოყენება შესაძლებელია ბიოლოგიური და სამედიცინო მიზნებისთვისაც. მაგალითად, როგორც ახლახან იქნა დადგენილი, თავისი ფიზიკო-ქიმიური, დიელექტრიკული და პიეზოელექტრული თვისებების გამო *ანიონური კოლაგენის* და *კოლაგენ-ჰიდროქსიაპატიტის* კომპოზიტები შეიძლება გამოყენებულ იქნას უჯრედების ზრდისთვის და ძვლების რეგენერაციის სისტემებში – კოლაგენური ბოჭკოების სტრუქტურები იწვევენ აპატიტის კრისტალების წარმოქმნას, რომლებიც ძვლებში არსებულის ანალოგიურია. კლინიკურად აგრეთვე დასაბუთებულია, რომ ელქტრომაგნიტური ველის მოქმედება აჩქარებს ძვლების აღდგენის პროცესს.

ასეთი შეუღლებული ველების მოდელირება და ანალიზი მოითხოვს მათემატიკურ მეთოდებს, რომლებსაც შეუძლია ზუსტად და ცალსახად ასახოს ამ სისტემებში მიმდინარე ფიზიკური პროცესები, კერძოდ, შესაბამისი მათემატიკური მოდელები ამ ტიპის კომპოზიტური სხეულებისთვის აღიწერება კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებისთვის დასმული საწყის-სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებით.

ამ მხრივ ყველაზე რთული და მნიშვნელოვანია გამოკვლეული იქნას, თუ რამდენად კორექტულად არის დასმული შესაბამისი მათემატიკური ამოცანა, კერძოდ, ამონახსნების არსებობის, ერთადერთობის, სიგლუვისა და ასიმპტოტური თვისებების შესწავლა და კვლევის შედეგებზე დაფუძნებული ეფექტური რიცხვითი ალგორითმების აგება ძირითადი თერმომექანიკური და ელექტრომაგნიტური მახასიათებლების გამოსათვლელად (მაგალითად, განსახილველი სხეულების თერმო-მექანიკური ძაბვისა და ელექტრომაგნიტური ველის სინგულარობის ექპონენტები ბზარის კიდეებისა და სხვა გეომეტრიული განსაკუთრებულობების მახლობლობაში, ინტენსიურობის კოეფიციენტები და ბზარის გავრცელება და სხვა).

თემა IV:

აქ განხილული ამოცანები სხვადასხვა ფიზიკური შინაარსის მატარებელია და სხვა ამოცანებთან შედარებით აქვთ გარკვეული უპირატესობები აღწერონ ფიზიკური პროცესები უფრო სრულყოფილად. ამდენად მათი ამონახსების კვლევა სიგლუვისა და რიცხვითი მეთოდების თვალსაზრისით პრაქტიკულ მნიშვნელობას იძენს, ხოლო ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის, და მდგრადობის დამტკიცება დამატებით ამოწმებს ამამოცანების რეალურ პროცესებთან შესაბამისობას. ამავე დროს, ზოგი ამოცანისთვის გეგმით გათვალისწინებული შედეგების მიღება გახდება საფუძველი ამ მიმართულებით კვლევის გაგრძელების და ამოცანის მოდელის უფრო სრულყოფის თვალსაზრისით.

ასევე დაგეგმილი კვლევა უფრო სრულყოფს მონოტონურობის მეთოდს ელიფსური და ევოლუციური კვაზივარიაციული უტოლობებისთვის და გააფართოვებს მისი გამოყენების არეალს.

გეგმით გათვალისწინებული კვლევის შედეგები დასრულებულ სახეს მისცემს მრავალი ფიზიკური შინაარსის მქონე სინიორინის არაცხადი ამოცანის კვლევას, რის საფუძველზეც განხორციელდება ამ ამოცანის უფრო რთული, ევოლუციური ვარიანტების კვლევა.

შესასრულებელი ამოცანები: 2019 წელი:

თემა I:

ლაპლასის განტოლებებისათვის პირეპზედაპირზე ლიფშიცის საზღვრით დამტკიცებული იქნება დირიხლეს, ნეიმანის, შერეული (დირიხლე-ნეიმანის) და იმპედანსის ტიპის ამოცანების ამოც=ხსნადობის კრიტერიუმები როგორც კლასიკური - $\mathbb{H}^1$ დასმით ასევე არაკლასიკური $\mathbb{H}^s_p$ -დასმით.

თემა II:

ტალღის გავრცელების სხვადასხვა ბზარის მქონე დისკრეტული სასაზღვრო ამოცანების ამონახსნების არსებობისა და ერთადერთობის შედეგების მიღება კვადრატული და წესიერი ექვსკუთხედის ბადისებრი სტრუქტურებისთვის;

თემა III:

2019 წელს ვაპირებთ მათემატიკურად კორექტულად ჩამოვაყალიბოთ სამგანზომილე-ბიანი დინამიკური ამოცანების მათემატიკური ფორმულირება შესაბამისი საწყისი, სასაზღვრო, საკონტაქტო და ბზარის ტიპის პირობებით და დავამტკიცოთ ერთადერთობის თეორემები. ჩვენ განვიხილავთ მათემატიკურად დასაშვები და ფიზიკური თვალსაზრისით მისაღები სასაზღვრო-საკონტაქტო და ბზარის პირობების ფართო კლასს, და შევისწავლით კლასიკური და სუსტი ამონახსნების ერთადერთობის საკითხს შესაბამის ფუნქციურ სივრცეებში. ლაპლასის გარდაქმნის საშუალებით დინამიკური ამოცანებს დავიყვანთ შესაბამის ელიფსურ სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებზე; პოტენციალთა მეთოდის გამოყენებით გამოვიკვლევთ ელიფსური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანების ამონახსნების ერთადერთობისა და არსებობის საკითხს. აქ მთავარია: (i) საზღვრიან ზედაპირებზე განსაზღვრული ფსევდოდიფერენციალური განტოლებათა სისტემების ფრედჰოლმურობის თვისებების შესწავლა, (ii) ფსევდოდიფერენ-ციალური ოპერატორების შებრუნებადობის შესწავლა შესაბამის სობოლევ-სლობოდეცკის, ბესელისა და ბესოვის ფუნქციურ სივრცეებში. (iii) ამონახსნის არსებობის შესწავლა ელიფსური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებისათვის.

თემა IV:

განხილული იქნება სინიორინის არაცხადი ამოცანა – კვაზივარიაციული უტოლობა ცალმხრივი სასაზღვრო შეზღუდვებით მეორე რიგის სკალარული ელიფსური ორადწრფივი ფორმისთვის L^∞ კოეფიციენტებით. ამ ამოცანის ცალსახად ამოხსნადობა დამტკიცებულია ჩვენს მიერ [4-3]-ში.

პროექტის ფარგლებში გათვალისწინებულია ამ ამოცანისთვის ამონახსნის მდგრადობის დამტკიცება და იტერაციების აგება – ამონახსნის მიახლოება ვარიაციული უტოლობების ამონახსნებით, ნაშთითი წევრის შეფასება.

სინიორინის არაცხადი ამოცანის ამონახსნის ერთადერთობის საკითხი ექვივალენტურია სპეციალურად შერჩეული $F: R^+ \to R^+$ ასახვის უძრავი წერტილის ერთადერთობის. [4-3]-ში დამტკიცებულია გარკვეული ტიპის მონოტონური დამოკიდებულება ვარიაციული უტოლობის მონაცემებსა და ამონახსნს შორის, რის საშუალებითაც მტკიცდება F–ის კლებადობა, რაც ლიფშიცის პირობასთან ერთად უზ–რუნველყოფს F ასახვის უძრავი წერტილის ერთადერთობას.

2020-2023 წლებში განზრახულია:

თემა I:

ა) დადგენილი იქნება ენერგიის ფუნქციონალის Γ-კრებადობა ლამეს განტოლებისათვის თხელ არეში.

ბ) გამოყვანილი იქნსბა გარსის განტოლება ლამეს განტოლებისდან თხელ არეში Γ-კრებადობის გამოყენებით და გიუნტერის წარმოებულების აღრიცხვის მეშვეობით.

გ) ლამეს განტოლებებისათვის პირეპზედაპირზე ლიფშიცის საზღვრით დამტკიცებული იქნება დირიხლეს, ნეიმანის, შერეული (დირიხლე-ნეიმანის)ტიპის ამოცანების ამოხსნადობის კრიტერიუმები როგორც კლასიკური - $\mathbb{H}^1$ დასმით ასევე არაკლასიკური $\mathbb{H}^s_p$ -დასმით.

გ) გამოყვანილი იქნება ზედაპირებზე სხვადასხვა განტოლებების მიახლოებითი ამონახსნის პოვნა სასრულ ელემენტა მეთოდის მეშვეობით.

თემა III:

2020-2023 წლებში ვგეგმავთ ელიფსური ამოცანების ამონახსნების რეგულარობისა და ასიმპტოტური ყოფაქცევის შესწავლას და შესაბამისი დინამიკური ამოცანების ამონახსნების ასიმპტოტური ფორმულების გამოყვანას განსაკუთრებული წირების მახლობლობაში. ეს საკითხები ძალიან მნიშვნელოვანია ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტის დასადგენად.

განსაკუთრებული ყურადღება დაეთმობა ე.წ. ოსცილირებადი ძაბვის სინგულარობების ანალიზს.

შევეცდებით შევქმნათ ეფექტური ანალიზური და რიცხვითი მეთოდები ძაბვის სინგულარობების ხარისხის მაჩვენებლების დასათვლელად და დავადგინოთ მათი დამოკიდებულება მასალის პარამეტრებზე და განსაკუთრებული წირის გეომეტრიულ მახასიათებლებზე. ჩვენ ვაპირებთ ვიპოვოთ ძაბვის სინგულარობების ექსპონენტები ცხადი სახით შესაბამისი ფსევდოდიფერენციალური ოპერატორის მთავარი ერთგვაროვანი სიმბოლური მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობების საშუალებით. განვავითაროთ ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალური განტოლებების მეთოდი იმ ცვლადკოეფიციენტებიან განტოლებათა სისტემებისათვის, რომლებიც დაკავშირებულია არაერთგვაროვანი სხეულებისათვის თერმო-ელექტრო-მაგნიტო დრეკადობის თეორიის მათემატიკურ მოდელებთან. ჩვენ ვაპირებთ განსახილველი ამოცანები ეკვივალენტურად დავიყვანოთ ლოკალიზებული სასაზღვრო-სივრცულ ინტეგრალური განტოლებათა სისტემებზე. და გამოვიკვლიოთ ამ სისტემების შესაბამისი ოპერატორების ფრედჰოლმურობა და შებრუნებადობა.

თემა IV:

დაგეგმილია სინიორინის არაცხადი ამოცანის განხილვა ორმხრივი არაცხადი სასაზღვრო წინაღობით. ამ ამოცანას დავსვავთ კორექტულად, შევისწავლით ამონახსნის არსებობის, ერთადერთობის და მდგარადობის საკითხს. ასევე დაგეგმილია იტერაციების აგება და ნაშთითი წევრის შეფასება. კვლევა წარიმართება იმავე სქემით როგორც იგეგმება ცალმხრივ ამოცანაში. საჭირო იქნება მსგავსი მონოტონური დამოკიდებულების პოვნა ორმხრივი ვარიაციული უტოლობის მონაცემებსა და ამონახსნს შორის, როგორიც დამტკიცებულია [4-3]-ში ცალმხრივი ვარიაციული უტოლობისთვის.

ინდიკატორები:

ყოველწლიურად მომზადებული იქნება სულ მცირე 5 სამეცნიერო ნაშრომი, უმრავლესობა იმპაქტ-ფაქტორიან ჟურნალებში. შედეგები წარდგენილი იქნება ყოველწლიურად მათემატიკოსთა არაერთ საერთაშორისო ვორკშოპზე და კონფერენციაზე, მოხსენებული იქნება სემინარებზე საზღვარგარეთ.

ციტირებული ლიტერატურა:

თემა I

[BR1] **A. Braides**, *Γ-convergence for Beginners*, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, Oxford University Press, 2007.

[BDT1] **T. Buchukuri, R. Duduchava,** and **G. Tephnadze**, Laplace-Beltrami equation on hypersurfaces and Γ-convergence, *Mathematical Methods in Applied Sciences*. **40, 13**, 2017, 4637-4657. DOI: 10.1002/MMA.

[Ci1] **P.G. Ciarlet**, *Introduction to Linear Shell Theory*, Series in Applied Mathematics, Vol.1. Gauthier-Villars, Éditions Scientifiques et Médicales, Elsevier, Paris, North-Holland, Amsterdam, 1998.

[Ci2] **P.G. Ciarlet,** Mathematical Elasticity III: Theory of Shells, Studies in Mathematics and Applications, Vol. 29, Elsevier, North-Holland, Amsterdam, 2000.

[De1] **R. Destuynder**, Classification of the shell theories, *Acta Applicandae Mathematicae*, **4**, 15-63, 15-63, 1985.

[DD1] **V. Didenko** and **R.Duduchava**, Mellin convolution operators in the Bessel potential spaces, Accepted in*: Journal of Analysis and Applications*. 24 pages. DOI 10.1016/j.jmaa.2016.05.043. Published online http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022247X16301962

[Du1] **R. Duduchava,** Partial differential equations on hypersurfaces, *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* **48**, 19-74, 2009.

[Du2] **R. Duduchava,** A revised asymptotic model of a shell, *Memoirs on Differential Equations and*

Mathematical Physics **52**, 65-108, 2011.

[Du3] **R. Duduchava**, Mellin convolution operators in Bessel potential spaces with admissible Meromorphic kernels, *Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics* **60**, 135-177, 2013.

[DMM1] **R. Duduchava, D. Mitrea,** and **M. Mitrea,** Differential operators and boundary value problems on surfaces, *Mathematische Nachrichten* **279**, No. 9-10, 996-1023, 2006.

[DNS1] **R. Duduchava, D. Natroshvili,** and **E. Shargorodsky**, Basic boundary value problems of thermoelasticity for anisotropic bodies with cuts. I-II, *Georgian Mathematical Journal* **2**, 123-140, 259-276, 1995.

[DST1] **R. Duduchava, E. Shargorodsky,** and **G. Tephnadze,** Extension of the unit normal vector field from a hypersurface, *Georgian Mathematical Journal* **22,** 5, 355-359, 2015.

[DT1] **R. Duduchava** and **M. Tsaava,** Mixed boundary value problems for the Laplace-Beltrami equation, *Complex Variables and Elliptic Equations, Accepted 24 Sep 2017, Published online: 20 Oct 2017. Pages 1-29. http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/17476933.2017.1385066*

[DT2] **R. Duduchava, M. Tsaava**, Mixed boundary value problems for the Helmholtz equation in a model 2D angular domain, Submitted to*: Georgian Mathematical Journal,* 20 pages. Preprint: http://arxiv.org/abs/1605.09029

[DTT1] **R. Duduchava, M. Tsaava** and **T. Tsutsunava,** Mixed boundary value problem on hypersurfaces, *International Journal of Differential Equations* **2014**, 8 pages, Hindawi Publishing Corporation, Article ID 245350.

[FJMM1] **G. Friesecke, R.D. James, M.G. Mora,** and **S.Müller**, Derivation of nonlinear bending theory for shells from three dimensional nonlinear elasticity by Γ-convergence, *C.R. Acad. Sci. Paris.* Ser.I, **336**, 697-702, 2003.

[FJM1] **G. Friesecke, R. D. James,** and **S. Müller,** A hierarchy of plate models derived from nonlinear elasticity by Gamma-convergence*, Arch. Rational Mech. Anal.* **180**, 183–236, 2006.

[LMP1] **M. Lewicka, M.G. Mora,** and **M.R. Pakzad,** Shell theories arising as low energy Γ-limit of 3d nonlinear elasticity, *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci.* **9**, 253-295, 2010.

[LMP2] **M. Lewicka, M.G. Mora,** and **M.R. Pakzad,** The matching property of infinitesimal isometries on elliptic surfaces, *Arch. Rational Mech. Anal.* **200,** 1023–1050, 2011.

[Re1] **J.N. Reddy**, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, Second ed. CRC Press, Boca Raton, FL., 2004.

[Re2] **J.N. Reddy**, *Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics*, Second ed. John Wiley & Sons, New York, 2002.

თემა II

1. [Do03] M.T. Dove. Structure and Dynamics: An Atomic View of Materials. Oxford University Press, 2003.
2. [BH54] M. Born, K. Huang. Dynamical Theory of Crystal Lattices.Oxford University Press, 1954.
3. [Ka18] D. Kapanadze. Exterior Diffraction Problems for Two-Dimensional Square Lattice, ZAMP. (Submitted)
4. [KMP15a] D. Kapanadze, G. Mishuris, and E. Pesetskaya, Improved algorithm for analytical solution of the heat conduction problem in doubly periodic 2D composite materials, Complex Variables and Elliptic Equations, 60, 1–23 (2015)
5. [KMP15b] D. Kapanadze, G. Mishuris, and E. Pesetskaya, Exact solution of a nonlinear heat conduction problem in a doubly periodic 2D composite material, Arch. Mech., 67(2), 157–178 (2015).
6. [KMP16] D. Kapanadze, W. Miszuris, E. Pesetskaya, Relationship between the effective thermal properties of linear and nonlinear doubly periodic composites, ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 96(7) (2016), 780–790
7. [Ma06] P.A. Martin. Discrete scattering theory: Green's function for a square lattice, Wave Motion,43, 619–629 (2006).

8.[Sl02] L. Slepyan, Models and Phenomena in Fracture Mechanics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002

9.[SV01] W. Shaban and B. Vainberg, Radiation conditions for the difference Schrödinger operators, Applicable Analysis, 80, 525–556 (2001)

10.[TM11] E.B. Tadmor, R.E. Miller. Modeling Materials: Continuum, Atomistic and Multiscale Techniques.Cambridge University Press, 2011.

თემა III

1. M. Aouadi, Some theorems in the generalized theory of thermo-magnetoelectroelasticity under Green-Lindsays model, Acta Mech., 200 (2008), 25-43.
2. Benjeddou, Advances in piezoelectric finite element modelling of adaptive structural elements: asurvey, Computers and Structures 76 (2000), 347-363.
3. T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava, Crack-type boundary value problems of electro-elasticity. Operator Theory: Advances and Application, 147(2004), 189–212.
4. T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava, D. Natroshvili, Interface cracks problems in composites with piezoelectric and thermal effects, Proceedings of the 2009 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, November 13–19, 2009, Lake Buena Vista, Florida, USA.
5. T. Buchukuri, O. Chkadua, R. Duduchava, D. Natroshvili, Interface crack problems for metallic-piezoelectric composite structures, Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, 55 (2012), 1-150.
6. T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili, Three-dimensional finite element modelling of a piezoelectric actuator with regard to thermal effects, Second International Workshop: Direct and Inverse Problems in Piezoelectricity, Hirschegg (Kleinwalsertal), Austria, July 16-19, 2006. W. Geis, A.-M. Saendig (eds.), Book of abstracts, Stuttgart University, p. 4.
7. T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili, Mixed boundary value problems of thermopiezo–electricity for solids with interior cracks, Integral Equations and Operator Theory, 64, 4(2009), 495–537.
8. T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili, Mixed boundary value problems of piezoelectricity in domains with cracks, International Conference Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis to Celebrated the 120th Birthday of N. Muskhelishvili, Book of Abstracts, 9-14 September, 2011, Tbilisi, Georgia.
9. T.Buchukuri, O.Chkadua, D. Natroshvili, A.-M. Sändig, Solvability and regularity results to boundary-transmission problems for metallic and piezoelectric elastic materials. Math. Nachr., 282, No. 8 (2009), 1079–1110.
10. T. Buchukuri, O. Chkadua, D. Natroshvili, A.-M. Sändig, Interaction problems of metallic and piezoelectric elastic materials with regard to thermal stresses. Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, Vol. 45, 2008, 7–74.
11. D.I. Bardzokis, M.L.Filshtinski, L.A. Filshtinski, Mathematical methods in Electro-magneto-elasticity. Springer,Berlin – New York, 2007.
12. O. Chkadua, D. Natroshvili, Asymptotic analysis of interface crack problems for metallic-piezoelectric composite structeres . The Second Wiener-Hopf Workshop, UK 25-26 June 2012, Book of abstracts, Aberystwyth University, p 4.
13. O. Chkadua, T.Buchukuri, D. Natroshvili, The solvability and asymptotics of solutions of crack-type boundary value problems of thermopiezoelectricity, Second International Workshop: Direct and Inverse Problems in Piezoelectricity, Hirschegg (Kleinwalsertal), Austria, July 16-19, 2006. W. Geis, A.- M.Saendig (eds.), Book of abstracts, Stuttgart University, p. 5.
14. O. Chkadua, S. Mikhailov, D. Natroshvili, Analysis of direct boundary-domain integral equations for a mixed BVP with variable coefficient, I: Equivalence and Invertibility, Journal of Integral Equations and Applications, 21, No. 4, Winter (2009), 499–543.

15. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Analysis of direct boundary-domain integral equations for a mixed BVP with variable coefficient, II: Solution regularity and asymptotics, Journal of Integral Equations and Applications, 22, No. 1, Spring (2010), 19–37.
16. O. Chkadua, S. Mikhailov, D. Natroshvili, About analysis of some localized boundary-domain integral equations for variable-coefficient BVPs. Advances in Boundary Integral Methods, Proceedings of the Sixth UK Conference on Boundary Integral Methods, Edited by J.Trevelyan, Durham University Publ., UK, ISBN 978-0-9535558-3-3, 2007, 291–302.
17. O. Chkadua, S. Mikhailov, D. Natroshvili, Analysis of some localized boundary-domain integral equations, Journal of Integral Equations and Applications, 21, No. 3 (2009), 407–447.
18. O. Chkadua, S. Mikhailov, D. Natroshvili, Analysis of some boundary-domain integral equations for variable-coefficient problems with cracks, In: H.Power, A.La Rocca, and S.J.Baxter, eds., Advances in Boundary Integral Methods - Proceedings of the 7th UK Conference on Boundary Integral Methods. Nottingham University Publ., ISBN 978-0-95 63221-0-4, UK, 2009, 37–51.
19. O. Chkadua, S. Mikhailov, D. Natroshvili, Localized boundary-domain integral equations formulation for mixed type problems, Georgian Mathematical Journal, 17, 3 (2010), 469–494.
20. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Analysis of segregated boundary-domain integral equations for variable-coefficient problems with cracks, Numerical Methods for Partial Differential Equations, 27, 1 (2011), 121–140.
21. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Localized direct segregated boundary-domain integral equations for variable coefficient transmission problems with interface crack, Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, 52 (2011), 17–64.
22. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Localized Boundary-Domain Singular Integral Equations Based on Harmonic Parametrix for Divergence-Form Elliptic PDEs with Variable Matrix Coefficients, Integral Equations and Operator Theory, 76(2013), 509-547.
23. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Analysis of Some Localized Boundary-Domain Integral Equations for Transmission Problems with Variable Coefficients. Integral Methods in Science and Engineering. Computational and Analysis Aspects, C.Constanda and P. Harris (eds), Chapter 11, Springer 2011, 91–108.
24. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Analysis of Segregated Boundary-Domain Integral Equations for Mixed Variable Coefficient BVPs in Exterior Domains. Integral Methods in Science and Engineering: Computational and Analysis Aspects, C.Constanda and P. Harris (eds), Chapter 11, Springer 2011, 109–128.
25. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Localized Boundary-Domain Integral Equations Method for Dirichlet Problem for Second Order Elliptic Equations with Matrix Variable Coefficients. Proceedings of 8-th UK Conference on Boudary Integral Methods. Leeds University Press, Leeds,UK,4-5 July,2011, 119-126.
26. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Localized Boundary-Domain Integral Equations Method for Interface Crack Problem. Proceedings of 8-th UK Conference on Boudary Integral Methods. Leeds University Press, Leeds,UK,4-5 July,2011, 49–56.
27. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Analysis of Direct Segregated Boundary-Domain Integral Equations for Variable Coefficient Mixed BVPs in Exterior Domains. Analysis and applications, Vol.11, 4, (2013), 1350006 (33 pages) DOI: 10.1142/S0219530513500061.
28. O.Chkadua, S.Mikhailov, D.Natroshvili, Localized Boundary-Domain Integral Equations for Acoustic Scattering by an Inhomogeneous Anisotropic Obstacle, The Second Wiener-Hopf Workshop, UK 25-26 June 2012, Book of abstracts, Aberystwyth University, p 6.
29. O. Chkadua, D. Natroshvili, Localized boundary-domain integral equations approach for Dirichlet problem of the theory of piezo-elasticity for inhomogeneous solieds. Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, Vol.60, (2013) pp. 73-109
30. G. Eskin, Boundary Value Problems for Elliptic Pseudodifferential Equations. Transl. of Mathem. Monographs, Amer. Math. Soc., **52**, Providence, Rhode Island, 1981.

31. Z. T. Kurlandska, Influence of electromagnetic field on crack propagation in elastic dielectric. Bul. Acad . Polon., Ser. Sci. techniques. 28 (1978) , 497.
32. J.Y. Li, Magnetoelectroelastic multi-inclusion and inhomogeneity problems and their applications in composite materials , Int. J. Eng. Sci., Vol. 38 (2001), 1993-2011.
33. J.Y. Li, Uniqueness and reciprocity theorems for linear thermo-electro-magneto-elasticity, Q. JI Mech. Math., Vol. 56, No.1 (2003), 35–43.
34. D. Natroshvili, T. Buchukuri, O. Chkadua, Mathematical modelling and analysis of interaction problems for metallic-piezoelectric structures with regard to thermal stresses, Second International Workshop: Direct and Inverse Problems in Piezoelectricity, Hirschegg (Kleinwalsertal), Austria, July 16-19, 2006. W. Geis, A.-M. Sändig (eds.), Book of abstracts, Stuttgart University, 2006, p. 14. (See also: University of Stuttgart, IANS, Preprint 2006/008, pp. 1–64).
35. D. Natroshvili, T. Buchukuri, O. Chkadua, Mathematical modelling and analysis of interaction problems for piezoelectric composites. Rendiconti Academia Nazionale delle Scienze detta dei XL, Memorie di Matematica e Applicazioni 124˚, Vol. XXX, fasc. 1 (2006) 159–190.
36. D. Natroshvili, T. Buchukuri, O. Chkadua, Mathematical problems for piezoelectric-metallic composites, Fourth International Conference of Applied Mathematics and Computing, August 12–18, 2007, Plovdiv, Bulgaria, Book of Abstracts, Volume 4, p.423.
37. D.Natroshvili, T. Buchukuri, O. Chkadua, Application of pseudodifferential equations in the theory of piezoelectric-metallic composites. The 6th INTERN. ISAAC CONGRESS, 13-18 August, 2007, Middle East Technical University, Ankara, Turkey. Book of Abstracts, METU, Ankara, 2007, p. 90.
38. D. Natroshvili, T. Buchukuri, O. Chkadua, Mathematical problems for piezoelectric-metallic composites: Existence and stress singularity analysis. Proceedings of WAVES 2007 (the 8th International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Waves, 23–27 July, 2007, Reading, UK), University of Reading, 2007, 324–326.
39. D. Natroshvili, O.Chkadua, Stress singularity analysis for piezoelectric-metallic composite structures, The 10th International Conference on Integral Methods in Science and Engineering, IMSE2008, Santander, Spain, 7-10 July, 2008. Book of Abstracts, Universidad de Cantabria, 2008, p. 149.
40. S. Rempel and B.-W. Schulze, Index theory of elliptic boundary problems. Akademie–Verlag, Berlin,1982
41. W-Y.Tian, U.Gabbert, Multiple crack interaction problem in magnetoelectroelastic solids, European Journal of Mechanics, A/Solids 23 (2004), 599-614.
42. B.-L. Wang and Y.-W. Mai, Impenetrable crack and permeable crack assumptions, which one is more realistic, J. Appl. Mech., 71, 4 (2004), 575–579.
43. J.S. Yang, Mechanics of piezoelectric structures, Singapore: World Scientific, 2006.

თემა IV

1. **A. Bensoussan, J.-L. Lions**, Contrôle impulsionnel et in´equations quasi variationnelles. Méthodes Mathématiques de l'Informatique [Mathematical Methods of Information Science], 11. Gauthier-Villars, Paris, 1982.
2. **G. Duvaut, J.-L. Lions**, Les in_equationsenm_ecaniqueeten physique. (French) TravauxetRecherchesMath_ematiques, No. 21. Dunod, Paris, 1972.
3. **A. Gachechiladze**, A maximum principle and the implicit Signorini problem. Mem. Differential Equations Math. Phys. 23(2001), 21–54.
4. **A. Gachechiladze**, On the uniqueness of some quasi-variational inequalities in control theory. Georgian Math. J. 11(2004), No. 2, 229–242.
5. **A. Gachechiladze, D. Natroshvili**, Boundary variational inequality approach in the anisotropic elasticity for the Signorini problem. Georgian Math. J. 8(2001), No. 3, 469-492.
6. **A. Gachechiladze, R. Gachechiladze, D. Natroshvili**, Unilateral contact problems with friction for hemitropic elastic solids, Georgian Mathematical Journal, 16, No. 4 (2009), 629-650.

7. **A. Gachechiladze, R. Gachechiladze, D. Natroshvili**, The Unilateral Contact of Two Elastic Hemitropic Media, Mem. Differential Equations Math. Phys., 48 (2009), 75-96.
8. **A. Gachechiladze, R. Gachechiladze, D. Natroshvili**, Frictionless Contact Problems for Elastic Hemitropic Solids: BoundaryVariationalInequal. Appr., Rend. Lincei Mat. Appl. 23 (2012), 267-293.
9. **A.Gachechiladze, R. Gachechiladze, J. Gwinner, D. Natroshvili**, A boundary variational inequality approach to unilateral contact problems with friction for hemitropic solids, Math. Methods Appl. Sci., 33 (2010), Issue 18, 2145-2161.
10. **A.Gachechiladze, R. Gachechiladze, J. Gwinner, D. Natroshvili**, Contact problems with friction for hemitropic solids: boundaryvariational inequality appr., Appl. Anal., 90, No. 2 (2011), 279-303.
11. **R. Gachechiladze, J. Gwinner, D. Natroshvili**, A boundary variational inequality approach to unilateral contact with hemitropic materials. Mem. Differential Equat. Math. Phys., 39(2006), 69-103.
12. **N. Kikuchi, J. T. Oden**, *Contact problems in elasticity: a study of variational inequalities and finite element methods.* SIAM Studies in Applied Mathematics, 8. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1988.
13. **U. Mosco**, *Implicit variational problems and quasi variational inequalities. Nonlinear operators and the calculus of variations* (Summer School, Univ. LibreBruxelles, Brussels, 1975), 83–156. Lecture Notes in Math., 543, Springer, Berlin, 1976.
14. D. **Natroshvili, R. Gachechiladze, A. Gachechiladze, I. G. Stratis**, *Transmission problems in the theory of elastic hemitropic materials*. Appl. Anal. 86(2007), No. 12, 1463-1508.
15. **Siddiqi, A.H.; Manchanda, Pammy**, *Certain remarks on a class of evolution quasi-variational inequalities.*International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences 24.12 (2000)
16. **TartarL.**, *Inéquations quasi variationnellesabstraites*. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A 278(1974), 1193-1196
17. **R. T. Vescan**, *Quasi variational inequalities solved by a non void intersection property*, JMAA.-1982.
18. **A. Gachechiladze,** On the method of monotonicity in problems with an implicit obstacle. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.*135 (2004), 61-72.
19. **M. Garroni, J, P, Gossez,** *Convergence of Nonlinear Elliptic Operators and Application to a Quasi-Variational Inequality*. JOURNAL OF MATHEMATICAL ANALYSIS AND APPLICATIONS 92, 252-273 (1983).
20. **I. MUELLER**, *Thermodynamik, in "Die Grundlagen der Materialtheorie*," Bertelsmann, Dusseldorf, 1973

<u>თემა 7:</u> **უწყვეტ გარემოთა მექანიკის ზოგიერთი საკონტაქტო და შერეული სასაზღვრო ამოცანა**

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილება

მკვლევართა ჯგუფი: ნ. შავლაყაძე (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ს. კუკუჯანოვი, ლ. შაფაქიძე, გ. კაპანაძე, ლ. გოგოლაური

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის შერეული და საკონტაქტო ამოცანების თეორიაში გასული საუკუნის 40-იან წლებში მნიშვნელოვანი შედეგები იქნა მიღებული ნ. მუსხელიშვილის, ი. ვეკუას, ფ. გახოვის, ლ. გალინის, დ. შერმანის, მ. კელდიშის, ლ. სედოვის და სხვათა შრომებში, რომლებმაც ფაქტორიზაციის მეთოდის გამოყენებით დაამუშავეს ანალიზურ ფუნქციათა და სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა თეორია [1-2], ხოლო 60-იანი

წლებიდან ვინერ-ჰოპფის მეთოდის გამოყენებით ამოხსნილ იქნა ბზართა თეორიისა და საკონტაქტო ურთიერთქმედებათა თეორიის ზოგიერთი მნიშვნელოვანი ამოცანა (ე. მელანი, გ. ირვინი, ვ.კოიტერი, ა.ხრაბკოვი, ვ. ვოროვიჩი, ჰ. ბიუკნერი, რ. მუკი, ვ. სტენბერგი, გ. პოპოვი, ვ. ალექსანდროვი, ბ. ნულერი, ნ. არუთინიანი, რ. ბანცური). ამავე პერიოდიდან იწყება ახალი ტიპის, პრაქტიკისათვის მეტად მნიშვნელოვანი არაკლასიკური საკონტაქტო ამოცანების კვლევა, რომლებიც უკავშირდებიან დრეკადი მასიური სხეულებისა და თხელკედლიანი ელემენტების ურთიერთქმედებას; ბზართა თეორიის ამოცანებს, როდესაც ბზარი გადის სხეულის საზღვარზე ან უბან-უბან ერთგვაროვნების გამყოფ საზღვარზე [3-10]. აღნიშნული კვლევების კვალდაკვალ დამუშავდა ზუსტი და მიახლოებითი ამოხსნების სხვადასხვა მეთოდი, როგორებიცაა ორთოგონალურ პოლინომთა და ასიმპტოტური მეთოდები, რიმანის ამოცანაზე მიყვანის მეთოდი, ერთგვაროვან ამონახსნთა მეთოდი, ფაქტორიზაციისა და ინტეგრალური გარდაქმნების მეთოდები.

რ. ბანცურმა ინტეგრალური გარდაქმნების გზით ახალი კლასის (არაკლასიკური საკონტაქტო და შერეული) ამოცანები დაიყვანა ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის ახალი ტიპის გადაადგილებიან ე.წ. კარლემანის ტიპის ამოცანებზე ზოლისათვის. მან დაამუშავა ფაქტორიზაციის ახალი მეთოდი და კარლემანის ტიპის ამოცანა ამოხსნა ზოგად შემთხვევაში. აღნიშნულმა მეთოდმა სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებისათვის იგივე მნიშვნელობა შეიძინა, რაც ნ. მუსხელიშვილისა და ვინერ-ჰოპფის მეთოდმა კლასიკური საკონტაქტო ამოცანებისათვის. ეს მეთოდი ლიტერატურაში ცნობილია რ. ბანცურის ფაქტორიზაციის პირველი მეთოდის სახელწოდებით და წარმოადგენს ერთადერთ ზოგად მეთოდს საკონტაქტო ამოცანების ეფექტური ამოხსნების მისაღებად.

როგორც ცნობილია ჩართვები და სტრინგერები, შტამპები და ბზარები, წარმოადგენენ სხეულში ძაბვების კონცენტრატებს, ამიტომ ძაბვების კონცენტრაციის საკითხის შესწავლა და მათი შემცირებისთვის სხვადასხვა მეთოდის დამუშავება, მით უმეტეს არაწრფივი დეფორმაციებისა და მასალის სხვადასხვა ფენომენოლოგიური თვისებების პირობებში, თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობის პრობლემებს განეკუთვნება.

თეორიული თვალსაზრისით აღნიშნული საკონტაქტო ამოცანები წარმოადგენენ მათემატიკური ფიზიკის სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანების ახალ კლასს შერეული სასაზღვრო პირობებით. პრაქტიკულად კი ისინი ფართოდ გამოიყენებიან რღვევის მექანიკაში ბზარების გავრცელების თავიდან აცილებისა და თხელკედლიანი ელემენტებით სხვადასხვა საინჟინრო კონსტრუქციების გამაგრების ამოცანებში. დრეკადობის ბრტყელი თეორიის საკონტაქტო ამოცანების კვლევისას საკმაოდ ეფექტური აღმოჩნდა სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებისა და ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანების მეთოდები (ნ. მუსხელიშვილის მეთოდი, ვინერ-ჰოპფის მეთოდი). არაკლასიკური სასაზღვრო ამოცანები, გარდა აღნიშნული მეთოდებისა, მოითხოვენ კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიის, ინტეგრალური გარდაქმნების თეორიის, კოშის ტიპის ინტეგრალების თეორიის, ინტეგრალურ განტოლებათა თეორიის, მიახლოებითი ანალიზის სხვადასხვა მეთოდების განზოგადოებას.

უწყვეტ გარემოთა მექანიკის შერეულ და საკონტაქტო სასაზღვრო ამოცანებში ამჟამადაც მიმდინარეობს ინტენსიური კვლევები მსოფლიოს მრავალ სამეცნიერო ცენტრში. წლების მანძილზე ა. რაზმაძის მათემატიკის ინსტიტუტის დრეკადობის მათემატიკური თეორიის განყოფილებაში მიმდინარეობდა და ამჟამადაც მიმდინარეობს: დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიის არაკლასიკური საკონტაქტო ამოცანების გამოკვლევა ცვლადი სიხისტის თხელკედლიანი ელემენტებისა და სხვადასხვა ფორმის თუ ფენომენოლოგიური თვისების მქონე (იზოტროპული, ანიზოტროპული, პიეზოელექტრული თვისების მქონე მასალებისათვის და სხვა) სხეულის ურთიერთქმედების შესახებ [11-28]; დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის შებრუნებული (ნაწილობრივ უცნობ საზღვრიანი) ამოცანების შესწავლა [29-32]; ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსების მდგრადობის ამოცანების

დამუშავება [39-42]; მბრუნავი ფოროვანი ცილინდრების ჰიდროდინამიკური მდგრადობის ამოცანების შესწავლა [60-62, 66-67].

დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიის არაკლასიკური საკონტაქტო ამოცანები მათემატიკურად ფორმულირდებიან ცვლადი კოეფიციენტების მქონე სინგულარული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებებისა და ასეთი განტოლებებისაგან შემდგარი სისტემების სახით, აგრეთვე უძრავი სინგულარობის მქონე მეორე გვარის სინგულარული ინტერო-დიფერენციალური განტოლებების სახით. ამ განტოლებათა მახასიათებელ ნაწილს პრანდტლის ტიპის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლების სახე აქვს, რომელიც ზოგად შემთხვევაში გამოკვლეული არ გახლდათ. მიღებულ განტოლებათა ამონახსნს ვეძებთ ჰელდერის H კლასის ფუნქციებში, რომელთა წარმოებული ეკუთვნის ე.წ. H^* კლასს (იხ. [2]). ისინი ხარისხოვანი კანონით ცვლადი (საინტეგრაციო წირის ბოლოებში ნებისმიერი რიგით ქრობადი, შემოსაზღვრული ან შემოუსაზღვრელი) კოეფიციენტით მიეკუთვნებიან მესამე გვარის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა ტიპს. ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის მეთოდებისა და მიახლოებითი ანალიზის მეთოდების გამოყენებით აღნიშნული განტოლებები სხვადასხვა შემთხვევებში დაყვანილია კარლემანის ტიპის გადაადგილებიან სასაზღვრო ამოცანაზე ზოლისათვის, აგრეთვე ასეთი ტიპის სასაზღვრო ამოცანათა სისტემაზე, ან წრფივი შეუღლების ამოცანაზე. გარკვეულ პირობებში ორთოგონალურ პოლინომთა მეთოდის გამოყენებით მიიღება უსასრულო წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემები, რომელთა გამოკვლევა ხდება რეგულარობაზე კვადრატით ჯამებად ან შემოსაზღვრულ მიმდევრობათა სივრცეებში. მოხერხდა მიღებული სასაზღვრო ამოცანებისა და უსასრულო ალგებრულ განტოლებათა სისტემების გამოკვლევა, დადგინდა ამონახსნთა ასიმპტოტური ყოფაქცევა და ამოიხსნა ძაბვების კონცენტრაციის ამოცანა.

ბლანტი დრეკადობის თავდაპირველი თეორიები განხილულია მაქსველის, მეიერის, ბოლცმანის შრომებში და შესწავლილია ვოიგტას, კელვინის, ვოლტერას და სხვათა მიერ. ბლანტი მასალები მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ ბიომექანიკაში (კერძოდ ძვლის მექანიკაში), აგრეთვე ბლანტი დრეკადი ტალღების შესწავლა და სეისმური ტალღების გავრცელების დადგენა არის გეოფიზიკის მნიშვნელოვანი ამოცანა. ბოლცანოსა და ვოლტერას იდეებზე დაყრდნობით გასული საუკუნის 50-იანი წლებიდან დაიწყო განვითარება ბლანტიდრეკადობის მათემატიკურმა თეორიამ (ი. რაბოტნოვი, ნ. არუტინიანი, გ. მასლოვი და სხვები). ცოცვადობის თვისების მქონე სხეულებისა და თხელკედლიანი ელემენტების ურთიერთქმედების ამოცანები ანალიზურ ფუნქციათა თეორიისა, ინტეგრალური განტოლებების, ინტეგრალური გარდაქმნების და მიახლოებითი ანალიზის სხვადასხვა მეთოდთან ერთად უკავშირდებიან ვოლტერას მეორე გვარის ინტეგრალური განტოლების გამოკვლევას.

გამოკვლეულია ბლანტიდრეკადობის თეორიის საკონტაქტო ამოცანები, რომლებიც უკავშირდებიან არაერთგვაროვანი თხელკედლიანი სასრული ან ნახევრად უსასრულო ელემენტებისა (ჩართვები, სტრინგერები) და ცოცვადობის თვისების მქონე ნახევარსიბრტყის ან სიბრტყის ურთიერთქმედებას, როდესაც თხელკედლიანი ელემენტები იმყოფებიან ტანგენციალური ან ნორმალური დატვირთვების პირობებში. განსაზღვრულია ტანგენციალური და ნორმალური საკონტაქტო ძაბვები და დადგენილია მათი ასიმპტოტური ყოფაქცევა განსაკუთრებულ წერტილების მახლობლობაში. გამოკვლეულია უძრავი სინგულარობის მქონე სინგულარული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებები, რომლებიც დაკავშირებულნი არიან უბან-უბან ერთგვაროვანი სხეულებისა და სასრული ან ნახევრადუსასრულო ჩართვების (ზზარების) ურთიერთქმედებასთან. გამოკვლეულია სხვადასხვა ფორმის დრეკად სხეულებთან მუდმივი ან ცვლადი სიხისტის მქონე დრეკადი ელემენტების ურთიერთქმედების წრფივი და არაწრფივი საკონტაქტო ამოცანები, როდესაც დრეკადი ელემენტები შეიძლება იმყოფებოდნენ როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი დეფორმაციის პირობებში (ჰუკის წრფივი ან არაწრფივი კანონის პირობებში), კონტაქტის პირობა შეიძლება წარმოადგენდეს როგორც უწყვეტობის პირობას, ასევე

ურთიერთქმედებაში მყოფ სხეულებს შორის თხელი ბლანტი ფენის არსებობას. ჩატარებულია დრეკადი ელემენტების ბოლოების მახლობლობაში საძიებელი საკონტაქტო ძაბვების ასიმპტოტური ანალიზი, დადგენილია საკონტაქტო ძაბვების განსაკუთრებულობათა ხასიათი დრეკადი ელემენტების სიხისტის ცვლილების და არაწრფივობის კანონებთან მიმართებაში. დრეკადობისა და ბლანტი დრეკადობის დინამიკური საკონტაქტო ამოცანები.[68-80] (**ნ. შავლაყაძე,** ინპაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალებში გამოქვეყნებული 24 ნაშრომი, სულ 137 ციტირება Scholar Google-ს მიხედვით).

სხეულში ძაბვების ოპტიმალური განაწილების ამოცანათა ახალ კლასს მიეკუთვნება ეგ. წოდ. ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანები. გამოკვლეული იქნა დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიაში თანაბრადმტკიცე კონტურების მოძებნის ამოცანები უცნობი ან ნაწილობრივ უცნობი ხვრელებით შესუსტებული სხეულებისათვის და მიღებულ იქნა ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის ახალი სასაზღვრო ამოცანა, ეგ. წოდ. კარლემანის ტიპის ამოცანა რგოლისათვის. ამისათვის რ. ბანცურმა დაამუშავა ფაქტორიზაციის მეორე მეთოდი და მოგვცა ამ სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნადობის დასრულებული თეორია.

საინჟინრო პრაქტიკაში მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტების ღუნვის თეორიის პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები. ტეხილებით შემოსაზღვრული ორადბმული ფირფიტების ამოცანებში ყველაზე ეფექტური აღმოჩნდა კომპლექსური ანალიზის მეთოდები, ასეთი ამოცანების კვლევისას არსებითი მნიშვნელობა ენიჭება ძაბვათა კონცენტრაციის სურათის დადგენას კუთხის წვეროთა მახლობლობაში, სადაც ადგილი აქვს ძაბვების გადანაწილებას და პლასტიკური ზონების წარმოქმნას. ხვრელის საზღვრის მახლობლობაში ძაბვების განაწილების სურათის დადგენამ აქტუალური გახადა საზღვრის ისე შერჩევა, რომ მათზე ტანგენციალური ნორმალური ძაბვები მუდმივ მნიშვნელობას ღებულობენ. ასეთი ტიპის თანაბრადმტკიცე კონტურების მოძებნის შებრუნებულ ამოცანებს უსასრულო არეებისათვის საფუძველი ჩაეყარა გ. ჩერეპანოვის და ნ. ბანიჩუკის შრომებში [33-34], ხოლო ტეხილებით შემოსაზღვრული ორადბმული არეებისათვის მათ კვლევას სათავე დაედო რ. ბანცურის შრომებში და ისინი დღესაც აქტუალურ ამოცანათა რიცხვს მიეკუთვნება.

დამუშავებულ იქნა დრეკადობის ბრტყელი თეორიის სასაზღვრო ამოცანები ორადბმული არეებისათვის, კერძოდ, დრეკადობის ბრტყელი თეორიის სასაზღვრო ამოცანა მართკუთხოვანი ხვრელის მქონე წრიული არისათვის, დრეკადობის ბრტყელი თეორიის სასაზღვრო ამოცანები მართკუთხა არისათვის წრიული ხვრელით და სწორხაზოვანი ჭრილებით, აგრეთვე თანაბრადმტკიცე კონტურის მოძებნის ამოცანები ხვრელით შესუსტებული მართკუთხა არისათვის და ხვრელითა და წვეროებში ამონაჭრებით შესუსტებული კვადრატული არისათვის. [81-90] (**გ. კაპანაძე, ლ. გოგოლაური**).

ძალოვანი და ტემპერატურული ზემოქმედების ქვეშ მყოფი თხელკედლიანი გარსების გამოკვლევა მათი ფართო გამოყენების გამო თანამედროვე ტექნიკის სხვადასხვა სფეროში დიდ ინტერესს იმსახურებს. დრეკადი შემავსებლის მქონე ბრუნვითი გარსების რხევისა და მდგრადობის ამოცანები სხვადასხვა დატვირთვისა და ტემპერატურის მოქმედებისას პრაქტიკულად შესწავლილი არ არის. ბრუნვითი, ცილინდრულთან მახლობელი, ნორმალური წნევის ქვეშ მყოფი გარსების მდგრადობის ამოცანები განხილულია შრომებში [35-36]. მიღებულია მდგრადობის დაზუსტებული განტოლებები, განხილულია მდგრადობის ამოცანები მგრეხავი და მერიდიანული დატვირთვებისათვის, აგრეთვე როგორც დადებითი ასევე უარყოფითი გაუსის სიმრუდის მქონე ორთოტროპული გარსებისათვის, შესწავლილია ჰარმონიული რხევისა და დინამიკური მდგრადობის საკითხები წინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი, ბრუნვითი გარსებისათვის [37-38].

გამოკვლეულია თერმორხევისა და თერმომდგრადობის ამოცანები წინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსებისათვის დრეკადი შემავსებლით. განხილულია დრეკადი შემავსებლისა და გარსის საკონტაქტო ამოცანა,

თერმორხევისა და თერმომდგრადობის ამოცანები სხვადასხვა დატვირთვისა და მუდმივი ტემპერატურის პირობებში მყოფი გარსებისათვის როგორც დადებითი, ასევე უარყოფითი გაუსის სიმრუდის შემთხვევაში. შესწავლილია ცილინდრულთან მახლობელი, ბრუნვითი გარსების დინამიკური მდგრადობის ამოცანები. თერმორხევისა და თერმომდგრადობის ამოცანებში დრეკადი შემავსებლის მქონე წინასწარ დატვირთული, ცილინდრულთან მახლობელი ბრუნვითი გარსებისათვის ძირითადი შედეგები წარმოდგენილია ანალიზური ფორმულებისა და გრაფიკების სახით. [91-94] (**ს. კუკუჯანოვი**).

ტექნიკურ ჰიდროდინამიკაში ფილტრაციის პრობლემებთან დაკავშირებით დიდ ინტერესს წარმოადგენს ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის კონკრეტული ამოცანები, რომელთა შესწავლა მჭიდროდ არის დაკავშირებული ტურბულენტობასთან. როგორც ცნობილია, ლანდაუს ჰიპოტეზის თანახმად სითხის დინების ტურბულენტურ მოძრაობაში გადასვლა ხორციელდება ნავიე-სტოქსის განტოლებათა სისტემის ამოხსნების თანდათანობითი ბიფურკაციების შედეგად. ბიფურკაციების ხასიათის გამოკვლევა და აგრეთვე იმ პირობების დადგენა, რომლის დროსაც ეს გადასვლები ხორციელდება წარმოადგენს ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის საბოლოო მიზანს.

დღეისათვის პროგრესი ტურბულენტური მოძრაობების შესწავლისას მიღწეულ იქნა მხოლოდ კონკრეტული ამოცანებით, რომელთა შორის გამოირჩევა მდგრადობის ამოცანები ორ ბრუნავ კონცენტრულ ცილინდრს შორის. როგორც ცნობილია, მყარი ცილინდრების შემთხვევაში ეს ამოცანები წარმოადგენენ შესანიშნავ მოდელს, რომლისთვისაც ხდება მდგრადობის როგორც წრფივი, ისე არაწრფივი თეორიის გამოყენება, რაც დასტურდება ექსპერიმენტებითაც. ჩვენ მიზანს შეადგენს შევისწავლოთ მდგრადობის ამოცანები ბრუნავი ფოროვანი ცილინდრების შემთხვევაში, როგორც მოდელი ბრუნავი ფილტრისა,. ამ ამოცანებისათვის მიღებულია გარკვეული თეორიული შედეგები წრფივი თეორიის გამოყენებით და შესწავლილია მდგრადობის პირველი დაკარგვის შედეგად წარმოქმნილი დინებები, რომლებიც შედარებულია ექსპერიმენტალურ გამოკვლევებთან [43-55].

ფილტრაციის პროცესის მართვისათვის სასურველია შემდგომი გადასვლების შესწავლა, რაც შესაძლებელია მხოლოდ მდგრადობის არაწრფივი თეორიის გამოყენებით. შესწავლილია ის კვაზიპერიოდული დინებები, რომლებიც წარმოიშვებიან მოცემული დინების თანდათანობითი ბიფურკაციების შედეგად და რომელთაც საბოლოოდ მივყავართ ორ ფოროვან ცილინდრს შორის ქაოსურ მოძრაობებამდე. გამოყენებული იქნება ცილინდრული სიმეტრიის მქონე ჰიდროდინამიკური დინებებისათვის ბიფურკაციის არაწრფივი თეორია, რომლის საშუალებითაც შესწავლილია მდგრადობის ამოცანები სხვადასხვა დინებებისათვის [56-67] გამოკვლეულია ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის ზოგიერთი მოცანა, კერძოდ, განიხილულია ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინება, როდესაც მასზე მოქმედებს რადიანული წნევის გრადიენტი და ასევე წნევის გრადიენტი ცილინდრების ღერძის მიმართულებით. ამოცანის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისათვის შესწავლილია ამპლიტუდურ განტოლებათა დინამიური სისტემების წონასწორობები და ბიფურკაციების გადაკვეთის წერტილები, ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინებებისათვის რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით გაანგარიშებული და აგებულია კვაზიპერიოდული რეჟიმების ფაზური ტრაექტორიები. ორ ფოროვან ბრუნავ ცილინდრს შორის ბლანტი უკუმში სითხის დინების ამოცანისათვის გამოკვლეულია მდგრადობის დაკარგვის შედეგად წარმოქმნილი მეორადი დინებები და ის ბიფურკაციები, რომელთაც ექნებათ ადგილი ტურბულენტურ მოძრაობაში გადასვლის დროს.

მილებში სითხის დინებების შესწავლა, გარდა ტექნოლოგიური ინტერესისა, არის ფუნდამენტური პრობლემა ჰიდროდინამიკური მდგრადობის თეორიის ამოცანებისათვის. ერთერთი ძირითადი დამახასიათებელი ამ დინებებისათვის არის მისი მდგრადობის დაკარგვის შედეგად მეორადი დინებების ფორმირება. პირველი ექსპერიმენტი ჩატარებულ იქნა წყალზე მილებში 1910,1911 წლებში [95,96], რომელმაც აჩვენა მეორადი დინებების წარმოქმნა გრიგლების სახით. შემდგომში, 1928 წელს ეს შედეგი დადასტურებულ იქნა ვ.დინის

მიერ [97], რომელმაც შეისწავლა თეორიულად ჰორიზონტალურ ცილინდრებს შორის სითხის დინების მდგრადობის ამოცანა, და აჩვენა რომ გარკვეული რიცხვის კრიტიკულ მნიშვნელობის გადაჭარბების დროს წარმოიქმნება სხვადასხვა მიმართულების გრიგლები, რომლებსაც შემდგომში ეწოდა დინის გრიგლები, ხოლო ამ რიცხვს დინის რიცხვი [98-107].

მნიშვნელოვანი შედეგები მიღებულ იქნა აგრეთვე რთული დინებებისათვის, მაგ. ფიზიოლოგიური სითხის დინებებისათვის მილებში, როგორიცაა სისხლის უწყვეტი დინებები სისხლძარღვებში [108,109], მაგნიტოჰიდროდინამიკური, ელექტროგამტარი სითხეების დინებებისათვის[110,111]. ფილტრაციის პრობლემებთან დაკავშირებით შესწავლილ იქნა სითხის დინებების მდგრადობის ამოცანები ფოროვანი მილების გათვალისწინებით რადიანული სიჩქარის შემთხვევში. ასევე შესწავლილი იქნა ამოცანები სითბოგამტარი სითხეებისათვის [112-115]. ძირითადად ეს შრომები ეყრდნობა მდგრადობის წრფივ თეორიას, რომელიც გვაძლევს საშუალებას შესწავლილ იქნას სითხის დინების მდგრადობის მხოლოდ პირველი დაკარგვის შედეგად ფორმირებული სხვადასხვა მოძრაობები. პრაქტიკული თვალსაზრისით საინტერესოა თუ რა ხდება ამ დინებების მდგრადობის დაკარგვის შედეგად, როგორი ტიპის მოძრაობები შეიძლება წარმოიშვას და მივყავართ თუ არა ამ არამდგრადობებს ქაოსური მოძრაობებისაკენ. ამ მიმართულებით შესწავლილია სხვადასხვა ამოცანები, კერძოდ დინის ამოცანებისათვის ჩატარებული ექსპერიმენტისა და რიცხვითი გამოთვლების საშუალებით მიღებულია გარკვეული შედეგები სხვადასხვა ავტორების მიერ [116-121].

აღნიშნული მიმართულებით პროექტის კვლევის მიზანს შეადგენს ჰორიზონტალურ ფოროვან ცილინდრებს შორის ზოგიერთი სითხის დინების მდგრადობის არაწრფივი ამოცანების გამოკვლევა, როდესაც სითხის დინებაზე გარეთა ტუმბოს საშუალებით მოქმედებს აზიმუტური წნევის გრადიენტი და რადიანული დინება. არაწრფივი თეორია საშუალებას მოგვცემს გამოვიკვლიოთ ის დინებები, რომლებიც შეიძლება წარმოიშვას ძირითადი დინების მდგრადობის დაკარგვის დროს ფორმირებული მეორადი დინებების მდგრადობის დაკარგვის შედეგად და შევისწავლოთ ეს მოძრაობები.

გამოკვლევის ძირითად ობიექტს წარმოდგენს ამპლიტუდურ განტოლებათა არაწრფივი დინამიური ავტონომიური სისტემები, რომლებიც აღწერენ მოცემული დინებების ჯერად ბიფურკაციებს. როგორც თეორიული, ისე რიცხვითი გამოთვლების საშუალებით შესწავლილი იქნება სხვადასხვა სახის ბიფურკაციები, კვაზიპერიოდული და ქაოსური რეჟიმები. (ლ. შაფაქიძე).

მომავალი ხუთი წლის გეგმა-პროექტი: (2019-2023 წლები)

1. (2019 წ.)

ა) დრეკადობისა და ბლანტი დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო-საკონტაქტო და შერეული ამოცანები

ბლანტი დრეკადობის თავდაპირველი თეორიები განხილულია მაქსველის, მეიერის, ბოლცმანის შრომებში და შესწავლილია ვოიგტას, კელვინის, ვოლტერას და სხვათა მიერ. ბლანტი მასალები მნიშვნელოვან როლს ასრულებენ ბიომექანიკაში (კერძოდ ძვლის მექანიკაში), აგრეთვე ბლანტი დრეკადი ტალღების შესწავლა და სეისმური ტალღების გავრცელების დადგენა არის გეოფიზიკის მნიშვნელოვანი ამოცანა. ბოლცანოსა და ვოლტერას იდეებზე დაყრდნობით გასული საუკუნის 50-იანი წლებიდან დაიწყო განვითარება ბლანტიდრეკადობის მათემატიკურმა თეორიამ (ი. რაბოტნოვი, ნ. არუტინიანი, გ. მასლოვი, რ. კრისტენსენი და სხვები). ცოცვადობის თვისების მქონე სხეულებისა და თხელკედლიანი ელემენტების ურთიერთქმედების ამოცანები ანალიზურ ფუნქციათა თეორიისა, ინტეგრალური განტოლებების, ინტეგრალური გარდაქმნების და მიახლოებითი ანალიზის სხვადასხვა მეთოდთან ერთად უკავშირდებიან ვოლტერას მეორე გვარის ინტეგრალური განტოლების გამოკვლევას.

კვლევის ძირითადი მიზანი და სიახლე იქნება ბლანტიდრეკადობის თეორიის საკონტაქტო ამოცანები, რომლებიც უკავშირდებიან სხვადასხვა კონტაქტის პირობებში ცოცვადობის თვისების მქონე არაერთგვაროვანი თხელკედლიანი სასრული ან ნახევრად

უსასრულო ელემენტებისა (ჩართვები, სტრინგერები) და ამავე თვისების მქონე ნახევარსიბრტყის ან სიბრტყის ურთიერთქმედებას, როდესაც თხელკედლიანი ელემენტები იმყოფებიან ტანგენციალური ან ნორმალური დატვირთვების პირობებში. ძირითადი ამოცანა მდგომარეობს ტანგენციალური და ნორმალური საკონტაქტო ძაბვების პოვნაში, მათი ასიმპტოტური ყოფაქცევის დადგენასა და განსაკუთრებულ წერტილების მახლობლობაში ინტენსივობის კოეფიციენტის განსაზღვრაში.

ბ) დრეკადობის ბრტყელი თეორიისა და ფირფიტის ღუნვის პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები, ბლანტი დრეკადობის თეორიის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა.

დრეკადობის ბრტყელი თეორიის ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანები ხვრელითა და წვეროებში ამონაჭრებით შესუსტებული მრავალკუთხა არეებისათვის. ამონახსნები ჩაწერილი იქნება ანალიზური სახით და აგებული იქნება შესაბამისი დიაგრამები. მოხდება ბლანტი დრეკადობის თეორიის მეორე ძირითადი ამოცანის შესწავლა.

გ) წინასწარ დაძაბული ბრუნვითი გარსების რხევისა და დინამიური მდგრადობის ზოგიერთი ამოცანა.

არაერთგვაროვნად დატვირთული ბრუნვითი გარსების რხევისა და დინამიური მდგრადობის ამოცანები პრაქტიკულად შეუსწავლელია, არსებობს შესაბამისი შრომები მხოლოდ ცილინდრული გარსებისათვის. კვლევის სიახლე მდგომარეობს ცვლადკოეფიციენტიანი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის ახალი ამოცანების ამოხსნაში ოპტიმალური პროექციის მეთოდების გამოყენებით. პირველ ეტაპზე განხილული იქნება რხევისა და დინამიური მდგრადობის ამოცანები ჩაკეტილი წინასწარ დატვირთული ბრუნვითი გარსებისათვის.

დ) ცილინდრულ მილებში სითხის დინების მდგრადობის ამოცანების შესახებ.

განიხილება უძრავ ფოროვან ცილინდრებს შორის სითბოგამტარი სითხის დინება, რომელიც მიიღწევა გარეთა ტუმბოს საშუალებით აზიმუტური წნევის გრადიენტის მოქმედებით. ვუშვებთ, რომ ცილინდრები არიან სხვადასხვა ტემპერატურამდე გამთბარი, ერთ ცილინდრში გაჟონილი სითხის რაოდენობა იგივეა, რაც სითხის ხარჯი, რომელიც გაედინება მეორე ცილინდრიდან, ასევე სითხის დინებაზე მოქმედებს რადიანული დინება და ტემპერატურული გრადიენტი. გამოკვლეული იქნება ამოცანის პარამეტრების ის კრიტიკული მნიშვნელობები, რომლის გადაჭარბების შემდეგ წარმოიქმნება შესაძლო რთული დინებები.

2. (2020 წ.)

ა) უძრავი სინგულარობის მქონე სინგულარული ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებების გამოკვლევა. ისინი დაკავშირებულნი არიან უბან-უბან ერთგვაროვანი სხეულებისა და სასრული ან ნახევრადუსასრულო ჩართვების ურთიერთქმედებასთან. ორგანზომილებიანი სხვადასხვა რიგის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებების გამოკვლევა, რომლებიც უკავშირდებიან ბლანტი დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანებთან სხვადასხვა საკონტაქტო პირობებით.

ბ) ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანები ფირფიტის ღუნვის თეორიაში. კერძოდ, შესწავლილი იქნება ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანები ხვრელითა და წვეროებში ამონაჭრებით შესუსტებული მრავალკუთხა არეებისათვის სუფთა ღუნვის შემთხვევაში. განხორციელდება კვლევა ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის საკონტაქტო ამოცანებისა და ამონახსნი აგებული იქნება ეფექტური სახით.

გ) გამოკვლეული იქნება რხევისა და დინამიური მდგრადობის ამოცანები ორთოტროპული ჩაკეტილი წინასწარ დატვირთული ბრუნვითი გარსებისათვის.

დ) უძრავ ჰორიზონტალურ ფოროვან ცილინდრებს შორის სითბოგამტარი სითხისათვის შესწავლილი იქნება არაწრფივ ამპლიტუდურ განტოლებათა სისტემების წონასწორობები და მათი შესაბამისი მოძრაობები პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის. რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით აგებული იქნება შესაძლო კვაზიპერიოდული რეჟიმების ფაზური ტრაექტორიები და გამოკვლეული იქნება მათი მდგრადობა.

3. (2021 წ.)

ა) ბლანტი დრეკადობის თეორიის სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები არაერთგვაროვანი და არაწრფივი ცოცვადობის თვისების მქონე თხელკედლიანი ელემენტებისა და ასეთივე თვისების მქონე სხეულების ურთიერთქმედების შესახებ სხვადასხვა ტიპის კონტაქტის პირობებში.

ბ) თანაბრადმტკიცე კონტურების მოძებნის ამოცანა მართკუთხა ფირფიტის ღერძული გაჭიმვის შემთხვევაში. თანაბრადმტკიცე კონტურის განტოლებებისა და დიაგრამების აგება. ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის კონკრეტული საკონტაქტო ამოცანები.

გ) რხევისა და დინამიური მდგრადობის ამოცანები სამგანზომილებიანი ჩაკეტილი წინასწარ დატვირთული ბრუნვითი გარსებისათვის.

დ) შესწავლილი იქნება ფოროვან ჰორიზონტალურ ცილინდრებს შორის სითბოგამტარი სითხის მდგრადობის ამოცანა ცილინდრების ან ერთ-ერთი ცილინდრის ბრუნვის შემთხვევაში. გამოკვლეული იქნება სხდასხვა ბიფურკაციების გადაკვეთის წერტილები და შესწავლილი იქნება მათი გადაკვეთის წერტილებში მეორადი დინებებისა მდგრადობის საკითხები.

4. (2022 წ.)

ა) წრფივი და არაწრფივი საკონტაქტო ამოცანების გამოკვლევა. დრეკადი ელემენტები შეიძლება იმყოფებოდნენ როგორც წრფივი, ასევე არაწრფივი დეფორმაციის პირობებში (ჰუკის წრფივი ან არაწრფივი კანონის პირობებში), კონტაქტის პირობა შეიძლება წარმოადგენდეს როგორც უწყვეტობის პირობას, ასევე ურთიერთქმედებაში მყოფ სხეულებს შორის თხელი ბლანტი ფენის არსებობას. ამოცანა მდგომარეობს დრეკადი ელემენტების ბოლოების მახლობლობაში საძიებელი საკონტაქტო ძაბვების ასიმპტოტური ანალიზის ჩატარებაში, საკონტაქტო ძაბვების განსაკუთრებულობათა ხასიათის დადგენაში დრეკადი ელემენტების სიხისტის ცვლილების და არაწრფივობის კანონებთან მიმართებაში.

ბ) დრეკადობის ბრტყელი თეორიის როგორც პირდაპირი, ასევე ნაწილობრივ უცნობსაზღვრიანი ამოცანები მრავალკუთხა არეებისათვის. ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის კონკრეტული საკონტაქტო ამოცანები.

გ) რხევისა და დინამიური მდგრადობის ამოცანები გახსნილი პროფილის მქონე წინასწარ დატვირთული ბრუნვითი გარსებისათვის.

დ) ბრუნავ ჰორიზონტალურ ცილინდრებს შორის სითხის დინებისათვის გამოკვლეული იქნება აზიმუტური წნევის გრადიენტის მიმართულების გავლენა სითხის დინების ხასიათზე და ქაოსურ მოძრაობებში გადასვლებზე.

5. (2023 წ.)

ა) დრეკადობისა და ბლანტი დრეკადობის დინამიკური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანები.

ბ) ფირფიტების ღუნვის თეორიის პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები კონკრეტული არეებისათვის. ბლანტი დრეკადობის ბრტყელი თეორიის კონკრეტული საკონტაქტო ამოცანები.

გ) ტემპერატურული ველის გავლენა ბრუნვითი გარსების რხევასა და დინამიურ მდგრადობაზე.

დ) შესწავლილი იქნება სხვადასხვა მიმართულებით ბრუნავ ჰორიზონტალურ ცილინდრებს შორის სითხის მდგრადობის დაკარგვის შედეგად ფორმირებული დინებების მდგრადობის საკითხები და მათი გადასვლები ქაოსურ მოძრაობებში.

*-ით მონიშნულია პროექტის შემსრულებელთა მიერ ინპაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალებში გამოქვეყნებული შრომები:

1. N. Muskhelishvili, Some basic problems of the mathematic theory of elasticity. (Russian) *Nauka*, Moscow, 1966.
2. N. Muskhelishvili, Singular integral equation. (Russian) Fiz.Mat. Moscow, 1962.

3. V.Alexandrov, S. Mkhitaryan, Contct problem for bodies with thin coverings and layers. (Russian) Nauka, Moscow,1983.
4. G. Popov, Concentration of elastic stresses near punches, cuts, thin inclusion and supports. (Russian) Nauka, Moscow,1983.
5. N. Arutyunyan,The contact problem for halfplane with an elastic strengthening. (Russian) Prikl. Mat. Mekh. 32 (1968), No.4, 632-646.
6. O. Onishchuk, G. Popov, On some problems of bending of plates with cracks and thin inclusion. (Russian) Izv. Akad. Nauk. SSSR, Mekh. Tv. Tela, 4 (1980), 141-150.
7. O. Onishchuk, G Popov, P.Farshight, On Singularities of contact srteses under bending of plates with thin inclusion. (Russian) Prikl. Mat. Mekh. No.2, 50 (1986), 393-302.
8. B. Nuller, The deformation of an elastic wedge- shaped plate supported by a rod of variable stiffness and a method of solving mixed problems.(Russian) Prikl. Mat. Mekh. No. 2, 40 (1976), 306-316.
9. R. Bantsuri, A contact problem for a wedge with elastic bracing. (Russian) Dokl. Akad. Nauk SSSR, 211 (1973), 797-800.
10. R. Bantsuri, The contact problem for an anisotropic wedge with an elastic fastening. (Russian) Dokl. Akad. Nauk.SSSR. No.3, 222 (1975), 568-571.
11. * N. Shavlakadze,On some contact problems for Bodies with elastic inclusion. Georgian Math. J., 5(1998), No. 3, 285-300.
12. * N. Shavlakadze,A contact problem of the Interaction of semi-finite inclusion with a plate. Georgian Math. J. 6 (1999), No. 5, 489-500.
13. N. Shavlakadze, On singularities of contact stress upon tension and bending of plates with elastic inclusion. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 120(1999), 135-147.
14. N. Shavlakadze, Nonclassical biharmonic boundary value problems describing the band of finite and infinite plates with inclusions. Mem. Differential Equations Math. Phys. 22(2001), 91-140.
15. * N. Shavlakadze, The contact problem of bending of plate with thin fastener (Russian). Izv. Ross. Akad. Nauk, Mekh. Tv. Tela. 2001, No.3, 144-155. Enl. Transl.: Mechanic of Solids. 2001, vol. 36, part 3, 122-127.
16. * N. Shavlakadze, The contact problem for anisotropic wedge with elastic fastener of variable rigidity (with R. Bantsuri). (Russian) Prikl. Mat. i Mekh., 66 (2002), No. 4, 663-669. Eng. transl.: J. Appl. Math. Mech. 66 (2002), No. 4, 645-650.
17. * N. Shavlakadze, Bending of elastic anisotropic plate with circle hole, reinforced with inclusions on a finite sites (Russian). Prikl. Mekh. 38 (2002), No.3, 114-121. Eng. transl.: Int. Appl. Mech. 38(2002), No.3, 356-364.
18. * N. Shavlakadze, Bending of elastic anisotropic plate with elastic inclusion (Russian). Izv. Ross. Akad. Nauk. Mekh.Tv. Tela, 2003, No.6, 102-108. Eng. Transl.: Mechanic of solids. 2003, part. 6, p. 83-87.
19. * N. Shavlakadze, The bending problem of beam lying on the elastic basis (with R. Bantsuri). (Russian). Prikl. Mat. i. Mech. 69(2005), No.2. 296-302. Eng. Transl.: J. Appl. Math. Mech. 69(2005), No.2. 268-274.
20. N. Shavlakadze, The contact problem for piecewise-homogeneous plate, strengthened by semi-infinite inclusion crossing the boundary by right angle. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 143(2007), 151-153.
21. * N. Shavlakadze, The contact problems of the Mathematical Theory of Elasticity for plates with an elastic inclusion. Acta Appl. Math. 99(2007), 29-51.
22. N. Shavlakadze, The contact problems of the Mathematical Theory of Elasticity for plates with an elastic inclusion. "IUTAM Symposium on relations of Shell, Plate, Beam and 3D models". Springer Science +Business Media B. V. 2008. pp. 197-204.
23. * N. Shavlakadze, The contact problem for piecewise homogeneous elastic plate with semi-infinite inclusion (with R. Bantsuri). (Russian) Prikl. Mat. i Mech. 73(2009), No. 4. 655-662. Eng. Transl.: J. Appl. Math. Mech. 73(2009), No. 4. 471-477.
24. N. Shavlakadze, The dynamic contact problem for half-plate with an elastic cover plate. Proc. A. Razmadze Math. Inst.151(2009), 109-116.
25. N. Shavlakadze, The mixed problem for a piecewise homogeneous orthotropic plane with a cut, intersecting perpendicularly the line of interface (with R. Bantsuri). Proc. A Razmadze Math. Inst., 154(2010), 53-64.
26. * N. Shavlakadze, The contact problem for piecewise homogeneous orthotropic plane with finite inclusion (with R. Bantsuri). (Russian) Prikl. Mat. I mech. 75(2011), No. 1. 133-138. Eng. Transl.: J. Appl. Math. Mech. 75(2011),No. 1. 93-97.

27. * N. Shavlakadze, The solution of system of integral differential equations and its application in the theory of elasticity. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. ZAMM. Z. Angew. Math. Mech.. 91 (2011), No. 12, 979-992.
28. * N. Shavlakadze, The boundary-contact problems electroelasticity for piezo-electric plate with inclusion and half space with cut (with R. Bantsuri). (Russian) Prikl. Mat. I mech. 77(2013), No. 6, 862-871. Eng. Transl.: J. Appl. Math. Mech. (in print)
29. L. Gogolauri, The problem of finding optimal holes in an elastic square. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 150(2009), 85-90.
30. L. Gogolauri, The problem of finding equistiong holes in an elastic square. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 158**(**2012), 25-31.
31. * G. Kapanadze, A problem of a plate for a dobly-connected domain bounded by polygons. J. Appl. Math Mech..66 (2002), No.4, 601-604.
32. * G. Kapanadze, A problem of a plate for a finite dobly-connected domain with partially unknown boundary. Inter. Appl. Mech. 39(2003), No. 5, 121-126.
33. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М. Наука, 1974.
34. Баничук Н. В. Оптимизация форм упругих тел. М Наука, 1980.
35. Даревский В. М. Устойчивость оболочек, близких по форме к цилиндрическим. Проблема расчета простран. Констр. М. МИСИ, 1980.
36. Товстик П. Е. Устойчивость тонких оболочек. Асимптотические методы. М. Наука. 1995.
37. * Кукуджанов С.Н. Об устойчивости оболочек вращения, близких к цилиндрическим, при одинаковом действии кручения и давления. Прикл. Мех. 1992,т. 28, №7, 56-62.
38. * Кукуджанов С.Н.О влиянии нормального давления на частоты собственных колебаний оболочек вращения, близких к цилиндрическим. Изв. РАН, МТТ, №6, 1996, 121-126.
39. S. Kukudzanov, Stability of orthotropic shells of revolution close to cylindrical ones, with elastic filler under torsion. Proc. A. Razmadze Math. Inst.122(2000), 93-104.
40. * Кукуджанов С. Н, О влянии граничных условий на собственные колебания предворительно напряженных оболочек вращения, близких к цилиндрическим. Изв. РАН, МТТ, №6, 2003, 126-136.
41. S. Kukudzanov, Dynamical stability of orthotropic shells of rotation, close by their shape to the cylindrical ones, under the action of meridional stresses. Proc. A. Razmadze Math. Inst.138(2005), 27-42.
42. * С.Кукуджанов, Колебания и динамичесая устойчивость оболотчек вращения, близких к цилиндрическим, находящихся под действием нормольного давления и меридиональных усилий. Изв. РАН, МТТ, №2, 2006, 48-59.
43. D.I.Takeuchi and D.F. Jankowski, A numerical and experimental investigation of the stability of spiral Poiseuille flow. J. Fluid Mech.102(1981),101
44. H.A.Snyder, Experiments on the stability of spiral flow at low axial Reynolds number.Proc.R.Soc.London,Ser. A 265(1962),198.
45. K. Min and R.M. Lueptow, Circular Couette flow with pressure-driven axia flow and a porous inner cylinder.Exp.Fluids,17(1994), 190.
46. S. Wronski, E. Mogla, L. Rudniak, Dynamic filtracion in biotechnology, Bioprocess Eng.4(1989), N5, 99-104.
47. K.H. Kroner, V. Nissinen, Dynamic filtracion of microbial suspensions using an axially rotating filter. J. Membrane Sci.36(1988),85.
48. C.C. Jonson, R.M.Lueptov, Hydrodynamic stability of flow between rotating porous cylinders with radial and axial flow. Phys. of Fluids, 9 (1997), N12, 3687-3696.
49. A.A. Kolushkin, R. Vaillancourt, Linear stability of Couette flow between rotating permeable cylinders. C.R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada, 18(1996), 263-268.
50. A.A. Kolushkin, R.Vaillancourt, Convective instability boundary of Couette flow between rotating porous cylinders with axial and radial flows. Phys.of Fluids, 9(4), 1997,10-918.
51. H. Kong and C.-K. Lee, Instability of Taylor vortex nonaxisymmetric modes in flow between rotating porous cylinders. ASME Trans. J. Fluids Eng. 120, (1998),745.
52. S. K. Bahl, Stability of viscous flow between two concentric rotating porous cylinders. Def. Sci. J. 20 (1970) , 89.
53. K. Min and R. H. Lueptov, Hydrodynamic, stability of viscous flow between rotating porous cylinders with radial flow. Phys. Fluids 6 (1994) , 144.
54. E. Serre, M. A. Spraque, and R. Lueptow,“Stability of Taylor-Couette flow in a finite-length cavity with radial throughflow. Phys. Fluids 20(2008),034106.

55. M.H. Chang, Hydrodynamic stability of Taylor-Dean flow between rotating porous cylinders with radial flow.Physics of Fluids,15 (2003), N5,1178.
56. P. Chossat and G. Iooss, The Couette-Taylor Problem, Springer Verlag, New York, 1994.
57. V. V. Kolesov, Calculation of auto-oscillations resulting from the loss of stability of a nonisotherm0al Couette flow, Fluid Dyn. 16 (1981), 344.
58. V. V. Kolesov and V. I. Yudovich, Calculation of oscillatory regimes in Couette flow in the neighborhood of the point of intersection of bifurcations initiating Taylor vortices and azimuthal waves," Fluid Dyn. 33 (1998), 532.
59. V. V. Kolesov and A. G. Khoperski, Simple regimes of fluid motion in the neighborhood of the intersection of bifurcations initiating nonisothermal Taylor vortices and azimuthal waves," Fluid Dyn. 37 (2002) , 257.
60. V. V. Kolesov and L. D. Shapakidze, On transitions near the intersection point of bifurcation6s in the flow between two rotating permeable cylinders, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 122(2000) ,79.
61. V. V. Kolesov and L. D. Shapakidze, On oscillatory modes in viscous incompressible liquid flows between two counter-rotating permeable cylinders, Proceedings of the 11th Symposium of the International Conference STAMM 98, University of Nice, Nice, France, 25–29 May 1998(CRC, Boca Raton, FL, 2000), Vol. 106, p. 221.
62. L. D. Shapakidze, On the numerical investigation of instability and transitionin flow between two porous rotating cylinders with a transverse pressure gradient, Proc. A. Razmadze Math. Inst. 148 (2008) , 69.
63. V. V. Kolesov, S. N. Ovchinnikova, N. V. Petrovskaya, and V. I. Yudovich, Onset of chaos through intersections of bifurcations in Couette-Taylor flow, Z. Angew. Math. Mech. 76(1996), 567.
64. Chossat, Y. Demay, and G. Iooss, "Interaction de modes azimtauxdans le probleme de Couette-Taylor," Arch. Ration. Mech. Anal. 99 (1987), 213.
65. V. V. Kolesov, M.N. Romanov, Calculation of stationary, periodic and quasi-periodic viscous fluid flows between two rotating permeable cylinders. Fluid Dinamics,45(2010),N6,880..
66. * V. V. Kolesov, L. D. Shapakidze, Instabilities and transition in flows between two porous concentric cylinders with radial flows and a radial temperature gradient, Physics of Fluids, 23(2011), 014107-1.
67. V. Kolesov and A. G. Khoperski, Nonisothermal Couette-Taylor's Problem Yuj. Fed. Yniv, Rostov, 2009.
68. * N. Shavlakadze. The boundary-contact problems electroelasticity for piezo-electric plate with inclusion and half space with cut (with R. Bantsuri). (Russian) Prikl. Mat. i Mech. 78(2014), No. 4. 583-594. Eng. Transl.: J. Appl. Math. Mech. 78(2014),No. 4. 93-97.
69. * N. Shavlakadze. Two methods for direct numerical integration of the Prandtl equation and comparative analysis between them. (with A. Sahakyan). Zhurnal Vych. Mat. i Mat. Fiziki. 54(2014), No. 8, 1281-1288. Eng. Transl.:Computational Mathematics and Mathematical physics. 54(2014), No. 8, 1244-1250.
70. ***** N. Shavlakadze. Solution of integro-differential equations related to contact problems of viscoelasticity. (with R. Bantsuri). Georgian Math. J., (2014), 21(4), 393-405.
71. * N. Shavlakadze. The effective solution of two–dimensional integro-differential equations and their applications in the theory of viscoelasticity. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. ZAMM. Z. Angew. Math. Mech.. 1-10 (2015)/DOI 10.1002/zamm.201400091.
72. N. Shavlakadze. Boundary-contact problem electroelasticity and associated integral-differential equations. Transactions of A. Razmadze Math. Inst . 170(2016), issue 1, 107-113.
73. N. Shavlakadze. An approximate solution of one class of singular integral differential equation. (with S. KharibegaSvili, O. Jokhadze). Transactions of A. Razmadze Math. Inst . 170(2016), issue 3, 420-426.
74. * N. Shavlakadze. The contact problem for a piecewise-homogeneous orthotropic plate with a finite inclusion of variable cross-section. (with N. Odishelidze, F. Criado-Aldeanueva). Mathematics and Mechanics of Solids, vol. 22(6), (2017), 1326-1333.
75. ***** N. Shavlakadze. The contact problem of electroelasticity for piecewise-homogeneous piezoelectric plate with elastic inclusion. (Russian) Prikl. Mat. i Mech. 81, No. 3, (2017), 337-347. Eng. Transl.: J. Appl. Math. Mech. 81, No. 3, (2017), 337-347.
76. * N. Shavlakadze. The boundary value problem for piezo-elastic half space with thin elastic inclusion (with N. Odishelidze, F. Criado-Aldeanueva). Mathematics and Mechanics of Solids. Vol. 23(6), (2018),896-906.
77. * N. Shavlakadze. The boundary value contact problem of electroelasticity for piecewise-homogeneous piezo-elastic plate with elastic inclusion and cut. (with N. Odishelidze, F. Criado-Aldeanueva). Mathematics and Mechanics of Solids.,2018, DOI. 10.1177/108128651762620.

78. * N. Shavlakadze. Approximate and exact solution of a singular integro-differential equation related to contact problem of elasticity theory. (with O. Jokhadze, S. Kharibegashvili). Prikl. Mat. i Mech. 82, No. 1, (2018), 114-124. Eng. Transl.: J. Appl. Math. Mech. 82, No. 1, (2018), 114-124.
79. * N. Shavlakadze. Contact interaction of the plate with a nonlinear elastic stringer. (with O. Jokhadze, S. Kharibegashvili). Prikl. Mekh. Eng. Transl.: Mechanic of solids. 2018. Accepted for publication.
80. * N. Shavlakadze. On the solvability of a mixed problem with a nonlinear boundary condition for a one-dimensional semilinear wave equation. (with O. Jokhadze, S. Kharibegashvili). Journal of Contemporary Mathematical Analysis. 2018 . Accepted for publication.
81. G. Kapanadze. The problem of finding an equally strong contour for a rectangular plate weakened by a rectilinear. *Appl. Math. Inform. Mech.* 22 (2017), no. 1, 71–80.
82. G. Kapanadze. About one problem of the plane theory of elasticity with a partially unknown boundary. *Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math. Rep.* 43 (2017), 52–58.
83. G. Kapanadze. The problem of finding an equally strong contour for a rectangular plate weakened by a rectilinear cut, whose ends are cut out by convex smooth arcs. *Proc. I. Vekua Inst. Appl. Math.* 67 (2017).
84. G. Kapanadze, B. Gulua. Some boundary value problems for plane theory of elasticity for doubly-connected domain bounded by polygons. *Appl. Math. Inform. Mech.* 21 (2016), no. 2, 38–45.
85. G. Kapanadze, B. Gulua. About one problem of plane elasticity for a polygonal domain with a curvilinear hole. *Appl. Math. Inform. Mech.* 21 (2016), no. 2, 121–129.
86. G. Kapanadze, B. Gulua. One problem of the bending of a plate for a curvilinear quadrangular domain with a rectilinear cut. *Semin. I. Vekua Inst. Appl. Math. Rep.* 42 (2016), 27–33.
87. G. Kapanadze, L. Gogolauri. On one problem of the plane theory of elasticity for a circular domain with a rectangular hole. *Trans. A. Razmadze Math. Inst.* 170 (2016), no. 1, 62–68.
88. Kapanadze, G.; Gulua, B. A problem of plane elasticity for a rectangular domain with a curvilinear quadrangular hole. *Appl. Math. Inform. Mech.* 20 (2015), no. 2, 24–33.
89. G. Kapanadze, L. Gogolauri. On one problem of the plane theory of elasticity for a finite polygonal domain with a circular hole. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* 166 (2014), 61–67.
90. G. Kapanadze, R. Bantsuri. The plane problem of the theory of elasticity for a polygonal domain with a rectilinear cut. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* 164 (2014), 13–17.
91. S. Kukujanov. On the orthotropy effect on thermostability of shells of revolution with an elastic filler close by their form to cylindrical ones. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* **164** (2014), 83-92.
92. S. Kukujanov. Oscillations and stability of shells of revolution, close by their form to cylindrical ones, with elastic filler, under the action of normal pressure and temperature. Proc. A. Razmadze Math. Inst. Vol. 167 (2015), 63-72.
93. S. Kukujanov . Some problems of oscillation and stability of prestressed shells of rotation close to cylindrical ones, with on elastic filler and under the action of temperature. Transactions of A. Razmadze Mathematical institute. 170 (2016) Issue 3, 410-419.
94. S. Kukujanov.The stability of orthotropic shells of revolution, close to cylindrical ones, with an elastic filler, under the action of torsion, normal pressure and temperature. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute. 172 (2018), Issue 1, 64-72.
95. Eustice, J. (1910) Flow of Water in Curved Pipes, Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, 84, 107–118. 10.1098/rspa.1910.0061
96. Eustice, J. (1911) Experiments of Streamline Motion in Curved Pipe, Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, 85, 119–131. 10.1098/rspa.1911.0026
97. Dean, W.R. (1928) The Stream-Line Motion of Fluid in a Curved Pipe, Philos. Mag., 30, 673–693. http://www.tandfonline.com/doi/abs/10. 1080/14786440408564513
98. Reid, W.H. (1958) On the Stability of Viscous Flow in a Curved Channel, Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, 244, 186–198. 10.1098/rspa.1958.0035
99. H¨ammerlin, G. (1957) Die Stabilit¨at der Strmung in einem gekr¨ummten Kanal, Arch. Rational Mech. Anal., 1, 212–224. https://doi.org/10. 1007/BF00298005(inGermany)
100. Brewster, D.B. and Grosberg P. and Nissan, A.H. (1959) The Stability of Viscous Flow Between Horizontal Concentric Cylinders, Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, Math. Phys. Eng. Sci., 251, 76–91. 10.1098/rspa. 1959.0091
101. Chandrasekhar S. (1961) Hydrodynamic and Hydromagnetic stability, Clarendon Press, Oxford, 652 pp.
102. Gibson, R.D. and Cook, A.E. (1974) The Stability of Curved Channel Flow, Q. J. Mech. Appl. Math., 27, 140–160. https://doi.org/10.1093/ qjmam/27.2.149

103. Ligrani, P.M. and Niver, R.D. (1988) Flow Visualization of Dean Vortices in a Curved Channel with 40 to 1 Aspect Ratio, Phys. Fluids, 31, no. 12, 3605–3617. http://dx.doi.org/10.1063/1.866877
104. Gelfgat, A.Yu. and Yarin, A.L. and Bar-Yoseph, P.Z. (2001) ThreeDimensional Instability of a Two-Layer Dean Flow, Phys. Fluids, 13, no. 11, 3185–3195. http://dx.doi.org/10.1063/1.1409967 11
105. Le Cunff, C. and Bottaro, A. (1993) Linear Stability of Shear Profiles and Relation to the Secondary Instability of the Dean Flow, Phys. Fluids, A, 5, no. 9, 2161–2171. http://dx.doi.org/10.1063/1.858555
106. Mees, P.A.J. and Nandakumar, K. and Masliyah, J.H. (1996) Secondary Instability of Flow in a Curved Duct of Square CrossSection, J. Fluid Mech., 323, 387–409. https://doi.org/10.1017/ S0022112096000973
107. Matsson, O.J.E. and Alfredsson, P.H. (1990) Curvature and RotationInduced Instabilities in Channel Flow, J. Fluid Mech., 210, 537–563. https://doi.org/10.1017/S0022112090001392
108. Moore, J.E. Jr. and Xu, C. and Glagov, S. and Zarins, C.K. and Ku, D.N. (1994) Fluid Wall Shear Stress Measurements in a Model of the Human Abdominal Aorta: Oscillatory Behavior and Relationship to Atherosclerosis, Atherosclerosis, 110, no. 2, 225-240. https://doi.org/ 10.1016/0021-9150(94)90207-0
109. Shahcheraghi, N. and Dwyer H.A. and Cheer A.Y. and Barakat A.I. and Rutaganira T. (2002) Unsteady and Three-Dimensional Simulation of Blood Flow in the Human Aortic Arch, J. Biomech. Eng., 124, no. 4, 378–387. 10.1115/1.1487357
110. Mohammad, M.H. and Mohammad M.A. and Mohammad F. and Osman A.B. (2013) Numerical Simulation of Dean Number and Curvature Effects on Magneto-Biofluid Flow Through a Curved Conduit, J. Engineer. Medicine, 227, no. 11, 1155–1170. https://doi.org/10.1177/ 0954411913493844
111. Issacci, F. and Ghoniem, N.M. and Catton I. (1988) Magnetohydrodynamic Flow in a Curved Pipe, Phys. Fluids, 31, no. 1, 65–71. http://dx.doi.org/10.1063/1.866578
112. Deka, R.K. and Takhar, H.S. (2004) Hydrodynamic Stability of Viscous Flow Between Curved Porous Channel With Radial Flow, Int. J. Eng. Sci., 42, no. 10, 953-966. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2003. 11.005
113. Ali, M.A. and Takhar, H.S. and Soundalgekar, V.M. (1998) Effect of Radial Temperature Gradient on the Stability of Flow in a Curved Channel, Proc. R. Soc. Lond., Ser. A, Math. Phys. Eng. Sci., 454, 2279–2287. 10.1098/rspa.1998.0259
114. Deka, R.K. and Paul, A. (2013) Stability of Dean Flow Between Two Porous Concentric Cylinders with Radial Flow and a Constant Heat Flux at the Inner Cylinder, J. Fluids Eng., 135, no. 4, 041203. 10. 1115/1.4023661
115. Deka, R.K. and Gupta, A.S. and Das, S.K. (2007) Stability of Viscous Flow Driven by an Azimuthal Pressure Gradient Between Two Porous Concentric Cylinders with Radial Flow and a Radial Temperature Gradient, Acta Mech., 189, no. 1-4, 73–86. https://doi.org/10. 1007/s00707-006-0399-3 12 Luiza Shapakidze
116. Finlay, W.H. and Keller, J.B. and Ferziger, J.H. (1988) Instability and Transition in Curved Channel Flow, J. Fluid Mech., 194, 417–456. https://doi.org/10.1017/S0022112088003052
117. Aider, A.A. and Kadem, L. (2011) Transition to Turbulence of the Dean and Taylor–Couette Flows: Similarities, Multiphysics, Barselona. http://www.ummto.dz/IMG/pdf/Multiphysics$ {-}$Barcelona$ {-}$2011.pdf
118. Matsson, O.J.E. and Alfredsson, P.H. (1993) Secondary Instability and Breakdown to Turbulence in Curved Channel Flow, Applied Scientific, Research, 51, no. 1-2, 9–14. https://doi.org/10.1007/BF01082506
119. Bland, S.B. and Finlay, W.H. (1991) Transitions Towards Turbulence in a Curved Channel, Phys. Fluids, A, 3, no. 1, 106–114. http://dx.doi. org/10.1063/1.857870
120. * L. Shapakidze.On the nonlinear dynamical system of amplitude equations corresponding to intersections of bifurcations in the flow between permeable cylinders with radial and axial flow. *J. Math. Sci. (N.Y.), Springer,* **218** (2016), no. 6, 820-828; doi:10.1007/s10958-016-3070-0
121.* L. Shapakidze. On the transitions in a heat-conducting flow between horizontal porous cylinders with radial flow and a radial temperature gradient. *Journal of Applied Mathematics and Physics* **5** (2017), no. 9; DOI: 10.4236/jamp.2017.59146

საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

ა) Louisiana State University, department of Mathematics

ბ) Florida Atlantic University, College of Engineering and Computer Science

გ) სომხეთის მეცნიერებათა აკადემიის მექანიკის ინსტიტუტი

დ) რუსეთის მეცნიერებათა აკადემიის მექანიკის პრობლემათა ინსტიტუტი
ე) უკრაინის ქ. ოდესის ი. მეჩნიკოვის სახ. ნაციონალური უნივერსიტეტი, დიფერენცია-ლური და ინტეგრალური განტოლებების კათედრა
ვ) ესპანეთის ქ. მალაგას უნივერსიტეტი

<u>თემა 8:</u> თანამედროვე კვანტური ველის თეორიის მეთოდების განვითარება და გამოყენება ელემენტარული ნაწილაკების, დაბალგანზომილებიანი ფიზიკური სისტემების და გრავიტაციის თანამედროვე ამოცანებში

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის თეორიული ფიზიკის განყოფილება

მკვლევართა ჯგუფი: მ. ელიაშვილი (ჯგუფის ხელმძღვანელი), ვ. გარსევანიშვილი, ა. კვინიხიძე, გ. ლავრელაშვილი, ზ. მაღრაძე, ა. შურღაია, გ. ციციშვილი, ა. ხვედელიძე, გ. ჯორჯაძე, ვ. გოგოხია.
დამხმარე პერსონალი: (2 ახალგაზრდა მკვლევარი)

პროექტის მოკლე შინაარსი
პროექტის ძირითადი მიზანია თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენება და განვითარება თეორიული ფიზიკის ამოცანებში. მიმართულება შედგება ხუთი ძირითადი ამოცანისაგან:
ამოცანა 1. დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში. უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება
კოორდინატორები: ა.კვინიხიძე, ზ.მაღრაძე
ამოცანა 2. ველის კვანტური თეორიის ძირითადი მდგომარეობის ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისთვის და სიმკვრივისთვის
კოორდინატორები: ვ.გოგოხია, ა.შურღაია
ამოცანა 3. დაბალგანზომილებიანი ფიზიკური სისტემების თეორიული კვლევა თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენებით
კოორდინატორები: მ.ელიაშვილი, გ. ციციშვილი. ა.ხვედელიძე
ამოცანა 4. გრავიტაციის და კოსმოლოგიის ასპექტები
კოორდინატორი: გ.ლავრელაშვილი
ამოცანა 5. სიმისა და ველის კვანტური თეორიების დუალობა და ინტეგრებადი მოდელები
კოორდინატორი: გ.ჯორჯაძე

მიმართულების მონაწილეებს აქვთ სამეცნიერო თანამშრომლობის ხანგრძლივი გამოცდილება. მიღებული შედეგების მნიშვნელოვანი ნაწილი მიღებულია სხვადასხვა საერთაშორისო სამეცნიერო პროექტებში მონაწილეობისას, უცხოეთის წამყვან ცენტრებში მოკლე და გრძელ ვადიან მივლინებებში ყოფნისას და ძირითადად გამოქვეყნებულია რეფერირებულ ჟურნალებში. მკვლევართა ჯგუფის ნამუშავრები 5000 ზე მეტჯერ არის ციტირებული სამეცნიერო ლიტერატურაში. მიმართულების მონაწილეთა კომპეტენცია და გამოცდილება იძლევა პროექტში დასმული ამოცანების წარმატებით გადაწყვეტის მყარ გარანტიას.

პროექტის აღწერილობა
ამოცანა 1. *დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში.* დენები ბირთვული ძალების თანამედროვე თეორიაში. *უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება.*

კოორდინატორები: ა.კვინიხიძე, ბ.მაღრაძე

1.1 დენები ბირთვული ძალების თანამედროვე თეორიაში

ე.წ. ეფექტური ველის თეორიები წარმოადგენენ თანამედროვე ბირთვული ფიზიკის სტანდარტულ იარაღს. ეფექტური ველის თეორიის საკვანძო ელემენტს წარმოადგენს „power counting" (ხარისხების თვლის წესი) რომელიც განსაზღვრავს თეორიაში მიღებული წევრთა მნიშვნელობას იმის მიხედვით თუ რა წვნილი შეაქვთ მათ ლაგრანჯიანში და დაკვირვებადი სიდიდეების ამღწერ გამოსახულებებში. ე.წ. რენორმალიზაციის ჯგუფი (RG) არის ამ იერარქიის დადგენის ზოგადი მიდგომა. RG-ის განტოლებები იქნა გამოყვანილი და ამოხსნილი ურთიერთქმედების პოტენციალებისთვის 2000 წლამდე, მაგრამ დღემდე ეს ამოცანა დენებთან მიმართებაში პრობლემას წარმოადგენს. ჩვენ ვგეგმავთ გამოვიყვანოთ და ამოვხსნათ RG-ის განტოლებები დენებისთვის, რაშიც არსებითად დაგვეხმარება ჩვენს მიერ გამოყვანილი და განვითარებული ყალიბურად ინვარიანტული დენების აგების მეთოდი ლიტერატურაში ცნობილი სახელით „gauging equations method".

1.2 უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება.

ნაწილაკთა შორის ძლიერი ურთიერთქმედების აღწერის აქტუალობა და მასთან დაკავშირებული სიძნელეები საყოველთაოდ ცნობილია, ამიტომ ეფექტური მეთოდების განვითარებას დიდი მნიშვნელობა აქვს. ჩვენს მიერ გამოყვანილი განტოლებები [K1,K2] და განტოლებების გაყალიბების მეთოდი [K3-K7] ინტენსიურად გამოიყენება ნაწილაქთა შორის ძლიერი ურთიერთქმედების აღსაწერად. ამ მიდგომას ewodeba უწყვეტი ველის კვანტური თეორია (Continuum QFT). ამოცანის ფარგლებში ვაპირებთ ამ მიმართულებით კვლევების გაგრძელებას. ამ მიდგომას იყენებენ მსოფლიოს მრავალ მეცნიერულ ცენტრებში, სადაც წინასწარმეტყველებენ კვანტური ქრომოდინამიკიდან გამომდინარე ნაწილაკთა თვისებებს. ვაპირებთ არსებული მეთოდების განვითარებას, რათა შესაძლებელი იქნას კვლევებში მეტი მნიშვნელოვანი ეფექტების გათვალისწინება. მაგალითად, ეგზოტიკური სისტემის შესასწავლად იყო გამოყენებული ჩვენი განტოლება [K8], სადაც კვარკ-ანტიკვარკის ანიგილაციის ეფექტი არ არის გათვალისწინებული; ეს ხარვეზი გამოვასწორეთ ნაშრომში [K9].

1.3 *დისპერსიული მიდგომა კვანტურ ქრომოდინამიკაში*

ადრონული ფიზიკა დაბალ ენერგიებზე ინტენსიური კვლევის საგანია სტანდარტულ მოდელში. ეს ამოცანა მოითხოვს ძლიერი ურთიერთმოქმედების თანამედროვე ყალიბური თეორიის კვანტური ქრომოდინამიკის სტრუქტურის დადგენას დიდ მანძილებზე. განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა საშუალედო და დაბალი ენერგიების იმ ინტერვალს რომელშიც შეშფოთების თეორია ყალიბური ბმის მუდმივით ჯერ კიდევ გამოყენებადია თუმცა მცირე ხარისხოვნად დაცემადი არაპერტურბაციული შესწორებები რომლებიც ასახავენ თეორიის არატრივიალურ ვაკუუმს უნდა იქნას ასევე გათვალისწინებული ვილსონის ოპერატორული გაშლის მიხედვით.

ჩვენი გამოკვლევები [M1–M11] მიეძღვნა დისპერსიული მეთოდის განვითარებას პერტურბაციულ კვანტურ ქრომოდინამიკაში. ჩვენ ვიპოვეთ [M11] კვანტური ქრომოდინამიკის მორბენალი ბმის ფუნქციისათვის რენორმალიზაციური ჯგუფის განტოლების ახალი ზუსტი ამონახსნი მე–2 რიგში და მწკრივითი ამონახსნები მაღალ რიგებში [M7- M6]. ეს ამონახსნები გამოისახება ლამბერტის-W ფუნქციით და ამიტომ მათი გამოყენებით შესაძლებელი გახდა მაღალი რიგის ეფექტური მუხტის ანალიზური სტრუქტურის დადგენა ენერგიის კვადრატის კომპლექსურ სიბრტყეზე. ბმის ფუნქციის ანალიზური სტრუქტურის დადგენის შემდეგ აგებული იქნა დისპერსიული გაშლის ფუნქციები რომლებიც ცვლიან ბმის ფუნქციის ხარისხებს.

ამოცანის ფარგლებში კონკრეტულად დაგეგმილია შემდეგი სამუშაოების შესრულება:

ა) ტაუ–ლეპტონის ადრონული ინკლუზიური დაშლების ანალიზი დისპერსიული მიდგომის ახალ ვარიანტებით. აღწერილი იქნება ცალ–ცალკე ვექტორული (V) და აქსიალურ–ვექტორული (A), V+A არხებში „არაუცნაური" დაშლები. გამოყენებული იქნება სასრული ენერგიების ჯამთა წესები სხვასხვა წონითი ფუნციებით და ასევე SVZ (ITEP) ჯამთა წესები.

ბ) ტაუ-ლეპტონის ადრონული დაშლების შესწავლა ამ პროცესის შინაგან სქემაში.

გ) ტაუ-ლეპტონის ადრონული დაშლების შესწავლა უფრო დახვეწილ დისპერსიულ არაპერტურბაციულ მოდელის გამოყენებით $\sim_{2}(Q^{2})$ ფუნქციისათვის. მოდელი შედგენილი იქნება 2 კომპონენტისგან: პირველი წევრი წარმოდგენილი იქნება სტანდარტული პერტურბაციული შედეგით რომელიც კვანტურ ქრომოდინამიკაში ცნობილია 4-მარყუჟიან მიახლოებაში, მე-2 არაპერტურბაციული შესწორება კვეცავს ლანდაუს სინგულარობას პერტურბაციულ კომპონენტში და ამავე დროს ულტრაიისფერ ზღვარში სწრაფად ეცემა.
დ) კვარკ–ანტიკვარკის სტატიკური პოტენციალის შესაბამისი ეფექტური მუხტის მოდელირება დისპერსიული მიდგომის გამოყენებით.
ე) ტაუ-ლეპტონის ადრონული დაშლების შესწავლა ადრონული სპექტრალური ფუნქციის მოდელირებით.
ვ) კვანტური ქრომოდინამიკის დაისონ–შვინგერის განტოლებების ანალიზი კვარკის და გლუონის პროპაგატორებისათვის დისპერსიული მეთოდით. მიღებული არაპერტურბაციული პროპაგატორების გამოყენება ტაუ–ლეპტონის დაშლასთან დაკავშირებული დენების კორელატორის გამოსათვლელად.
ზ) მძიმე კვარკონიუმის ბმის ენერგიების გამოთვლა დისპერსიული მიდგომით. ექსპერიმენტთან შედარების შემდეგ განსაზღვრული იქნება მძიმე კვარკების მასები.

ამოცანა 2. ველის კვანტური თეორიის ძირითადი მდგომარეობის ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისთვის და სიმკვრივისთვის

კოორდინატორები: ვ.გოგოხია,ა.შურღაია

მატერიის ძირითადი და აგზნებული მდგომარეობების ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურის შესწავლა ველის კლასიკური და კვანტური თეორიების ფარგლებში აქტუალური კვლევის საგანს შეადგენს. კვლევის ობიექტებს შეადგენს დაკვანტული ველების თეორიის ძირითადი მდგომარეობა, მისი სტრუქტურა, მისი მდგრადობის და/ან არამდგრადობის საკითხი, აგრეთვე სიმეტრიის თვისებები. რამოდენიმე ათეული წელია, რაც ჩამოყალიბდა იანგ-მილსის არააბელური ველების განმსაზღვრელი როლი მატერიის სტრუქტურის, მათი ურთიერთქმედების და თვისებების აღწერისას. იანგ–მილსის ველების ძირითადი და აგზნებული მდგომარეობების ყოფაქცევა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისა და სიმკვრივისთვის, მისი ტოპოლოგიური სტრუქტურა აქტუალობას არ კარგავს დღესაც და ინტენსიური კვლევის საგანს შეადგენს.

ჩვენს მიერ შესრულებულ კვლევებში შემუშავებულია დაკვანტვის ზოგადი მეთოდი ძლიერად ურთიერთქმედი ნებისმიერი სიმეტრიის მქონე ველებისთვის. ეს მეთოდი გამოყენებულ იქნა SU(2), SU(3) სიმეტრიულ თეორიებში ენერგეტიკული სპექტრის შესასწავლად.

მომავალი კვლევების ძირითად მიზანს შეადგენს: ა) წმინდა ყალიბური ველებითვის შემუშვებული თორიის შემდგომი გაღრმავება თეორიაში კვარკების ჩართვით. ეს კვლევა დაწყებულია და მოითხოვს გაგრძელებას. ბ) კვანტური ქრომოდინამიკის ძირითადი მდგომარეობის შესწავლა (ჩვენს მიერ შემუშვებული და განზოგადოებული მეთოდის გამოყენებით) სასრული ტემპერატურისა და სიმკვრივისთვის; გ) რელატივისტური მძიმე იონების დაჯახებისას (RHIC) დამზერილი ძირითადი დონის აგზნებული მდგომარეობის (როგორიც არის კვარკ–გლუონური პლაზმა) შესწავლა და მიღებული შედეგების შედარება მიმდინარე ექსპერიმენტების მონაცემებთან; დ) ნულოვან და სასრულ ტემპერატურებზე კლასიკურ და კვანტურ ფაზებს შორის გადასვლების გამოკვლევა და დიდ ადრონულ კოლაიდერებზე (LHC) მიღებულ შედეგებთან შედარება. ე) კვანტური ქრომოდინამიკაში გრინის ფუნქციის განტოლებების შესწავლას, გრინის ფუნქციის პოლუსების ძიებას და მის კავშირს „მასურ ღრეჭოსთან“.

ამოცანა 3. დაბალგანზომილებიანი კვანტური სისტემების კვლევა

წარმოდგენილი პროექტი ითვალისწინებს დაბალგანზომილებიანი კვანტური სისტემების კვლევას კვანტური ველების თეორიისა და თანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის მეთოდების გამოყენებით.

პირობითად პროექტი იყოფა ორ დამოუკიდებელ თემად:

1) დაბალგანზომილებიანი კვანტური ველების თეორია და ახალი ტიპის (ტოპოლოგიური) კვანტური მატერია

2) კვაზი-ალბათობის განაწილების შესწავლა სასრული განზომილებიანი კვანტური სისტემებისტვის

1) დაბალგანზომილებიანი კვანტური ველების თეორია და ახალი ტიპის (ტოპოლოგიური) კვანტური მატერია

დაბალგანზომილებიანი სისტემების თვისებათა სირთულისა და მრავალფეროვნებიდან გამომდინარე მათი თეორიული კვლევისას აუცილებელია კომპლექსური მიდგომა და რამდენიმე ურთიერთ შემავსებელი მეთოდის გამოყენება. ამ მეთოდებს მიეკუთვნება თანამედროვე თეორიულ და მათემატიკურ ფიზიკაში აპრობირებული მიდგომები: კვანტური ჯგუფებისა და მათი წარმოდგენების თეორია; კლასიკური და q-დეფორმირებული პოლინომების თეორია; დაბალგანზომილებიანი კვანტური ველების თეორია წინამორბედ წლებში პროექტის ავტორები ახორციელებდნენ კვლევებს, რომლების ქმნიან კარგ საწყის პირობებს აღნიშნული ამოცანების სფეროში (იხ. $[E1]-[E30]$). ეს კვლევები შეიძლება პირობითად რამოდენიმე ჯგუფად დაიყოს:

1. ერთ და ორშრიანი ჰოლის კვანტური ეფექტები
2. დაბალგანზომილებიანი მესერების ჰამილტონიანების დიაგონალიზაცია კვანტური ჯგუფების ტექნიკისა და ჩებიშვის პოლინომების გამოყენებით
3. კიდურა მდგომარეობების და სპინური დენების ამოცანები
4. ტოპოლოგიური ინვარიანტების კვლევა განზოგადებულ ერთ-განზომილებიან სუ-შრიფერ-ჰაგერის ტიპის მოდელში.

მიღებული შედეგებიდან შეიძლება გამოვთ შემდეგი

1. შესწავლილია ძლიერი-ბმის მოდელი ნაწილაკისათვის ფიჭური ტიპის მესერზე ერთგვაროვანი მაგნიტური ველის არსებობის პირობებში. ერთნაწილაკოვანი ჰამილტონიანი გამოსახულია $U_q(sl_2)$ კვანტური ჯგუფის გენერეტორების დახმარებით. $U_q(sl_2)$ კვანტური ჯგუფის ფუნქციონალური წარმოდგენის გამოყენებით ჰარპერის განტოლება ჩაწერილია ფუნქციონალური განტოლებების სისტემის სახით. დადგენილია, რომ სისტემას გააჩნია გარკვეული სიმეტრია, რომლის დახმარებითაც შესაძლებელია საკუთარი მნიშვნელობებია და ფუნქციების დადგენა.

2. გ ანვითარებულია ანალიზური გამოთვლების ტექნიკა ორ-განზომილებიანი ზოლოვანი მესერებისათვი. გამოკვლეულია ძლიერი ბმის მოდელები გადახტომების ანიზოტროპიის პირობებში. გარკვეულ შემთხვევებში განხორციელებულია ჰამილტონიანის ზუსტი დიაგოანლიზება. შეწავლილია ზედაპირული და მოცულიბითი თვისებების შესაბამისობის თვისებები.

<u>3.</u> ჩვენს მიერ განხილული იყო ორგანზომილებიანი ელექტრონის ამოცანა ზოლოვანი გეომეტრიისა და მაგნიტური ველის პირობებში. ძირითად ინტერესს წარმოადგენდა ენერგეტიკული სპექტრის თვისებების დამოკიდებულება (დირიხლეს, ნეიმანის, რობენის) სასაზღვრო პირობებზე. ანალიზური და რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით ამოცანა წარმატებით იქნა ამოხსნილი. შესაბამისი ენერგეტიკული სპექტრები ცხადი სახით იქნა მიღებული და დადგინდა, რომ დირიხლესა და ნეიმანის სასაზღვრო პირობები იძლევიან თვისობრივად განხვავებულ ენერგეტიკულ სპექტრებს, რაც თავის მხრივ თვისობრივად განსხვავებულ ფიზიკურ სურათს იძლევა. კერძოდ, პირველ შემთხვევაში ზოლის კიდეზე წარმოიქმნება ელექტრული დენები, ხოლო მეორე შემთხვევაში კიდეზე ყალიბდება ორი ურთიერთსაპირისპირო დენი რომლებიც ერთმანეთს აქრობენ და შედეგად სისტემის კიდეზე წარმოიქმნებიან უდენო მდგომარეობები. მიღებულმა შედეგმა ბიძგი მისცა შემდგომი ამოცანის დასმას. კერძოდ, კიდეზე ელექტრული დენის ზუსტი განულება წარმოადგენდა ხელსაყრელ

ნიადაგს წმინდა სპინური ეფექტების შესასწავლად, რამაც შეიძლება განაპირობა შემდგომი ამოცანის ჩამოყალიბება. აქ იგულისხმება სპინური თავისუფლების ხარისხებისა და სპინ-ორბიტული ურთიერთქმედების დამატება.

4. განხორციელებულია ჩებიშევის პოლინომების მეთოდის გამოყენება 1D მესერის შემთხვევაში დამატებითი თავისუფლების ხარისხებით (მაგ. სპინური ხარისხები). ასეთი სისტემის მაგალითად არჩეულ იქნა ტოპოლოგიური იზოლატორების ე.წ. Su-Schrieffer-Heeger (SSH) მოდელი, რომელიც თავის ორიგინალურ ვერსიაში შეიცავს კვანძთაშორისი გადასვლების ორ პარამეტრს. მოხდა ამ მოდელის განზოგადება თავისუფლების დამატებითი ხარისხების შეტანით (დამატებითი ხარისხები შეიძლება წარმოადგენდნენ მაგალითად სპინურ ცვლადებს). ასე რომ, ამოცანა დაყვანილ იქნა SSH მოდელის 4-პარამეტრიან ვერსიაზე, რაც ადრე არ ყოფილა შესწავლილი. ინტერესის კიდევ ერთ საგანს წარმოადგენდა ასეთ (4-ზონიან) სისტემაში კიდურა მდგომარეობების შესწავლა და ამ მდგომარეობების დახასიათება ტოპოლოგიური კონსტრუქციებით., რაც ტოპოლოგიური იზოლატორების ერთ-ერთ საინტერესო მხარეს წარმოადგენს. რიცხვითი მეთოდების მეშვეობით, მიღებულ იქნა სისტემის ენერგეტიკული სპექტრი კვანძთაშორისი გადასვლის პარამეტრების მნიშვნელობებისა და ჯაჭვის კიდეთა სხვადასხვა კონფიგურაციისათვის. მიღებულ ენერგეტიკულ სპექტრთა ყველა შემთხვევაში აშკარად გამოიკვეთა კიდურა მდგომარეობები, რაც შემდგომ ანალიზურად იქნა ამოხსნილი და შესწავლილი ჩებიშევის პოლინომების გამოყენებით. ასევე, ამოცანის ფარგლებში შექმნილი საჭიროებისათვის ჩამოყალიბებულ იქნა ერთგანზომილებიანი პერიოდული სისტემებისათვის ტოპოლოგიური ინვარიანტების აგების ზოგადი ფორმა, რომელმაც კარგად აღადგინა სტანდარტულ SSH მოდელის ადრე არსებული ტოპოლოგიური ინვარიანტები და ამავდროულად ზუსტი თანადობა დაამყარა კიდურა მდგომარეობებსა და ტოპოლოგიურ რიცხვებს შორის ჩვენს მიერ განხილულ განზოგადებულ SSH მოდელში.

დაგეგმილი ამ და მომიჯნავე საკითხები კვლევების გაგრძელება და კეძოდ ახალი ტიპი კვაზინაწილაკების გათვალისწინება.

2) კვაზი-ალბათობის განაწილების შესწავლა სასრული განზომილებიანი კვანტური სისტემებისტვის

პროექტი მიძღვნილია კვაზი-ალბათობის განაწილებების მეთოდის განვითარებას და გამოყენებას სასრული განზომილებიანი კომპოზიტური კვანტური სისტემების აღწერისტვის. დაგეგმილია დეტალური შესწავლა ეგრე წოდებული ვიგნერის ფუნქწიის თვიესებების N-დონიან სისტემისთვის გარე მაგნიტურ და ლაზერულ ველებში. ასევე იქნება შესწავლილი კვანტური ჩახლართულობის კავშირები ვიგნერის ფუნქწიის თვისებებთან.

თანამედროვე კვანტური ტექნოლოგიების განვითარებამ ახალ ბიიძგი მისცა კლასიკური და კვანტურ ფიზიკას შორის კავშირების შესწავლას. კერძოდ, დღეს აღინიშნება ინტერესი კლასიკური სტატისტიკური განაწილებების და მისი "კვანტური ანალოგების" გამოყენება კომპოზიტური სისტემების არწრისთვის. პროექტის მთავარი მიზანია ახალი მიდგომის განვითატება ბინარული შედგენილი კვანტური სისტემების აღწერისათვის კვაზი-ალბათური განაწილებების გამოყენებით. კვანტური ჩახლართულობის აღწერა იქნება დაკავშირებული უნიტარული ჯგუფის ქმედებასტან და სინპლექტურ სტრუქტურების სინგულარობებთან.

ამოცანა 4. *გრავიტაციის და კოსმოლოგიის ასპექტები*

1. *ტუნელური გადასვლები გრავიტაციაში*

თანამედროვე ფიზიკის შეხედულებებით ადრეული სამყარო ბევრი არაჩვეულებრივი მოვლენის არენა იყო, რომელთაც არ გააჩნიათ ანალოგები დედამიწაზე არსებულ უმეტეს სისტემებში. ძალიან დიდი ალბათობით (პირველი რიგის) კოსმოლოგიურ ფაზურ გადასვლებს ადგილი ქონდათ სამყაროს ევოლუციის ადრეულ ეტაპებზე. ფაზური გადასვლები ტიპიურად მიმდინარეობენ ახალი ფაზის ბუშტულების წარმოქმნით ძველ ფაზაში და ამ ბუშტების მომდევნო ზრდით. ჰიგსის ბოზონის და t-კვარკის მასების გაზომვამ აჩვენა რომ შესაძლებელია რომ ჩვენი ელექტროსუსტი ვაკუუმი მეტასტაბილურია. სიმის თეორიის ბოლო დროის აღმოჩენები რომლებიც წინასწარმეტყველობენ ძალიან ბევრი ვაკუუმის არსებობას

მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესების უფრო ღრმად შესწავლის კიდევ ერთი მოტივაციაა.

ამოცანის მიზანია გრავიტაციით კვანტური ტუნელირების პროცესების ჯერ-ჯერობით უნცობი ასპექტების შესწავლა. ჩვენ ვაპირებთ გამოვიყენოთ კომბინირებული ანალიზური და რიცხობრივი მიდგომა კომპლექსური პრობლემების გადასაჭრელად, და კერძოდ გამოვიყენოთ გაბრუდებულ სივრცე-დროში კვანტური ველის თეორიის მეთოდები თანამდეროვე მათემათიკური ფიზიკის ხერხებთან ერთად. ძირითადი ყურადღება დაეთმობა შემდეგი მნიშვნელოვანი საკითხების შესწავლას: ტუნელური გადასვლები სკალარულ-ტენზორულ თეორიაში და კერძოდ სკალარული ველის არა-მინიმალური ბმის გავლენა მეტასტაბილური ვაკუუმის დაშლის პროცესზე, გრავიტირებადი ინსტანტონური ამოხსნების შესწავლა, ვაკუუმის დაშლის წინა ექსპონენციალური ფაქტორის გამოთვლის ტექნიკის შემუშავება, ყალბი ვაკუუმის დაშლის შესწავლა თხელი კედლების მიახლოების გათვალისწინების გარეშე და კომპლექსური ამონახსნების როლის შესწავლას კვანტურ ტუნელირებაში.

2. *მასიური გრავიტაცია*

ვაპირებთ გავაგრძელოთ წარმატებული თანამშრომლობა თ.კახნიაშვილთან კოსმოლოგიურ ამოცანებზე [L20]. კერძოდ, შესწავლილი იქნება კოსმოლოგიური გაფართოების ტემპი გაფართოებული კვაზიდილატონური მასიური გრავიტაციის თეორიაში.

1. *ტუნელური გადასვლები გრავიტაციაში*

ამოცანის ფარგლებში ჩვენ შევისწავლით მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებს გრავიტაციის სრული გათვალისწინებით. სხვა საკითხებთან ერთად ვაპირებთ ძირითადად ფოკუსირებას შემდეგ თემებზე: სკალარული ველის არა-მინიმალური ბმის გავლენა მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებზე, გრავიტირებადი ინსტანტონები მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლა თხელი კედლების მიახლოების მიღმა, აგრეთვე ვგეგმავთ შევიმუშაოთ ტექნიკა გრავიტაციის გათვალისწინებით მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის წინა ექსპონენციალური ფაქტორის გამოთვლისათვის. ამოცანა შედგება ორი ძირითადი ქვეამოცანისაგან:

2. *მასიური გრავიტაცია*

ამოცანის ფარგლებში დაგეგმილია გაფართოებული კვაზიდილატონური მასიური გრავიტაციის თეორიის კოსმოლოგიური აპექტების შესწავლა, კერძოდ განხილული იქნება გაფართოვების ტემპი სხვა და სხვა ეპოქაში და თეორიული წინასწარმეტყველობა შედარებული იქნება დამზერად ექსპერიმენტალურ მონაცემებს. მოცემული ამოცანა არის ჩვენი კვლევის [L20] ბუნებრივი გაგრძელება.

ამოცანა 5. *დუალობადა ინტეგრებადობასიმისა და ველის თეორიებში.*

კოორდინატორი: გ.ჯორჯაძე

ამოცანის მიზანია სიმის და ველის თეორიების დუალობათა შესწავლა მათი ინტეგრებადობის საფუძველზე. ეს თემა ცნობილია AdS/CFT შესაბამისობის სახელით და ისთანამედროვე მათემატიკური ფიზიკის ერთ–ერთი მთავარი კვლევითი მიმართულებაა უკანასკნელი 20 წლის მანძილზე. ამ დუალობის მიხედვით, ველის კონფორმული თეორია მინკოვსკის სივრცეში ექვივალენტურიასიმის თეორიისა ანტი-დესიტერულსივრცეში და ეს დუალობა ეფუძნება აღნიშნულ თეორიათა ინტეგრებადობას.

AdS/CFT შესაბამისობის შესწავლა ჩვენ დავიწყეთ ათიოდე წლის წინ [J11-J14] ნაშრომებით, რომლებშიც ვიკვლევდით სიმის ზედაპირების გეომეტრიას AdS სივრცეებში. შემდგომი კვლევები გაგრძელდა AdS სიმის კვანტური დინამიკის შესწავლის მიმართულებით.

ბოლო წლების მანძილზე ჩვენი კვლევის ძირითადი ობიექტი იყონაწილაკის,სიმის და სუპერ-ნაწილაკის დინამიკის შესწავლა ანტი-დესიტერულ (AdS) სივრცეებში [J1-J7, J9-J10, J13]. მარტივამოცანებში ვიყენებდით ყალიბურად ინვარიანტულ მიდგომას [J4], დაფუძნებულს

მოძრაობის ინტეგრალებზე. ხოლო უფრო რთულ მოდელებში ვიყენებდით ყალიბობის ფიქსაციას და დაკვანტვისისეთ მეთოდებს, რომლებიც ამარტივებდა ოპერატორთა დალაგების პრობლემა. კერძოდ, რამოდენიმე ნაშრომში გამოყენებული იქნა ორბიტთა მეთოდი და შემდგომ ეს მიდგომა განზოგადებული იქნა სუპერსიმეტრიულ შემთხვევისთვის. უნდა აღინიშნოს, რომ ჩვენს მიერ განხილული სუპერსიმეტრიულ მოდელები ძირითადად შემოიფარგლა დაბაგანზომილებიანი AdS სივრცეებით და ამ შედეგთა განზოგადება $AdS_5\times S^5$ სივრცისთვის არის უმნიშვნელოვანესი კვლევითი ამოცანა, რადგან ის უკავშირდება სუპერ-კონფორმული ველის თეორიის მოდელს რეალისტურ 4-განზომილებიან სივრცე-დროში.

AdS_3 სიმის დინამიკის შესწავლისას გამოყენებული იქნა ამ სივრცის ექვივალენტობა SL(2,R) ჯგუფურ მრავალსახეობასთან და სიმის თეორიის მოდელად არჩეული იქნა SL(2,R) WZW-ის თეორიის გაყალიბებული მოდელი, რომელიც ითვალისწინებს კონფორმული ჯგუფის გენერატორების განულებას. ნაჩვენები იქნა, რომ ეს მოდელი ექვივალენტურია ლიუვილის ველის თეორიისა სხვადასხვა ტოპოლოგიურ სექტორებში. შესაბამისი სექტორების კლასიკური აღწერა კარგად არის ცნობილი, თუმცა მათი კვანტური სურათი მხოლოდ ზოგიერთი სექტორისთვის არის ცნობილი და მათი განზოგადება მნიშვნელოვანია ბევრი სხვა ფიზიკური ამოცანის შესასწავლად.

წელს დავიწყეთ კვლევა ახალი მიმართულებით, რომელიც ითვალისწინებს კონფრომული ველის თეორიის ინტგრბად დეფორმაციებს.კერძოდ, $T\bar{T}$ ტიპის დეფორმაციები შევისწავლეთ ჰამილტონურ მიდგომაში და ვიპოვეთ ამ დეფორმაციის გლობალური სახე ნებისმიერი 2-განზომილებიანი კონფორმული ველის თეორიისთვის.

პროექტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები

1.1 დენები ბირთვული ძალების თანამედროვე თეორიაში

ჩვენ ვგეგმავთ გამოვიყვანოთ და ამოვხსნათ RG-ის განტოლებები დენებისთვის, რაშიც არსებითად დაგვეხმარება ჩვენს მიერ გამოყვანილი და განვითარებული ყალიბურად ინვარიანტული დენების აგების მეთოდი ლიტერატურაში ცნობილი სახელით „gauging equations method“. ადრე ეს მეთოდი იყო წარმატებულად გამოყენებული სამი რელატივისტური ნაწილაკის ამოცანაში.

ა) მზადდება პირველი ნაშრომი სადაც პოტენციალისთვის RG-ის განტოლების გაყალიბებით მიიღება RG-ის განტოლება დენებისთვის. I წელი.

ბ) ვაპირებთ ამ განტოლებების ამოხსნას ადრე მიღებული პოტენციალების გაყალიბებით. II წელი

გ) ჩავატარებთ სრულ RG ანალიზს რეალური სისტემების შემთხვევაში, ანუ რეალური სპინების და ორბიტალური მომენტების გათვალისწინებით, რათა ავღწეროთ ჩატარებული და ვიწინასწარმეტყველოთ მომავალი ეხპერიმენტების შედეგები. III წელი

1.2 უწყვეტი ველის კვანტური თეორიის მეთოდების განვითარება და მათი გამოყენება

ა) ტაუ–ლეპტონის ადრონული ინკლუზიური დაშლების ანალიზი დისპერსიული მიდგომის ახალ ვარიანტებით.

ბ) ტაუ-ლეპტონის ადრონული დაშლების შესწავლა ამ პროცესის შინაგან სქემაში.

გ) ტაუ-ლეპტონის ადრონული დაშლების შესწავლა უფრო დახვეწილ დისპერსიულ არაპერტურბაციულ მოდელის გამოყენებით $\sim_2 (Q^2)$ ფუნქციისათვის.

დ) კვარკ–ანტიკვარკის სტატიკური პოტენციალის შესაბამისი ეფექტური მუხტის მოდელირება დისპერსიული მიდგომის გამოყენებით.

ე) ტაუ-ლეპტონის ადრონული დაშლების შესწავლა ადრონული სპექტრალური ფუნქციის მოდელირებით.

ვ) კვანტური ქრომოდინამიკის დაისონ–შვინგერის განტოლებების ანალიზი კვარკის და გლუონის პროპაგატორებისათვის დისპერსიული მეთოდით.

ზ) მძიმე კვარკონიუმის ბმის ენერგიების გამოთვლა დისპერსიული მიდგომით. ექსპერიმენტთან შედარების შემდეგ განსაზღვრული იქნება მძიმე კვარკების მასები.

ამოცანა 2. ველის კვანტური თეორიის ძირითადი მდგომარეობის ტოპოლოგიური და დინამიური სტრუქტურა ნულოვანი და სასრული ტემპერატურისა და სიმკვრივესთვის

მომავალი კვლევების ძირითად მიზანს შეადგენს: ა) წმინდა ყალიბური ველებითვის შემუშვებული თორიის შემდგომი გაღრმავება თეორიაში კვარკების ჩართვით. ეს კვლევა დაწყებულია და მოითხოვს გაგრძელებას. ბ) კვანტური ქრომოდინამიკის ძირითადი მდგომარეობის შესწავლა (ჩვენს მიერ შემუშვებული და განზოგადოებული მეთოდის გამოყენებით) სასრული ტემპერატურისა და სიმკვრივისთვის; გ) რელატივისტური მძიმე იონების დაჯახებისას (RHIC) დამზერილი ძირითადი დონის აგზნებული მდგომარეობის (როგორიც არის კვარკ–გლუონური პლაზმა) შესწავლა და მიღებული შედეგების შედარება მიმდინარე ექსპერიმენტების მონაცემებთან; დ) ნულოვან და სასრულ ტემპერატურებზე კლასიკურ და კვანტურ ფაზებს შორის გადასვლების გამოკვლევა და დიდ ადრონულ კოლაიდერებზე (LHC) მიღებულ შედეგებთან შედარება. ე) კვანტური ქრომოდინამიკაში გრინის ფუნქციის განტოლებების შესწავლას, გრინის ფუნქციის პოლუსების ძიებას და მის კავშირს „მასურ ღრიჭოსთან".

პროექტის პირველი წელი დაეთმობა ა) ჩვენს მიერ განზოგადოებული კომპლექსური WKB მეთოდის განზოგგამოყენებას არავაკუუმური კონფიგურაციებისთვის, პერიოდული ინსტანტონების და მათი როლის შესწავლას ფაზურ გადასვლებში რეალურ (3+1) ყალიბურ თეორიაში. ბ) იანგ-მილსის მდგომარეობის სრული განტოლების მიღებას და მოძრაობის თერმოდინამიკური რელატივისტური განტოლების ამოხსნას. მომდევნო სამი წელი დაეთმობა ყალიბურ თეორიებში პერიოდული ინსტანტონების და მათი როლის შემდგომ კვლევას ფაზური გადასვლის პროცესებში SU(2), SU(3) თეორიებში ჰიგსის სექტორში. კვარკების ჩართვას ნულოვან და სასრულ ტემპერატურებზე. კვარკ-გლუონური პლაზმისთვის მდგომარეობის განტოლების გამოყვანას და შესაბამისი თერმოდინამიკური რელატივისტური განტოლების ამოხსნას. მეხუთე წელი დაეთმობა LHC-ზე მიღებული ექსპერიმენტული მონაცემების აღწერას და კვარკ-გლუპნური პლაზმის მახასიათებლების პროგნოზირებას. ინდიკატორების სახით განვიხილავთ კვლევის შედეგების მიხედვით ხელნაწერების მომზადებას, სამეცნიერო ჟურნალებში გამოქვეყნებას, საერთაშორისო კონფერენციებზე მოხსნებებებს. არსებული და დაგეგმილი კვლევების შედეგები წარმოქმნის ბევრ ახალ და საინტერესო ამოცანას სამაგისტრო და აკადემიური დოქტორის ხარისხის მაძიებლებისთვის.

ამოცანა 3. დაბალგანზომილებიანი კვანტური სისტემების კვლევა

ა)გაგრძელდება მჭიდრო ბმის მოდელის შესწავლა როგორც უსასრული ასევე სასრული გეომეტრიის მქონე მესერებზე ორი და ერთი განზომილებების შემთხვევებში.მათ შორის:

1.ტოპოლოგიური ინვარიანტებისა და აგძნებების სპექტრის კვლევა

2. კიდურა მდგომარეობებისა და მოცულობითი მგომარეობების შესაბამისობა (Bulk-Edge correspondence)

3. დირაკის ტიპის ნაწილაკების (ვეილი, მაიორანა) კვლევა კონდენსირებულ სისტემებში

4. დიაგონალიზაციის ამოცანები

5. SSH მოდელის შესწავლა და ამ მოდელში მაიორანას ფერმიონების შესაძლო ჩასმა.

6. სპინური დენების შესწავლა სხვადასხვა სასაზღვრო პირობებში. წმინდა სპინური დენის (pure spin current) არსებობის შესაძლებლობა

ბ) კვაზი-ალბათობის განაწილების შესწავლა სასრული განზომილებიანი კვანტური სისტემებისტვის

1. ალგებრულ "მასტერ" განტოლების ფორმულირება კვაზი-ალბათობის განაწილების ბირთვისთვის ბინარული შედგენილი სისტემისტვის;

2. "მასტერ" განტოლების ამოხსნების სივრცის შესწავლა შედგენილი ბინარული სისტემისთვის;

3. კვანტური გადახლართვის ანალიზი ორ კუბიტიან შერეულ მდგომარეობებისთვის ვიგნერის ფუნქწიის გამოყენებით;

4. კვაზი-ალბათობის განაწილებებისთვის აგება დამუხტული სპინ-1/2 ნაწილაკისტვის გარე მაგნიტურ ველში;
5. კვანტური გადაზლართვის ანალიზი ვიგნერ ფუნქწიის გამოყენებით ორ სპინ -1/2 ნაწილაკისთვის გარე მაგნიტურ ველში შერეულ მდგომარეობებისთვის .
6. კვანტური გადახლართვის დაკავშირება სინპლექტურ სტრუქტურების სინგულარობებთან.

ამოცანა 4 . გრავიტაციის და კოსმოლოგიის აპექტები

1. *ტუნელური გადასვლები გრავიტაციაში*

ამოცანის ფარგლებში ჩვენ შევისწავლით მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებს გრავიტაციის სრული გათვალისწინებით. სხვა საკითხებთან ერთად ვაპირებთ ძირითადად ფოკუსირებას შემდეგ თემებზე: სკალარული ველის არა-მინიმალური ბმის გავლენა მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებზე, გრავიტირებადი ინსტანტონები მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლა თხელი კედლების მიახლოების მიღმა, აგრეთვე ვგეგმავთ შევიმუშაოთ ტექნიკა გრავიტაციის გათვალისწინებით მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის წინა ექსპონენციალური ფაქტორის გამოთვლისათვის. ამოცანა შედგება ორი ძირითადი ქვეამოცანისაგან:

ქვეამოცანა 1.1. მეტასტაბილური ვაკუუმის დაშლის პრეფაქტორის გამოთვლა. უარყოფითი მოდის პრობლემა: Q<0 შემთხვევა

ბაუნსის ამოხსნას ევკლიდურ კოულმენის მიდგომაში უნდა გააჩნდეს ერთი უარყოფითი მოდა წრფივი შეშფოთებების სპექტრში. ამ მოდის არსებობის დამტკიცება შედარებით იოლია ბრტყელ სივრცე-დროში. გრავიტაციის გათვალისწინებით პრობლემა რთულდება რადგან არსებობენ დამატებითი არაფიზიკური თავისუფლების ხარისხები და საჭიროა სწორად გამოიყოს ფიზიკური თავისუფლების ხარისხი და ნაპოვნი იქნას მისი აღმწერი განტოლება. ეს პრობლემა პირველად განხილული იქნა ლაგრანჟის ფორმალიზმსი [L16] და ნაპოვნი იქნა კონკრეტული პათოლოგია შესაბამის კვადრატულ ქმედებაში. კედძოდ, შემჩნეული იყო რომ კონკრეტული სიდიდე Q რომელიც შედგება ბეკგროუნდ სიდიდეების კომბინაციით შეიძლება გახდეს უარყოფითი ბაუნსის ტრაექტორიის გასწვრივ. პათოლოგია მდგომარეობს იმაში რომ ეს Q ფაქტორი კვადრატულ ქმედებაში შედის ფიზიკური შეშფოთების კინეტიკური წევრის მამრავლად. შემდგომში უარყოფითი მოდის პრობლემა გადაჭრილი იქნა [L3,L4,L12,L13,L14] დადებიღი Q ფაქტორის შემთხვევაში. ჩვენი მიზანია შევისწავლოდ უარყოფითი Q შემთხვევა და გავარკვიოთ თუ როგორ აღვწეროთ ტუნელირება ამ შემთხვევაში. ამ მიზნით დეტალურად გავაანალიზებთ გრავიტაციის გათვალისწინებით დაშლის ამპლიტუდის გამოყვანას ფუნქციონალურ ინტეგრალის მეთოდით. ჩვენი აზრით პრობლემა უნდა გადაწყდეს სწორი ანალიზური გაგრძელებით და ფუნქციონალურ ინტეგრალში კონტურის არჩევით. მოცემული ამოცანა არის ჩვენი კვლევის [L19] ბუნებრივი გაგრძელება.

ქვეამოცანა 1.2. სკალარული ველის არა-მინიმალური ბმის გავლენა მეტასტაბილური ვაკუმის დაშლის პროცესებზე

ყალბი ვაკუუმის დაშლა ძირითადად შესწავლილია სკალარული ველის თეორიაში გრავიტაციასთან მინიმალური ურთიერთქმედებით. წარმოდგენილი წინადადების მიზანია შესწავლილი იქნას არა-მინიმალური f(φ) **R** ტიპის ბმის გავლენა ყალბი ვაკუუმის დაშლაზე. სახელდობრ, დაგეგმილია გამოკვლეულ იქნას დაშლის ამპლიტუდასა და სივრცე-დროის გეომეტრიაზე არა-მინიმალური ბმის ზეგავლენის დეტალები. იმავდროულად ადრეული გამოკვლევები [L15] მიუთითებენ რომ არა-მინიმალური ბმის კონკრეტულ შემთხვევაში, f(φ)= $1-\kappa\xi\,\varphi^2$ მინიმალური ბმისაგან განსხვავებით მივყავართ გაცილებით მრავალფეროვან მოვლენებთან, მაგ. ნახევრად-ჩაკეტილი სამყაროს შექმნასთან. დეტალური ანალიტიკური და რიცხვითი გამოკვლევა გამოავლენს სიმის თეორიიდან გამომდინარე რეალისტურ მოდელებში ამ იდეების ფიზიკური გამოყენებების შესაძლებლობას. მოცემული ამოცანა არის ჩვენი კვლევების [L17, L18] ბუნებრივი გაგრძელება.

2. მასიური გრავიტაცია

ამოცანის ფარგლებში დაგეგმილია გაფართოებული კვაზიდილატონური მასიური გრავიტაციის თეორიის კოსმოლოგიური აპექტების შესწავლა, კერძოდ განხილული იქნება გაფართოვების ტემპი სხვა და სხვა ეპოქაში და თეორიული წინასწარმეტყველობა შედარებული იქნება დამზერად ექსპერიმენტალურ მონაცემებს. მოცემული ამოცანა არის ჩვენი კვლევის [L20] ბუნებრივი გაგრძელება.

ამოცანა 5. დუალობადა ინტეგრებადობასიმისა და ველის თეორიებში

ჩატარებული კვლევების საფუძველზე, მომდევნო ხუთი წლის სამუშაო პროგრამა მოიცავს ქვემოთ ჩამოთვლილ სამ მიმართულებას და მათზე მუშაობა ეტაპობრივად განხორციელდება.

1. სუპერნაწილაკის და სუპერსიმის თეორიის შესწავლა AdS სივრცეებში.
2. ლიუვილის თეორიის ტოპოლოგიური სექტორების შესწავლა.
3. კონფორმული ველის თეორიის ინტეგრებადი დეფორმაციების შესწავლა.

აქედან, პირველ მიმართულება უშუალო გაგრძელებაა[J1-J3], [J5-J7] და [J9-J10] ნაშრომების, რომლებიც თავის მხრივ ეყრდნობიან [J8]-ს და უფრო ადრინდელ ნაშრომებს [J18-J20]. მეორე მიმართულების საფუძველია [J13] და დასრულების სტადიაზე მყოფინაშრომი*SL(2,R)*სიმის დინამიკის დაკვანტვაზე. ეს მიმართულება ითვალისწინებს ვერტექსული ოპერატორების აგებას სხვადასხვა ტოპოლოგიურ სექტორებში, რაც ცნობილია მხოლოდ ელიფსურ [J15-J17] და რეგულარულ ჰიპერბოლურ [J21-J27] სექტორებში. მესამე მიმართულებაში იგულისხმება$T\bar{T}$ტიპის დეფორმაციები, რომლელთა შესწავლა ინტენსიურად მიმდინარეობს ბოლო ერთი წლის მანძილზე და ამ საკითხთა კვლევში ჩვენც ვართ ჩართულნი, გერმანელ კოლეგებთან ერთად.

ლიტერატურა:

[K1] A. N. Kvinikhidze and B. Blankleider, Nuclear Physics A574, 788 (1994).

[K2] A. N. Kvinikhidze, A.M. Khvedelidze Teor.Mat.Fiz.90, 95 (1992).

[K3] B. Blankleider and A. N. Kvinikhidze, T. Skawronsky, J.Phys.Conf.Ser. **330** 012008 (2011).

[K4] A. N. Kvinikhidze and B. Blankleider, Phys.Rev. C60, 044003 (1999), Phys. Rev. C60, 044004 (1999).

[K5] A. N. Kvinikhidze and B. Blankleider, Phys. Rev. C56, 2973 (1997).

[K6] B. Blankleider and A. N. Kvinikhidze, Phys. Rev. C62, 039801 (2000).

[K7] A. N. Kvinikhidze, B. Blankleider, Nucl. Phys. A784, 259 (2007).

[K8] W. Heupel, S. Kubrak, G. Eichmann, C. Fischer, PoS Bormio2013, 065 (2013); W. Heupel, G. Eichmann, C. Fischer, Phys.Lett. **B718, 545 (2012).**

[K9] A. N. Kvinikhidze, B. Blankleider, Covariant equations for the tetraquark and more, Phys.Rev. D90 no.4, 045042, (2014).

[K10] A. N. Kvinikhidze, B. Blankleider, Z.K. Silagadze, Gauge invariant formulation of 3 gamma decay of particle-antiparticle bound state, Phys.Rev. D92, no.4, 045032 (2015).

[K11] A. N. Kvinikhidze, M. C. Birse, Renormalisation-group analysis of electromagnetic couplings in the pionless effective field theory, მზადდება გამოსაქვეყნებლად (2018)

[M1] B. Magradze, Strong Coupling Constant from Hadronic tau Decays within the Dispersive Treatment, BULLETIN OF THE GEORGIAN NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES, vol. 11, no. 3, 2017

[M2] B. Magradze, “Strong Coupling Constant from τ Decay”
VII International Joint Conference of Georgian Mathematical Union& Georgian Mechanical Union
Dedicated to 125-th birthday anniversary of academician N. Muskhelishvili ,
Book of ABSTRACTS p. 161. 2016, Batumi Georgia

[M3] B. A. Magradze, “Analysis of the tau-lepton decay data within a dispersive approach to perturbative QCD”
Proceedings. of the 7th International Conference “Physics in the LHC Era” 14-18 October 2013, Tbilisi, pp. 145-152 Eds. G. Devidze, J. Khubua (TSU/JINR)

[M4] B. Magradze Strong Coupling Constant from tau Decay within a Dispersive Approach to Perturbative QCD Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute Vol.160 (2012) 91-111
[M5] B. A. Magradze, Testing the Concept of Quark-Hadron Duality with the ALEPH τ Decay Data, Few-Body Syst. Vol. 48, p.p. 143-169 (2010) Erratum-ibid. **53**/3, (2012) 365.
[M6] B. A. Magradze, "A novel series solution to the renormaslization group equation in QCD", Few Body Systems, Vol. 40, No, 1-2, p.p. 71-99 (2006), hep-ph/0512374,
[M7] D.S. Kourashev and B.A. Magradze, "Theor. and Math. Phys. Vol 135 No 1 (2003) pp. 531-540.(in english) Teor. Mat. Fiz. Vol 135, No 1, (2003) pp. 95-106. (in Russian); hep-ph/0104142 .
Cited by 42 records.
[M8] B.A. Magradze, Practical techniques of analytic perturbation theory of QCD ; hep-ph/0305020, talk given at the extended seminar of the institute of applied mathematics Dedicated to 90th anniversary of I.N. Vekua. 22 april 2003, Tbilisi, Georgia.
[M9] B.A. Magradze, QCD coupling up to third order in standard and analytic perturbation theories, Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, E2-2000-222 (2000) p.p. 1-22; hep-ph/0010070. (In English).
[M10] B.A. Magradze, Int. J. of . Mod. Phys. **A15**, (2000) p.p. 2715-2733; hep-ph/9911456.
[M11] B.A. Magradze, "The Gluon Propagator in Analytic Perturbation Theory", in Proc. of the 10th International Seminar ``QUARKS-98'', V1 p.p. 158-170, (Suzdal, Russia, May 17-24, 1998), Moscow 1999; arXiv: 9808247 [hep-ph]
[M12] A.N. Kvinikhidze, B.A. Magradze,V.A. Matveev, M.A. Mestvirishvili and A.N. Tavkhelidze, Teor. Mat. Fiz. V45 (1980) p.p. 302-312.
[M13] B.A. Magradze, BULLETEN of the ACADEMY of SCIENCES of the GEORGIA SSR, 107 (1982) p.p. 497-499.
[M14] V. Gogokhia, G. Efimov, B. Magradze, "Constant Cluon Propagator and Quark Confinement in QCD", Preprint JINR P2-88-127, Dubna, (1988). pp. 1-10.(in Russion).
[M15] V. Gogokhia, B. Magradze, , Phys. Lett. B 217 (1989) p.p. 162-164.
[M16] V. Gogokhia and B. Magradze, Mod. Phys. Lett. A4 (1989) p.p. 1549-1558.
[M17] V. Gogokhia, Gy. Kluge, B. Magradze, Phys. Lett. B 244 (1990) p.p. 68-74.
[M18] B. Magradze , Infrared Singularity and Dynamical Chiral Symmetry Breaking in QCD'. In Proceedings of IX Int. Seminar "QUARKS-96", Russia, ed. V.A.Matveev, A.A. Penin, V.A.Rubakov, A.N.Tavkhelidze Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences, Moscow 1997, pp.186-192.
[G1] V. Gogokhia, M. Vasuth, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37 (2010) 075015.
[G2] G.G. Barnafoldi, V. Gogokhia, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37 (2010) 025003.
[G3] V. Gogokhia, Int. J. Theor. Phys. 48 (2009) 3061.
[G4] V. Gogokhia, Int. J. Theor. Phys. 48 (2009) 3470.
[G5] V. Gogokhia, Int. J. Theor. Phys. 48 (2009) 3449.
[G6] V. Gogohia, Phys. Lett. B 611 (2005) 129.
[G7] V. Gogohia, Phys. Lett. B 618 (2005) 103.
[G8] V. Gogohia, Phys. Lett. B 584 (2004) 225.
[G9] V. Gogohia, Gy. Kluge, I. Vargas de Usera, Phys. Lett. B 576 (2003) 243.
[G10] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Elem. Part. Atom. Nucl. 34 (2003) 88.
[G11] V. Gogohia, Phys. Lett. B 531 (2002) 321.
[G12] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Rev. D 66 (2002) 056013.
[G13] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Rev. D 62 (2000) 076008.
[G14] V. Gogohia, Gy. Kluge, Phys. Lett. B 477 (2000) 387.
[G15] V. Gogohia, M. Prisznyak, Phys. Lett. B 494 (2000) 109.
[G16] V. Gogohia, H. Toki, Phys. Rev. D 61 (2000) 036006.
[G17] V. Gogohia, H. Toki, Phys. Rev. D 63 (2001) 079901.
[G18] V. Gogohia, Phys. Lett. B 501 (2001) 60.

[G19] V. Gogohia, Phys. Lett. B 485 (2000) 162.
[G19] V. Gogohia, Phys. Lett. B 485 (2000) 162.
[G20] V. Gogohia, H. Toki, T. Sakai, Gy. Kluge, Int. J. Mod. Phys. A 15 (2000) 45.
[G21] V. Gogohia, Gy. Kluge, H. Toki, T. Sakai, Phys. Lett. B 453 (1999) 281.
[G22] V. Gogohia, H. Toki, Phys. Lett. B 466 (1999) 305.
[G23] V. Gogohia, Phys. Lett. B 468 (1999) 279.
[G24] V. Gogohia, Gy. Kluge, M. Prisznyak, Phys. Lett. B 368 (1996) 221.
[G25] V. Gogohia, Gy. Kluge, M. Prisznyak, Phys. Lett. B 378 (1996) 385.
[G26] V. Sh. Gogohia, Int. J. Mod. Phys. A 9 (1994) 605.
[G27] V. Sh. Gogohia, Int. J. Mod. Phys. A 9 (1994) 759.
[G28] V. Sh. Gogokhia, Phys. Rev. D 40 (1989) 4157.
[G29] V. Sh. Gogokhia, Phys. Rev. D 40 41 (1990) 3279.
[G30] V. Sh. Gogokhia, Phys. Lett. B 224 (1989) 177.
[G31] V. Sh. Gogokhia, Gy. Kluge, B. A. Magradze, Phys. Lett. B 244 (1990) 68.
[G32] V. Gogokhia, B. Magradze, Mod. Phys. Lett. A 4 (1989) 1549.
[G33] V. Sh. Gogokhia, Phys. Lett. B 233 (1989) 451.
[G34] V. Sh. Gogokhia, Phys. Lett. B 237 (1990) 605.
[G35] V. Sh. Gogokhia, B. A. Magradze, Phys. Lett. B 217 (1989) 162.
[G36] A.Shurgaia, Mod.Phys Lett.A26, 53
[G37] A. V. Shurgaia, H. J. W. Mueller-Kirsten, Int.J.Mod.Phys. A22, (2007),3655
[G38] D.K. Park, , H.J.W. Muller-Kirsten, A.V. Shurgaia, Phys.Lett. B501,(2007),54
[G36] D.K. Park, H.J.W. Muller-Kirsten, J.Q. Liang, A.V. Shurgaia, Int.J.Mod.Phys A16, (2001), 3951
[G40] J.Q. Liang, H.J.W. Muller-Kirsten, D.K. Park, A.V. Shurgaia, Phys.Lett.B483, (2000), 225
[G41] J.Q. Liang, H.J.W. Muller-Kirsten, Y.B. Zhang, A.V. Shurgaia, Phys.Rev.D62 (2000), 025017
[G42] A. Shurgaia, Ann. Phys.282, (2000), 7
[G43] A.V. ShurgaIa, H.J.W. Mueller-Kirsten, D.H. Tchrakian, Z.Phys.C69, (1996), 537
[G44] A.V. Shurgaia, H.J.W. Mueller-Kirsten, D.H. Tchrakian, Annals Phys.228,(1993), 146
[G45] O.F. Dayi, H.J.W. Muller-Kirsten, A.V. Shurgaia, D.H. Tchrakian, Phys.Lett.B286,(1992), 234
[G46] A. V. Shurgaia, Fortsch.Phys.41, (1992), 553
[G47] A. Shurgaia, ТМФ, 57, (1983), 392
[G48] V. Gogokhia, A. Shurgaia (2012), Bull. of the GNAS, 6, no. 1, p.79
[G49] V. Gogokhia, A. Shurgaia (2012), Bull. of the GNAS, 6, no. 3, p.37
[G50] V. Gogokhia, A. Shurgaia, M. Vasúth (2016) arXiv: 1604.01263 [hep-ph]
[G51] V. Gogokhia, A. Shurgaia, M. Vasúth (2014) arXiv: 1409.3375 [hep-ph]
[G52] V. Gogokhia, A. Shurgaia (2018) Submitted to Int.J.Mod.Phys. A
[G53] V. Gogokhia, A. Shurgaia, M. Vasúth; Proceedings of VII International conference of the Georgian Mathematical Union and the Georgian Mechanical Union, 2016. 5-9 September,
[G54] V. Gogokhia, A. Shurgaia. Proceedings of VII International conference of the Georgian Mathematical Union and the Georgian Mechanical Union,. 2016 5-9 September,
[G55] V. Gogokhia, A. Shurgaia, M. Vasúth; Int.J.Mod.Phys. A Vol. 31, No. 289, 1645026 (2016)
[G56] V. Gogokhia, A. Shurgaia, M. Vasúth; Proceedings of VIII International conference of the Georgian Mathematical Union and the Georgian Mechanical Union, 2017. 4-8 September,
[G57] V. Gogokhia, A. Shurgaia. Proceedings of VIII International conference of the Georgian Mathematical Union and the Georgian Mechanical Union,. 2017 4-8 September
[G58] V. Gogokhia, A. Shurgaia. (2018) Submitted to Int.J.Mod.Phys. A
[E1] M.Eliashvili, D.Kereselidze, G.Tsitsishvili, M.Tsitsishvili: *Edge States of a Periodic Chain with Four-Band Energy Spectrum* ; J.Phys.Soc.Jpn. 86 (2017) 074712
[E2} M.Eliashvili, G.Tsitsishvili; *Boundary Conditions and Formation of Pure Spin Currents in Magnetic Field;* Physica E;Low-Dimensional Systems and Nanostructures 93, pp 196-201 (2017) [E3]

M.Eliashvili, G.I.Japaridze, G .Tsitsishvili; *The quantum group and Harper equation on a honeycomb lattice;* Journal of Mathematical Sciences, 216(4), (2016) 522-526 .
[E4]M.Eliashvili, G .Tsitsishvili, *Electrons in Magnetis Field Under Restricted Geometry'* Bulletin of Georgian National Academy of Sciences vol.10 No 2 (2016). 53-57
[E5]M.Eliashvili, G.I.Japaridze, G.Tsitsishvili, G.Tukhashvili; *Edge states in 2D lattices with hoping anisotropy and Chebyshev polynomials.* arXiv: 1401.6779; J.Phys.Soc.Jpn. 83 (2014) 044706
E[6]M. Eliashvili, G Tsitsishvili *Algebraic aspects of the Hofstadter problem in graphene*. Journal of Mathematical Sciences 193 (3), (2013). 418-427
E[7]M.Eliashvili, G.I.Japaridze, G Tsitsishvili; *The quantum group, Harper equation and structure of Bloch eigenstates on a honeycomb lattice.* J.Phys. A: Math.Theor. **45. (2012)** #39, 395305
[E8] Y. Hama, Y. Hidaka, G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, "Goldstone modes in bilayer quantum Hall systems at $\nu = 2$ ", J. Phys. Conf. Series 456 (2013) 012012.
[E8] Yusuke Hama, George Tsitsishvili and Zyun F. Ezawa, "Nambu-Goldstone modes and the Josephson supercurrent in the canted antiferromagnetic phase", Prog. Theor. Exp. Phys. 2013 (2013) 053I01.
[E9] Yusuke Hama, George Tsitsishvili and Zyun F. Ezawa, "Spin supercurrent in the canted antiferromagnetic phase", Phys. Rev. B 87 (2013) 104516.
[E10] M. Eliashvili, G.I. Japaridze and G.Tsitsishvili, "The quantum group, Harper equation and structure of Bloch eigenstates on a honeycomb lattice", J. Phys. A 45 (2012) 395305.
[E11] Y. Hama, Y. Hidaka, G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, "The study of Goldstone modes in $\nu = 2$ bilayer quantum Hall systems", Eur. Phys. J. B 85 (2012) 368.
[E12] Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and A. Sawada, "Josephson tunneling in bilayer quantum Hall system", Phys. Lett. A 376 (2012) 2430.
[E13] Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and A. Sawada, "Interlayer phase coherence and Josephson effects in bilayer quantum Hall systems", Eur. Phys. J. B 85 (2012) 270.
[E14] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Skyrmion and bimeron excitations in imbalanced bilayer quantum Hall systems", AIP Conf. Proc. 1399 (2011) 605.
[E15] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Skyrmion and bimeron excitations in bilayer quantum Hall systems", Physica E 42 (2010) 1069.
[E16] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Noncommutative skyrmions in quantum Hall systems", in The Multifaceted Skyrmion, edited by G.E. Brown & M. Rho (World Scientific, 2010) p. 233.
[E17] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Quantum Hall Ferromagnets", Rep. Prog. Phys. 72 (2009) 086502.
[E18] Z.F. Ezawa, K. Ishii and G. Tsitsishvili, "Interlayer phase coherence and dissipative soliton-lattice regime in bilayer quantum Hall systems", Physica E 40 (2008) 1557.
[E19] Z.F. Ezawa, K. Ishii and G. Tsitsishvili. "Anomalous diagonal resistivity and soliton lattice in bilayer quantum Hall Systems" Physica B 403 (2008) 1517.
[E20] Z.F. Ezawa, S. Suzuki and G. Tsitsishvili, "Anomalous Hall resistance in bilayer quantum Hall systems", Phys. Rev. B 76 (2007) 045307.
[E21] Z.F. Ezawa, S. Suzuki and G. Tsitsishvili, "Anomalous quantum-Hall resistance in bilayer counterflow transport" Phys. Stat. Sol. C 4 (2007) 485.
[E22] M. Eliashvili and G. Tsitsishvili, "On the NCCS model of quantum Hall fluid", Eur. Phys. J. C 50 (2007) 1013.
[E23] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "Topological solitons in the noncommutative plane and quantum Hall skyrmions", Phys. Rev D 72 (2005) 085002.
[E24] G. Tsitsishvili and Z.F. Ezawa, "Microscopic theory of skyrmions in quantum Hall ferromagnets", Phys. Rev. B 72 (2005) 115306.
[E25] Z.F. Ezawa, M. Eliashvili and G. Tsitsishvili, "Ground-state structure in $\nu = 2$ bilayer quantum Hall systems", Phys. Rev. B 71 (2005) 125318.
[E26] Z.F. Ezawa and G. Tsitsishvili, "$SU(4)$ skyrmions and activation energy anomaly in bilayer quantum Hall systems", Phys. Rev. B 70 (2004) 125304.

[E27] Z.F. Ezawa, G. Tsitsishvili and K. Hasebe, “Noncommutative geometry, extended W_∞ algebra and Grassmannian solitons in multicomponent quantum Hall systems”, Phys. Rev B 67 (2003) 125314.

[E28] M. Eliashvili and G. Tsitsishvili, “Area preserving transformations in non-commutative space and NCCS theory”, Eur. Phys. J. C 32 (2003) 135.

[E29] M.Eliashvili, G.Tsitsishvili, „Geometric transformations and NCCS theory in the lowest Landau level“, International Journal of Modern Physics B, v16, #25, 3725 (2002)

[E30]M.Eliashvili, V.Gerdt, A.Khvedelidze; " On precession of entangled spins in a strong laser field. Physic of atomic nuclei 72, №5, (2009), 1-8

[Kh-1].Khvedelidze and V.Abgaryan, On the family of Wigner functions for N-level quantum systems, quant-ph, ArXiv:1708.05981

[L1] G.Lavrelashvili, V.A.Rubakov and P.G.Tinyakov, ``Disruption of Quantum Coherence upon a Change in Spatial Topology in Quantum Gravity,'' JETP Lett. 46 (1987) 167.

[L2] G.Lavrelashvili, V.A.Rubakov and P.G.Tinyakov, ``Particle Creation and Destruction of Quantum Coherence by Topological Change,'' Nucl. Phys. **B299** (1988) 757.

[L3] G.Lavrelashvili, ``Negative mode problem in false vacuum decay with gravity,'' Nucl. Phys. Proc. Suppl. **88** (2000) 75; [gr-qc/0004025].

[L4] A.Khvedelidze, G.Lavrelashvili and T.Tanaka, ``On cosmological perturbations in closed FRW model with scalar field and false vacuum decay,'' Phys. Rev. **D62** (2000) 083501; [gr-qc/0001041].

[L5] A.Kosowsky, T.Kahniashvili, G.Lavrelashvili and B.Ratra,``Faraday rotation of the Cosmic Microwave Background polarization by a stochastic magnetic field,'' Phys. Rev. **D 71** (2005) 043006; [astro-ph/0409767].

[L6] T.Kahniashvili, G.Lavrelashvili and B.Ratra, ``CMB Temperature Anisotropy from Broken Spatial Isotropy due to an Homogeneous Cosmological Magnetic Field,'' Phys. Rev. **D78** (2008) 063012; arXiv:0807.4239 [astro-ph].

[L7] G.Lavrelashvili and D.Maison, ``Regular and black hole solutions of Einstein Yang-Mills Dilaton theory,'' Nucl. Phys. **B410** (1993) 407.

[L8] M.S.Volkov, O.Brodbeck, G.Lavrelashvili and N.Straumann, ``The Number of sphaleron instabilities of the Bartnik-McKinnon solitons and nonAbelian black holes,'' Phys. Lett. **B349** (1995) 438; [hep- th/9502045].

[L9] M.Volkov, N.Straumann, G.Lavrelashvili, M.Heusler and O.Brodbeck, ``Cosmological analogs of the Bartnik-McKinnon solutions,'' Phys. Rev. **D54** (1996) 7243; [hep-th/9605089].

[L10] P.Breitenlohner, G.V.Lavrelashvili and D.Maison, ``Mass inflation and chaotic behavior inside hairy black holes,'' Nucl. Phys. **B524** (1998) 427; [gr-qc/9703047].

[L11] J.Baacke and G.Lavrelashvili, ``One loop corrections to the metastable vacuum decay,'' Phys. Rev. **D69** (2004) 025009; [hep-th/0307202].

[L12] G.Lavrelashvili, ``The Number of negative modes of the oscillating bounces,'' Phys. Rev. **D73** (2006) 083513; [gr-qc/0602039].

[L13] L.Battarra, G.Lavrelashvili and J.-L.Lehners, ``Negative Modes of Oscillating Instantons,'' Phys. Rev. **D86** (2012) 124001; arXiv:1208.2182 [hep-th].

[L14] L.Battarra, G.Lavrelashvili and J.-L.Lehners, ``Zoology of instanton solutions in flat potential barriers,'' Phys. Rev. **D88** (2013) 104012; [arXiv:1307.7954].

[L15] G.Lavrelashvili, ``Creation of wormholes during the false vacuum decay,'' Sov. J. Nucl. Phys. 45 (1987) 185 [Yad. Fiz. 45 (1987) 295].

[L16] G.Lavrelashvili, V.A.Rubakov and P.G.Tinyakov, ``Tunneling Transitions With Gravitation: Breaking of the Quasiclassical Approximation,'' Phys. Lett. **B161** (1985) 280.

[L17] L.Battarra, G.Lavrelashvili and J.L.Lehners,``Creation of wormholes by quantum tunnelling in modified gravity theories,'' Phys.Rev. D90 (2014) 124015.

[L18] L.Battarra, G.Lavrelashvili and J.L.Lehners,``Wormhole creation by quantum tunnelling,'', (2016) arXiv:1603.08728 [gr-qc].

[L19] M.Koehn, G.Lavrelashvili and J.L.Lehners,``Towards a Solution of the Negative Mode Problem in Quantum Tunnelling with Gravity,'' Phys. Rev. D92 (2015) 023506.

[L20] T.Kahniashvili, A.Kar, G.Lavrelashvili, N.Agarwal, L.Heisenberg and A.Kosowsky, ``Cosmic Expansion in Extended Quasidilaton Massive Gravity,'' Phys.Rev. D91 (2015) 041301.

[J1]M. Heinze, G. Jorjadze,L. Megrelidze, *Coset construction of AdS particle dynamics*, J. Math. Phys. 58, 012301 (2017).

[J2]M. Heinze, G. Jorjadze,*Quantization of the* AdS_3*Superparticle on* $OSP(1|2)^2/SL(2,R)$, Nucl. Phys. B **915**, 44-68 (2017).

[J3]M. Heinze, B. Hoare, G. Jorjadze,L. Megrelidze, *Orbit methodquantization ofthe* AdS_2 *superparticle,* J. Phys. A.48 31, 315403 (2015).

[J4]G. Jorjadze,L. Megrelidze, *Gauge invariantquantization of* $AdS_3\times S^3$*particle dynamics,* Proceedings of A. Razmadze Math. Inst. **167**, 113-118 (2015).

[J5]M. Heinze, G. Jorjadze, L. Megrelidze,*Isometry group orbit quantization of spinning strings in* $AdS_3\times S^3$*,* J. Phys. A.48, 12, 125401 (2015).

[J6]S. Frolov, G. Jorjadze, M.Heinze, J.Plefka,*Static Gauge and Energy Spectrum of Single-mode Strings inAdS*$_5\times S^5$, J. Phys. A.**47**, 085401(2014).

[J7]G. Jorjadze, Ch. Kalousios, Z.Kepuladze,*Quantization of AdS× Sparticle in static gauge,*Class. Quant. Grav. **30**,025015 (2013).

[J8] G. Jorjadze, J. Plefka, J. Pollok, *Bosonic string quantization in static gauge,*J. Phys. A **45,**485401 (2102).

[J9] G. Jorjadze, Z. Kepuladze, L.Megrelidze,*On particle type string solutionsAdS*$_3\times S^3$,Proceedings of A Razmadze Mathematical Institute,159, 43-59 (2012).

[J10]H. Dorn, G. Jorjadze, Ch. Kalousios, J.Plefka,*Coordinate representation of particle dynamics in AdS and in generic static spacetimes,*J. Phys. A **44,**095402 (2011).

[J11] H. Dorn, G. Jorjadze, C. Kalousios, L. Megrelidze, S. Wuttke, *Vacuum type space-like string surfaces in* $AdS_5\times S^5$,J. Phys. A **44,**025403 (2011).

[J12] H. Dorn, N. Drukker, G. Jorjadze, C. Kalousios, *Space-like minimal surfaces in AdS×S,*JHEP **1004**, 004 (2010).

[J13] G. Jorjadze, *Singular Liouville fields and spiky strings in*$R^{1,2}$*and* $SL(2,R)$, JHEP **0910**, 092 (2009).

[J14] H. Dorn, G. Jorjadze, S. Wuttke, *Onspacelike and timelike minimal surfaces inAdS*$_n$JHEP **0905**, 048 (2009).

[J15] H. Dorn, G. Jorjadze, *Operator approach to boundary Liouville theory,*Annals Phys. **323**, 2799 (2008).

[J16]H. Dorn, G. Jorjadze,*Boundary Liouville theory: Hamiltonian description and quantization,*SIGMA **3**, 012 (2007).

[J17] C. Ford, G. Jorjadze, *A causal algebra for Liouville exponentials,*Class. Quant. Grav. **23**, 6007 (2006).

[J18] H. Dorn, G. Jorjadze, *Massless scalar particle on AdSspacetime: Hamiltonian reduction and quantization*, JHEP **0605**, 062 (2006).

[J19] H. Dorn, G. Jorjadze, *Oscillator quantization of the massive scalar particle dynamics on AdSspacetime,* Phys. Lett. B **625**, 117 (2005).

[J20] H. Dorn, G. Jorjadze, *On particle dynamics in* AdS_{N+1}*space-time,*Fortsch. Phys. **53**, 486 (2005).

[J21] G. Jorjadze, G. Weigt,*The Liouville field theory zero mode problem,*Theor. Math. Phys. **139**, 654 (2004).

[J22] G. Jorjadze,*S-Matrix, vertex operators and correlation functions of Liouville theory,* Fortschr. Phys. **52**, 555 (2004).

[J23] G. Jorjadze, G. Weigt, *Correlation functions and vertex operators of Liouville theory,* Phys. Lett. B **581**, 133 (2004).

[J24] G. Jorjadze, G. Weigt,*Quantization of gaugedSL(2,R) WZNWtheories,* Fortsch. Phys. **51**, 753 (2003).

[J25] G. Jorjadze, G. Weigt, *Poisson structure and Moyalquantisaton of the Liouville theory,* Nucl. Phys. B **619**, 232 (2001).
[J26] C. Ford, G. Jorjadze, G. Weigt,*Causal Poisson brackets of the SL(2,R) WZNW model and its coset theories,*Phys. Lett. B **514**, 413 (2001).
[J27]C. Ford, G. Jorjadze, G. Weigt, *Integration of the SL(2,R)/U(1) gauged WZNW theory by reduction and quantum parafermions,* Theor. Math. Phys. **128**, 1046 (2001).

მონოგრაფიები:

[B1] V. Gogokhia and G.G. Barnafoldi, The Mass Gap and its Applications, 252 pp. (Word Scientific (WS), Singapore, 2013).

<u>თემა 9:</u> მარტინგალური მეთოდების გამოყენება სტოქასტურ ფინანსთა თეორიაში, ასიმპტოტურ სტატისტიკასა და ოპტიმალურ მართვაში. ზღვარითი თეორემები და წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი

შემსრულებელი: ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილება

მკვლევართა ჯგუფი: მ. მანია (ჯგუფის ხელმძღვანელი), თ. ტორონჯაძე, ნ. ლაზრიევა, ო. ფურთუხია.

თემის მოკლე აღწერა:

ოპტიმალური ინვესტირების და ჰეჯირების შეცდომის მინიმიზაციის ამოცანები თანამედროვე ფინანსური მათემატიკის საბაზისო ოპტიმიზაციის ამოცანებს წარმოადგენს. მათი ამოხსნა მჭიდროდ არის დაკავშირებული ფინანსური ვალდებულებების ფასდადებასთან და ამ საკითხების შესწავლას უამრავი გამოკვლევა ეძღვნება. პრაქტიკული გამოყენებების თვალსაზრისით, არსებითია ამ ამოცანების გადაწყვეტა შეზღუდული ინფორმაციისა და მოდელის განუზღვრელობის პირობებში. ჩვენ ყურადღებას გავამახვილებთ ორ მნიშვნელოვან შემთხვევაზე: 1) როდესაც დაკვირვებადი ნაკადი არ შეიცავს სრულ ინფორმაციას საბაზისო აქტივების ფასებზე და 2) როდესაც საბაზისო აქტივების საშუალო ამონაგებისა და ვოლატილობის მხოლოდ დასაშვები მნიშვნელობებია ცნობილი; რომლებიც სამეცნიერო ლიტერატურაში თითქმის არ არის შესწავლილი და ამ ამოცანების გადაჭრა პრინციპულ სიძნელებთანაა დაკავშირებული.

მნიშვნელოვანია სარგებლიანობის მაქსიმიზირების ამოცანასთან დაკავშირებული დინამიური ფასის ფუნქციისა და ოპტიმალური კაპიტალის პროცესის რეგულარობის თვისებების შესწავლა როგორც მთელ, ისე ნახევარღერძზე განსაზღვრული მიზნობრივი ფუნქციებისთვის. ჩვენს მიერ გამოყვანილია პირდაპირი და შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები ოპტიმალური კაპიტალის და ოპტიმალური მარტინგალური ზომის წარმოებულებისთვის. შევისწავლით კავშირს ოპტიმალური ინვესტირების საბაზისო და პირობით ამოცანებს შორის. პირობითი ამოცანის შესაბამისი ოპტიმალური სტრატეგიას წარმოვადგენთ საბაზისო ამოცანის ოპტიმალური სტრატეგიისა და ოპტიმალური კაპიტალის შებრუნებულის საშუალებით. შევისწავლით ზემოაღნიშნული განტოლებების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობებს.

გაგრძელდება კვლევები ანტისიპატიური სტოქასტური ანალიზისა და სტოქასტური ფინანსური მათემატიკის მიმართულებებით. კერძოდ, კვლევები მიმართული იქნება სტოქასტური აღრიცხვის ისეთი თანამედროვე იარაღის გამოყენებაზე როგორიცაა მალივენის აღრიცხვა და ზოგადი სახის სტოქასტური ინტეგრალის ფაქიზი თვისებების შესწავლა უწყვეტი სემიმარტინგალის ნულების სიმრავლეზე. საბოლოო ჯამში, გარდა საკუთრივ დიდი თეორიული

მნიშვნელობისა, ეს უკავშირდება სხვადასხვა სახის ევროპული და ამერიკული ტიპის ოფციო-ნების ფასდადებისა და ჰეჯირების პრობლემატიკას, სადაც ძირითადი აქცენტები კონცენტრი-რებული იქნება არაგლუვ გადასახადის ფუნქციებზე. ჩვენი ამოცანაა ვინერის და პუასონის ფუნქციონალების მაქსიმალურად ფართო კლასის აღწერა, სადაც მოხერხდება ოკონე-ჰაუსმან-კლარკის ფორმულის განზოგადება, ასევე ბურკჰოლდერ-დევის-განდის ტიპის ენერგეტიკული უტოლობების გავრცელება. პარალელურად შევისწავლით ვინერის და პუასონის ფუნქციონა-ლების იტოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენის პრობლემას და გირსანოვის თეორემის განზოგადოებას ზოგად ბანახის სივრცეში. ჩვენ ვგეგმავთ შევისწავლოთ ჰეჯირების პრობლემატიკა ე. წ. ეგზოტიკური ოფციონებისთვის, სადაც გადასახადის ფუნქცია წარმოადგენს ბინარული და აზიური ოფციონების გარკვეულ კომბინაციას, როგორც ბაშელიეს ისე ბლეკ-შოულსის ფინანსურ საბაზრო მოდელებში.

ჩვენ აგრეთვე შევისწავლით რობასტული ჰეჯირების შესაბამის მინიმაქსურ ოპტიმიზაციის ამოცანებს, გამოვიკვლევთ ოპტიმალური სტრატეგიების არსებობის პირობებს და უცნობი პარამეტრის შეფასებების ასიმპტოტურ ყოფაქცევას.

შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკის ერთერთი მნიშვნელოვანი მიმართულებაა ზოგად სტატისტიკურ მოდელებში შემავალი სასრულგანზომილებიანი პარამეტრის შეფასების ასიმპტოტური თეორია. წინა საუკუნის სამოცდაათიანი წლებიდან ამ მიმართულებით ინტენსიურად მუშაობდნენ ისეთი ცნობილი მეცნიერები, როგორებიცაა ე. იბრაგიმოვი, მ. ნეველსონი, რ.ხასმინსკი, ჟ. ჟაკო, ჯ. ველნერი, პ.ხიუბერი ა,შირიაევი, რ ლიპცერი ა.ალბერტი , ჰ.გარდნერი და სხვები. ოთხმოციანი წლებიდან მოყოლებული დღემდე ამ მიმართულებით კვლევა ინტენსიურად მიმდინარეობს და მომავალშიც გაგრძელდება ინსტიტუტის ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის განყოფილების თანამშრომელთა ერთი ჯგუფის მიერ (იხ. შესაბამისი პუბლიკაციები). აღსანიშნავია რომ ზემოხსენებული ავტორების ნაშრომები შემოიფარგლებოდა კერძო მოდელებით: დამოუკიდებელი ერთნაირად განაწილებული

დაკვირვებები, დიფუზიური პროცესები,წერტილოვანი პროცესები და სხვა. ჩვენს მიერ რ.ჩიტაშვილთან ერთად შემოღებული იყო სემიმარტინგალებთან ასოცირებული სტატისტიკური პარამეტული მოდელის ცნება, რომელიც იძლევა შესაძლებლობას ყველა კერძო მოდელი შესწავლილი იყოს ერთნაირი მიდგომით, როგორც ზოგადი მოდელის სპეციალური შემთხვევები. აქვე აღსანიშნავია ავტორების მიერ ე.წ. M–შეფასებების ცნების განზოგადოება სემიმარტინალებთან ასოცირებული მოდელებისათვის. M-შეფასებები კი განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენენ რობასტულ სტატისტიკაში .

გამოკვლეული იქნება ზოგადი სტატისტიკური მოდელებისათვის სხვადასხვა ტიპის შეფასებების აგების მეთოდები, მათი ასიმპტოტური თვისებები, შეფასებათა რობასტულობის საკითხები მოდელის შეშფოთების პირობებში.

ჩვენ ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას ამ პრობლემების სტატისტიკური და გამოთვლითი ასპექტების შესწავლაც წარმოადგენს. მნიშვნელოვანი ყურადღება დაეთმობა რობასტული და რეკურსიული შეფასებების აგებას ზოგადი სემიმარტინგალური მოდელებისათვის.

კვლევათა პრობლემატიკა

1. დიფუზიური პროცესების სემიმარტინგალური ფუნქციებისა და არაწინმსწრები ფუნქციონალების აღწერა
2. ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციის ანალიტიკური თვისებების შესწავლა ზოგადი მიზნობრივი ფუნქციისთვის.
3. ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციისთვის შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების გამოყვანა და ამ განტოლების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობების შესწავლა.
4. სარგებლიანობის მაქსიზირებისა და ჰეჯირების ამოცანები შეზღუდული ინფორმაციისა და მოდელის განუზღვრელობის პირობებში

5. სემიმარტინგალური სტატისტიკური მოდელებისთვის მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რეკურსიული და რობასტული შეფასების ამოცანის შესწავლა
6. რობასტული ჰეჯირების ამოცანის შესწავლა დიფუზიური სტოქასტური ვოლატილობის მდეებსათვის, რომელიც შეიცავს როგორც განუსაზღვრელი ვოლატილობის, ისე განუსაზღვრელი გადატანის კოეფიციენტის შემთხვევებს.
7. რობინს–მონროს ტიპის მრავალგანზომილებიანი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის ასიმპტოტური თვისებების კვლევა
8. სემიმარტინგალებთან დაკავშირებული სტატისტიკური მოდელებისთვის მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რობასტული და რეკურსიული შეფასებები, მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის შეფასების პრობლემა ხელშემშლელი პარამეტრის არსებობის შემთხვევაში (პირდაპირი და ირიბი პროექტირების მეთოდი), რობასტული ჰეჯირების პრობლემა.
9. არაგლუვი ვინერის ფუნქციონალების კონსტრუქციული სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენები.
10. არაგლუვი გადასახადის ფუნქციების მქონე სხვადასხვა ევროპული ოფციონების მაჰეჯირებელი სტარტეგიების აგება.
11. ვინერის და პუასონის ფუნქციონალების იტოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენის პრობლემა და გირსანოვის თეორემის განზოგადოება ზოგად ბანახის სივრცეში.

მ. მანია (ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის ფასის ფუნქციისა და ოპტიმალური სტრატეგიების დახასიათება სრული და შეზღუდული ინფორმაციის პირობებში. სემიმარტინგალური ფუნქციონალების აღწერა)

ჩვენ შევისწავლით ოპტიმალური ინვესტირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციის რეგულარობის თვისებებს. ამ თვისებების შესწავლა საშუალებას მოგვცემს ვაჩვენოთ, რომ ფასის ფუნქცია გარკვეულ შექცეულ სტოქასტურ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებას აკმაყოფილებს, ხოლო ამ განტოლების ამონახსნის გამოყენებით შესაძლებელია ოპტიმალური სტრატეგიების კონსტრუქციული გზით მოცემა. ჩვენ შევისწავლით ამ ამოცანებს როგორც სრული, ისე არასრული ინფორმაციული ნაკადის პირობებში.

ოპტიმალური ინვესტირების ამოცანა პირველად შეისწავლა მერტონმა (1973) კლასიკური ბლეკ-შოულსის მოდელისთვის და სტანდარტული სარგებლიანობის ფუნქციებისთვის. პლისკამ (1986), კოქსმა და ჰუანგმა (1989) და კარატზასმა (1987) დაამტკიცეს, რომ სრული ფინანსური ბაზრებისთვის ოპტიმალური სტრატეგია მხოლოდ მუდმივით მამრავლით განსხვავდება მარტინგალური ზომის სიმკვრივისგან, რომელიც ერთადერთია სრული ბაზრის შემთხვევაში. ჰიმ და პირსონმა (1991) და ისევ კარატზასმა (1991) აჩვენეს, რომ იტოს პროცესებით აღწერილ არასრული ბაზრის შემთხვევაში ეს მიდგომა გვაძლევს ოპტიმალური სტრატეგიის დუალურ დახასიათებას მარტინგალური ზომების საშუალებით. კრამკოვისა და შახერმაიერის მიერ ეს მიდგომა განზოგადებულ იქნა ზოგადი სემიმარტინგალური მოდელებისთვის და ზოგადი მიზნობრივი ფუნქციებისთვის, დუალური ამოცანის განსაზღვრის არის გაფართოვებით.

ეს მიდგომები ძირითადად გვაძლევს საბაზისო ამოცანის დუალურ ამოცანაზე დაყვანის შესაძლებლობას. მაგრამ დუალური ამოცანა, რომელიც შესაფერისი მარტინგალური ზომის პოვნაში მდგომარეობს, არასრული ფინანსური ბაზრებისთვის თავისთავად საკმაოდ რთულ ამოცანას წარმოადგენს და მისი კონსტრუქციული ამოხსნა მხოლოდ ძალიან კერძო შემთვევებშია ცნობილი.

მ. მანიამ და რ. თევზაძემ გამოიყვანეს შექცეული სტოქასტური კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლება (რომელიც სტოქასტური ბელმანის განტოლების როლს თამაშობს) პირდაპირ საბაზისო (პირველადი) ოპტიმიზაციის ამოცანისთვის და აჩვენეს, რომ დინამიური პროგრამირების მეთოდის გამოყენება უშუალოდ პირველადი ამოცანისთვის ბევრ შემთხვევაში უკეთეს შედეგს გვაძლევს, საყოველთაოდ მიღებულ დუალურ მეთოდთან შედარებით.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა.

განტოლება, რომელიც ჩვენს მიერ ზემოაღნიშნული ამოცანის ფასის პროცესისთვის არის გამოყვანილი, წარმოადგენს ჩვეულებრივ შექცეულ სტოქასტურ განტოლებას სტანდარტული (ექსპონენციალური, ხარისხოვანი და ლოგარითმული) სარგებლიანობის ფუნქციების შემთხვევაში, ხოლო ზოგადი სარგებლიანობის ფუნქციისთვის ფასის პროცესი აკმაყოფილებს შექცეულ სტოქასტურ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებას. ჩვენს მიერ დამტკიცებული დებულება ვერიფიკაციის თეორემაა, რადგან პირობები პირდაპირ ფასის ფუნქციას და არა საბაზისო ობიექტებს (სარგებლიანობის ფუნქციას და მოდელის მახასიათებლებს) ედება. ამიტომ, ჩვენ არ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ამ განტოლების ამონახსნი არსებობს, (თუმცა სტანდარტული სარგებლიანობის შემთხვევაში აღნიშნული თეორემის ყველა პირობა სრულდება და შესაბამისი შექცეული სტოქასტური განტოლების ამონახსნის არსებობა ამ დებულებიდან გამომდინარეობს). ერთ-ერთი ჩვენი ამოცანაა გამოვიყვანოთ ფასის ფუნქციის დიფერენცირებადობის თვისებები (საკმარისი იტო-ვენცელის ფორმულის გამოყენებისთვის) საბაზისო ობიექტებზე დადებული პირობებზე დაყრდნობით იმისათვის, რომ ვაჩვენოთ, რომ ფასის ფუნქცია ზემოხსენებულ შექცეულ სტოქასტურ კერძოწარმოებულებიან დიფერენციალურ განტოლებას აკმაყოფილებს და ამ გზით დავამტკიცოთ ამ განტოლებისთვის ამონახსნის არსებობა.

ამ განტოლების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობების შესწავლა აქტუალურია, რადგან მისი ამონახსნის საშუალებით ხერხდება ოპტიმალური სტრატეგიების აგება და ამ განტოლების ამონახსნის არსებობა ამ ტიპის განტოლებების თეორიის არსებული შედეგებიდან არ გამომდინარეობს.

ამ მიმართულებით მოსალოდნელია შემდეგი შედეგის მიღება:

თუ მიზნობრივი ფუნქცია ორჯერ უწყვეტად დიფერენცირებადია და საბაზისო აქციის ფასი აკმაყოფილებს სტრუქტურულ პირობას, მაშინ ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქციაც იქნება ორჯერ უწყვეტად დიფერენცირებადი და მისი პირველი წარმოებული წარმოადგენს სემიმარტინგალს, რომლის სასრული ვარიაციის ნაწილი აბსოლუტურად უწყვეტია განტოლების მამოძრავებელი მარტინგალის მახასიათებლის მიმართ.

ფასის პროცესის აღნიშნული თვისებები საკმარისია იტო-ვენცელის ფორმულის გამოსაყენებლად, საიდანაც მივიღებთ, რომ ოპტიმალური ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანის შესაბამისი ფასის ფუნქცია წარმოადგენს შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ერთადერთ ამონახსნს და ოპტიმალური კაპიტალის პროცესი პირდაპირი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნით მოიცემა.

ჩვენი ერთ-ერთი მიზანია ინვესტირებისა და ჰეჯირების ამოცანების შესწავლა შეზღუდული ინფორმაციის პირობებში.

ფინანსურ ვალდებულებათა ფასდადებისა და ჰეჯირების ამოცანაში ჩვეულებრივ უშვებენ რომ ოპტიმალური სტრატეგიების აგებისას შესაძლებელია ბაზარზე არსებული მთელი ინფორმაციის გამოყენება. თუმცა, როგორც წესი, ინვესტორს მხოლოდ შეზღუდული ინფორმაცია მიეწოდება. მაგალითად, ინვესტორი შეიძლება სრულად აკვირდებოდეს აქტივთა ფასებს, მაგრამ ამ აქტივთა საშუალო ამონაგები დამოკიდებული იყოს დაუკვირვებად ფაქტორებზე, შეიძლება აქციის ფასებზე დაკვირვებები გვქონდეს მხოლოდ დროის დისკრეტულ მომენტებში, ან მონაცემები მივიღოთ გარკვეული დაგვიანებით. შესაძლებელია აგრეთვე, რომ ინვესტორს სურდეს არადაკვირვებად აქტივზე დამოკიდებული ფინანსური ვალდებულების ჰეჯირება და ჰქონდეს შესაძლებლობა დააკვირდეს მხოლოდ ძირითად აქტივთან კორელირებულ სხვა აქტივთა ფასებს. ასეთ შემთხვევებში, ინვესტორი იძულებულია მიიღოს გადაწყვეტილება ნაწილობრივ ინფორმაციაზე დაყრდნობით.

საშუალო კვადრატული ჰეჯირების ამოცანა არასრული ინფორმაციის პირობებში პირველად შეისწავლეს დი მაზიმ, პლატენმა და რუნგალდიერმა (1995), იმ შემთხვევაში როდესაც აქციის ფასის პროცესი მარტინგალია, ხოლო ფასებზე დაკვირვება ხდება მხოლოდ დროის დისკრეტულ მომენტებში. ზოგადი ფილტრაციის შემთხვევაში, როდესაც ფასის პროცესი ისევ მარტინგალია, ეს ამოცანა გადაწყვიტა შვეიცერმა (1996) ჭვრეტადი პროექციის

თეორემის გამოყენებით. ფამმა (2001) განიხილა ზოგადი სემიმარტინგალური მოდელი იმ დაშვებით, რომ დაკვირვებადი ნაკადი შეიცავს სრულ ინფორმაციას საბაზისო აქტივის ფასებზე. M შევნიშნოთ, რომ ეს უკანასკნელი პირობა არ სრულდება იმ ბუნებრივ შემთხვევებში, როდესაც აქტივის ფასებზე ინფორმაცია დაგვიანებით მიიღება, ან როდესაც გვაქვს ფასებზე ინფორმაცია მხოლოდ დროის დისკრეტულ მომენტებში. მ. მანიამ, რ. თევზაძემ და თ. ტორონჯაძემ (2008) ამოხსნეს ეს ამოცანა იმ შემთხვევაში, როდესაც დაკვირვებადი ნაკადი სრულ ინფორმაციას არც საბაზისო აქტივების ფასებს შეიცავს და როდესაც საბაზისო აქტივის ფასები უწყვეტი სემიმარტინგალებით აღიწერება. ამავე კონტექსტში სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანა შესწავლილია მ. მანიასა და მ. სანტაკროჩეს (2010) ნაშრომში ეხპონენციალური მიზრობრივი ფუნქციისთვის.

კვლევის ერთ-ერთ ძირითად სიახლეს წარმოადგენს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციისა და ჰეჯირების ამოცანის გამოკვლევა იმ შემთხვევებში, როდესაც დაკვირვებადი ნაკადი არ შეიცავს საბაზისო აქტივების ფასებზე სრულ ინფორმაციას და საბაზისო აქტივების ფასები მარჯვნიდან უწყვეტი სემიმარტინგალებით აღიწერება. ამოცანის ამ პირობებში შესწავლა აქტუალურია, რადგან ის მოიცავს როგორც დისკრეტულ, ისე დაგვიანებული დაკვირვებების შემთხვევებს. ჩვენ შევისწავლით აგრეთვე ნაწილობრივი ინფორმაციის საკმარისობის პირობებს სარგებლიანობის მაქსიმიზაციის ამოცანაში. მოვიყვანთ საკმარის (და აუცილებელ) პირობებს, რომელიც უზრუნველყოფს მოცემული ნაკადის საკმარისობას. ჩვენი კვლევის ერთ-ერთი მიზანია შევისწავლოთ სარგებლიანობის მაქსიმიზირების ამოცანა ოპერაციული დანახარჯების გათვალისწინებით. ჩვენ გამოვიყვანთ არეკლილ შექცეული სტოქასტურ განტოლებას ამ ამოცანის ფასის პროცესისთვის და შევეცდებით დავახასიათოთ უმოქმედობის არის საზღვრები.

თემასთან დაკავშირებულია შემდეგი ნაშრომები:

[1] **M. Mania**, A general problem of an optimal equivalent change of measure and contingent claim pricing in an incomplete market, Stochastic Processes and their Applications, Vol. 90, No. 1, (2000), pp. 19-42.

[2] **M. Mania** and R. Tevzadze, Semimartingale functions for a class of diffusion processes, Theory Probab. Appl. Vol. 45, No. 2 (2000), pp. 337-343.

[3] **M. Mania,** M. Santacrce and R. Tevzadze, A semimartingale backward equation related to the p-optimal martingale measure and the lower price of a contingent claim. Stochastic processes and related topics, Stochastics Monogr., Vol. 12, Taylor and Francis, London, (2002), pp. 189-212

[4] **M. Mania** and R. Tevzadze, Backward stochastic PDE and hedging in incomplete markets, Proc. A. Razmadze Math. Inst., Vol. 130 (2002), pp. 39-72

[5] **M. Mania,** M. Santacrce and R. Tevzadze, A semimartingale BSDE related to the minimal entropy martingale measure, Finance and Stochastics, Vol. 7, No. 3, (2003), pp. 385-402

[6] **M. Mania** and R. Tevzadze, Backward Stochastic PDE and Imperfect Hedging, Journal of Theoretical and Applied Finance, Vol. 6, No. 7, (2003), pp. 663-692

[7] **M. Mania** and R. Tevzadze, A Unified Characterization of the q-optimal and minimal entropy martingale measures. Georgian Math. J. 10, No. 2, (2003), pp. 289-310

[8] **M. Mania** and R. Tevzadze, A semimartingale Bellman equation and the variance-optimal martingale measure under general information flow, SIAM Journal on Control and Optimization, 42 (2003), pp. 1703-1726

[9] **M. Mania** and M. Schweizer, Dynamic exponential indifference valuation, Annals of Applied Probability, Vol. 15, N. 3, (2005), pp.2113-2143

[10] **M. Mania** and R. Tevzadze, Martingale equation of exponential type, Electronic communication in probability, Vol. 11,(2006), pp. 206-216

[11] T. Kavtaradze, N. Lazrieva, **M. Mania** and P. Mulliere,A bayesian - martingale approach to the general disorder problem, Stochastic Processes and their Appl., Vol.117, (2007), pp. 1093–1120

[12] **M. Mania** and R. Tevzadze, Backward stochastic partial differential equations related to utility maximization and hedging, Journal of Mathematical Sciences, Vol. 153, No. 3, 2008, pp. 292-376

[13] **M. Mania**, R. Tevzadze and **T. Toronjadze,** Mean-variance Hedging Under Partial Information, SIAM Journal on Control and Optimization, Vol. 47, N. 5, (2008) , pp. 2381-2409

[14] **M. Mania**, R. Tevzadze and **T. Toronjadze** , L^2-approximating pricing under restricted information, “Applied Mathematics and Optimization”, Vol. 60, N. 1, (2009), pp. 39-70

[15] **M. Mania** and R. Tevzadze, Backward stochastic PDEs related to utility maximization problem, Georgian Mathematical Journal, Vol. 17, N 4, (2010) , pp. 705- 741

[16] **M. Mania** and M. Santacroce, Exponential hedging under partial information, “Finance and Stochastics”, Vol. 14, N. 3, (2010), pp. 419-448

[17] **M. Mania**, R. Tevzadze and **T. Toronjadze**, Mean-Variance Hedging Under Partial Information, Stochastic Control, Chris Myers (Ed.), Publisher: Sciyo, (2010), Chapter 28, pp. 581-609

[18] M. Jeanblanc , **M. Mania**, M. Santacroce and M. Schweizer, Mean-variance hedging via stochastic control and BSDEs for general semimartingales, Annals of Applied Probability, Vol. 22, No. 6, (2012), pp. 2388-2428

[19] B. Chikvinidze and M. Mania, New proofs of some results on BMO martingales using BSDEs, Journal of Theoretical Probability, Vol. 27, N. 4, (2014) pp. 1213-1228

[20] **M. Mania** and R. Tevzadze, On the properties of dynamic value functions in the problem of optimal investment in incomplete market, Georgian Mathematical Journal. Vol. 22, Issue 1, (2015), pp. 111-130.

[21] **M. Mania** and R. Tevzadze, On regularity of dynamic value function related to the utility maximization problem, Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute V. 168, (2015), pp. 63–77 .

[22] **M. Mania** and R. Tevzadze, The relation between the basic and conditional utility optimization problems, Proceedings of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Vol. 65. (2015), 8 pages

[23] **M. Mania** and R. Tevzadze, A System of FBSDEs Related to the Utility Maximization Problem Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, V.31,pp.137-142, (2017)

[24] **M. Mania** and R. Tevzadze, Connections between a system of Forward-Backward SDEs and Backward Stochastic PDEs related to the utility maximization problem, materials of the conference “ Application of random processes and mathematical statistics in financial economics and social sciences II”, GAU, Tbilisi, 27-32, (2017)

[25] **M. Mania** and R. Tevzadze, On regularity of primal and dual dynamic value functions related to investment problem and their representations as BSPDE solutions, SIAM Journal on Financial Mathematics, Vol. 8, pp. 483-503, (2017)

[26] **M. Mania** and R. Tevzadze, Connections between Forward- Backward SDEs and Backward Stochastic PDEs related to optimal investment problem, to appear in Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute**,** 18 pages, (2018).

ნ. ლაზრიევა და თ. ტორონჯაძე (სემიმარტინგალებთან დაკავშირებული სტატისტიკური მოდელებისთვის მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რობასტული და რეკურსიული შეფასებები, მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის შეფასების პრობლემა ხელშემშლელი პარამეტრის არსებობის შემთხვევაში (პირდაპირი და ირიბი პროექტირების მეთოდი), რობასტული ჰეჯირების პრობლემა)

ამოცანა 1.რობასტული შეფასება.

რობასტულობის კონცეფცია განაწილების უცნობი პარამეტრის სტატისტიკური შეფასების კონტექსტში დამოუკიდებელი ერთნაირი განაწილების მქონე დაკვირვებების შემთხვევაში პირველად პ. ჰიუბერის მიერ იყო გამოყენებული. ამ მიდგომის აზრი შემდეგია: ვთქვათ საჭიროა სიმეტრიული განაწილების საშუალოს შეფასება. თუ შეფასება ემყარება 'სუფთა' დაკვირვებას, მაშინ ეფექტური შეფასება არის შერჩევითი საშუალო. მაგრამ, თუ დაკვირვება 'გამრუდებულია' გარეგანი ფაქტორების ზემოქმედებით, მაშინ ვითარება რადიკალურად განსხვავებულია. ჰუბერმა შემოიყვანა ე.წ. ერთიანი ცდომილების მოდელი (ნამდვილი განაწილების მიდამო) და აჩვენა, რომ ოპტიმალური განაწილება არის მაქსიმალური დასაჯერებლობის შეფასება აგებული ე.წ. ყველაზე ნაკლებად მისაღები განაწილებისთვის. ჩვენს მიერ განზოგადოებული იყო ჰიუბერის მიდგომა ზოგადი სტატისტიკური მოდელებისათვის ერთგანზომილებიანი პარამეტრის შეფასების ამოცანაში.შემდგომი კვლევის მიზანს წარმოადგენს მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რობასტული შეფასება და სხვადასხვა კონკრეტული სქემების განხილვა.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა

როგორც წესი, პრაქტიკულ გამოყენებებში სტატისტიკური მოდელი „გაჭუჭყიანებულია“, რაც გულისხმობს იმას, რომ მასში მცირე დოზითაა შერეული სხვა მოდელიდან მოსული დაკვირვებები , რომელთა წონა მცირდება დაკვირვებებათა ჰორიზონტის ზრდასთან ერთად –ე.წ. კონტიგუალური ალტერნატივები. ასეთ შემთხვევაში ტრადიციული მეთოდებით აგებული შეფასებები არამდგრადია და საჭირო ხდება შეფასებათა კლასის გაფართოვება (M –შეფასებები) და ამ კლასში გარკვეული მინიმაქსური კრიტერიუმის თვალსაზრისით ოპტიმალური (რობასტული) შეფასების აგება. ჩვენი შემდგომი კვლევის მიზანია სემიმარტინგალებთან დაკავშირებული სტატისტიკური მოდელებისთვის მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის რობასტული შეფასების თეორიის განვითარება ისეთი სიზოგადით, რომ შესაძლებელი გახდეს სპეციალური მოდელების ერთიან სქემაში მოქცევა.

ამოცანა 2. რეკურსიული შეფასება.

როგორც კარგადაა ცნობილი სტატისტიკური მოდელის პარამეტრის შეფასებისას საჭიროა ე.წ. შემფასებელი არაწრფივი სტოქასტური განტოლების(დასაჯერობის მაქსიმუმის განტოლება, M- შეფასების განტოლება) ამოხსნა, რაც თავისთავად საკმაოდ რთულ ამოცანას წარმოადგენს, ამას ემატება ისიც რომ ყოველი ახალი დაკვირვების გამოჩენისას აუცილებელი ხდება ხსენებული განტოლების ხელახლა ამოხსნა. ამ სირთულის თავიდან აცილების შესაძლებლობას იძლევა პარამეტრის შეფასების ისეთი რეკურსიული პროცედურის შემუშავება, რომელსაც იგივე ასიმპტოტური თვისებები ექნება, რაც განტოლების ამოხსნით მიღებულ შეფასებას. ასეთი პროცედურების აგების ზოგადი მეთოდი სემიმარტინგალური სტატისტიკური მოდელებისათვის შემუშავებული იყო განყოფილების თანამშრომლების რ,ჩიტაშვილის, ნ. ლაზრიევასა და თ. ტორონჯაძის მიერ. მათ მიერვე გამოკვლეული იყო რეკურსიული პროცედურების ასიმპტოტური თვისებები ერთგანზომილებიანი პრამეტრის შემთხვევაში. მეტად მნიშვნელოვანია მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის შემთხვევის განხილვაც. რაც შემგომი კვლევის მიზანია.

შემდგომი კვლევის მიზანს აგრეთვე წარმოადგენს **რობინს–მონროს ტიპის მრავალგანზომილებიანი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების** ამონახსნის ისეთი ასიმპტოტური თვისებების კვლევა, როგორებიცაა კრებადობა, კრებადობის სიჩქარე, ასიმპტოტური განაწილების დახასიათება, პოლიაკის გასაშუალებული პროცედურების ყოფაქცევა. რობინს–მონროს ტიპის ერთგანზომილებიანი განტოლება შემოღებული და შესწავლილი იყო ნ.ლაზრიევასა და თ. ტორონჯაძის მიერ. ეს განტოლება იმითაა საინტერესო, რომ ის ერთდროულად მოიცავს რობინს–მონროს სტოქასტური აპროქსიმაციისა და რეკურსიული შეფასების პროცედურებს და მათი ერთიანი მიდგომით შესწავლის შესაძლებლობას იძლევა. შეფასების თეორიის ენაზე ამონახსნის კრებადობა ნიშნავს რეკურსიული შეფასების ძალმოსილებას, ხოლო ამონახნის ასიმპტოტური განაწილება იძლევა შეფასების განაწილებას. სტოქასტური აპროქსიმაციის ენაზე კი კრებადობა ნიშნავს ფუნქციის უცნობი ფესვისაკენ კრებადობას იმ პირობებში, როდესაც მოცემულ წერტილში ფუნქციის მნიშვნელობაზე დაკვირვება შესაძლებელია მხოლოდ ხმაურით. პოლიაკის გასაშუალების პროცედურის გამოყენება ხშირ შემთხვევაში ზრდის კრებადობის სიჩქარეს, რაც გამოთვლითი თვალსაზრისით მეტად მნიშვნელოვანია. ამდენად აღნიშნული კვლევა საკმაოდ აქტუალურია.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა

კვლევის სიახლე და აქტუალობა განპირობებულია იმით რომ ის შესაძლებელს ხდის კერძო მოდელების ერთიან სქემაში მოქცევას და ისეთი შეზღუდვების თავიდან აცილების შესაძლებლობას ,როგორიცაა, მაგალითად , მარკოვულობის თვისების მოთხოვნა.

ამოცანა 3. რობასტული ჰეჯირება

რობასტული ჰეჯირების ამოცანის გადაწყვეტისას მართვის თეორიის მიდგომისაგან განსხვავებით ჩვენ გამოვიყენებთ ე.წ. რობასტული სტატისტიკის მიდგომას. ჩვენ განვიხილავთ სტოქასტური ვოლატილობის მრავალგანზომილებიან მოდელს, რომელშიც ლატენტური

სტოქასტური ვოლატილობის პროცესი წარმოადგენს დიფუზიურ პროცესს „მცირე“ ხმაურით,რომლის გადატანის კოეფიციენტი შეიცავს მრავალგანზომილებიან უცნობ პარამეტრს. ეს მოდელი ანალოგიურია რენალტის და ტოუზის მიერ შემოთავაზებული მოდელისა. განსხვავება მხოლოდ ისაა, რომ ჩვენს მიერ განიხილება მცირე დიფუზიის შემთხვევა, რომელიც დაკავშირებულია იმ დაშვებასთან, რომ თავად ვოლატილობის პროცესის ვოლატილობა მცირეა. ეს დაშვება საშუალებას გვაძლევს გამოვიყენოთ მოკლე აღსრულების ვადის მქონე ოფციონების ფასები ვოლატილობის პროცესის ფილტრაციისა და პარამეტრის შეფასების მიზნებისათვის. ცნობილია, რომ ვოლატილობის პროცესი არადაკვირვებადია,რაც ართულებს პარამეტრის შეფასების პრობლემას და მოითხოვს პროცესების სტატისტიკის თითქმის სრული არსენალის (ფილტრაცია, პარამეტრის რობასტული შეფასება, ზღვარითი თეორემები და ა.შ.) გამოყენებას. ჩვენ განვიხილავთ საშუალო–კვადრატული აზრით ჰეჯირების ამოცანას,სადაც ოპტიმალური სტრატეგიის აგება ითხოვს ვოლატილობის პროცესის მოდელის ზუსტ ცოდნას და ამგვარად აუცილებელი ხდება ამ მოდელში შემავალი უცნობი პარამეტრის შეფასება,რაც ჩვენი შემდგომი კვლევის ამოცანას წარმოადგენს.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა

პრაქტიკულ გამოყენებებში მეტად მნიშვნელოვანია ისეთი სიტუაციის განხილვა, როდესაც აქტივის ფასის აღმწერი მოდელი არასრულადაა ცნობილი და ამ აქტივზე დადებული ოფციონის მაჰეჯირებელი სტრატეგიების აგება მოითხოვს გარკვეული მინიმაქსური ამოცანის ამოხსნას. ჩვენი მიდგომა განსხვავებულია მართვის თეორიის მიდგომისაგან და ჩვენი შემდგომი კვლევის ობიექტს წარმოადგენს.

ამოცანა 4. ხელშემშლელი პარამეტრის შემთხვევა.

მრავალი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტისას ტიპიურია სიტუაცია,როდესაც სტატისტიკურ მოდელში შემავალი მრავალგანზომილებიანი პარამეტრის მხოლოდ ერთი ნაწილის შეფასება წარმოადგეს ინტერესს,დარჩენილი ნაწილი კი ითვლება ხელშემშლელად. ამ შემთხვევაში აქტუალურია პარამეტრის შფასების ამოცანა ხელშემშლელი პარამეტრის არსებობის პირობებში. ნ.ლაზრიევასა და თ ტორონჯაძის მიერ შემუშავებული იყო პირდაპირი და ირიბი პროექტირების მეთოდი ერთგანზომოილებიანი ხელშემშლელი პარამეტრის შემთხვევაში. საინტერესოა ამ მეთოდის განზოგადოება მრავალგანზომილებიან შემთხვევაშიც.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა

გარდა ამოცანაში აღნიშნული მიზნისა ჩვენ ინტერესს წარმოადგენს პროექტირებით მიღებული შემფასებელი განტოლების ამოხსნის ნაცვლად შევიმუშავოთ რეკურსიული შეფასების ასაგები პროცედურები და შევისწავლოთ მათი ასიმპტოტური თვისებები დაკვირვებათა ჰორიზონტის ზრდის შემთხვევაში.

თემასთან დაკავშირებულია შემდეგი ნაშრომები:

[1] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Joint asymptotic distribution of the maximum likelihood estimator and *M*-estimator. *Probability theory and mathematical statistics (Kyoto, 1986),* 259-266, *Lecture Notes in Math.*, 1299, *Springer, Berlin,* 1988.

[2] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Itô-Ventzel’s formula for semimartingales, asymptotic properties of MLE and recursive estimation. *Lecture Notes in Control and Information Sci.,* 96, 346-355. *Springer-Verlag, Berlin,* 1987.

[3] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Asymptotic properties of an *M*-estimate in a general statistical experiment scheme. (Russian) *Statistics and control of random processes (Russian) (Preila, 1987),* 105-112, *“Nauka”, Moscow,* 1989.

[4] R. Chitashvili, **N. Lazrieva and Toronjadze,** Asymptotic theory of *M*-estimators in general statistical models, *Centre for Mathematics and Computer Sciences, Amsterdam, Netherlands,* 1990, Report BS-R9019, 1-31.

[5] R. Chitashvili, **N. Lazrieva and Toronjadze,** Asymptotic theory of *M*-estimators in general statistical models. On asymptotic behaviour of estimators in the presence of nuisance parameters *Centre for Mathematics and Computer Sciences, Amsterdam, Netherlands,* 1990, Report BS-R9020, 1-31.

[6] **N. Lazrieva and Toronjadze**, On stable *M*-estimators in the partial likelihood scheme *New trends in probability and statistics, Vol. 1 (Bakuriani, 1990),* 567-596, *VSP, Utrecht*, 1991.

[7] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Robust estimators in statistical models with filtration. Shrinking neighbourhoods *Seminarberichte, FachbereichMathematik, Fernuniversität, Hagen, Germany* **48** (1994), 50-68.

[8] **N. Lazrieva,** T**.** Sharia **and Toronjadze**, The Robbins-Monro type stochastic differential equations, I. Convergence of solutions. *Stochastics Stochastics Rep.***61** (1997), No. 1+2, 67-89.

[9] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Robust estimators in discrete time statistical models. Contiguous alternatives , *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***115** (1997), 59-96.

[10] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Influence functionals for discrete time statistical models. Weakly contiguous alternatives, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***115** (1997), 97-120.

[11] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Robust estimators in statistical models associated with semimartingales, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***118** (1998), 73-100.

[12] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The Robbins-Monro type SDE and recursive estimation. *Probability Theory and Mathematical Statistics. Proceedings of the* 7*th International Vilnius Conference*, (*ed.* *B.Grigelionis, et al.*) *Vilnius, Lithuania, August*, 12-18, 1998. *TEV, Vilnius*, 415-428 (1999).

[13] **N. Lazrieva, M. Mania**, G.Mirzashvili, O. Glonti, **T. Toronjadze** and L.Jamburia, Qualitative methods of financial analysis (in Georgian), *Pirveli Stamba, Tbilisi*, 1999, 695 pp.

[14] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The semimartingale statistical models and robust estimation. *Proc. of* 4*th Iranian International Statistical Conference* **1**(1999), 261-303.

[15] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The Polyak weighted averaging procedure for Robbins-Monro type SDE, *Proc. A. Razmadze Math. Inst.***124** (2000), 115-130.

[16] **T. Toronjadze**, Optimal mean-variance robust hedging under asset price model misspecification. *Georgian Math. J.***8** (2001), No. 1, 189-199.

[17] **T. Toronjadze**, Stochastic equations in the problems of semimartingale parameter estimation. *Journal of Mathematical Sciences* **132**, *Kluwer Academic/Consultants Bureau, NewYork,* 2002, 1-240.

[18] **N. Lazrieva and Toronjadze,** General *M*-estimators in the presence of nuisance parameter. Some projections technique. *Georgian Math. J.***10** (2003), No. 2, 271-288.

[19] **N. Lazrieva,** T**.** Sharia **and Toronjadze**, The Robbins-Monro type stochastic differential equations. II. Asymptotic behavior of solutions. *StochasticsStochastics Rep.***75** (2003), No. 3, 153-180.

[20] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Stochastic Volatility Model with Small Noise. Robust Parameter Estimate and Hedging. Report No. LT-001, *A.RazmadzeMath. Inst.,* 2004.

[21] T. Kavtaradze, **N. Lazrieva, M. Mania,** The change-point problem for continuous martingales, *Proc. A. Razmadze Math. Institute*, **137** (2005), 39-63.

[22] T. Kavtaradze, **N. Lazrieva, M. Mania** and P. Mulliere, A bayesian **-** martingale approach to the general disorder problem, *Stochastic Processes and their Applications*, **117** (2007), 1093–1120

[23] **N. Lazrieva,** Sharia **and Toronjadze,** Semimartingae Stochastic approximation procedure and recursive estimation, *Journal of Mathematical Sciences*, **153** (2008), No. 3, 211-261.

[24] **N. Lazrieva and Toronjadze,** Optimal Robust Mean-Variance Hedging in Incomplete Financial Markets, *Journal of Mathematical Sciences*, **153** (2008) No. 3, 262-290.

[25] **N. Lazrieva and Toronjadze,** The Robbins–Monro Type Stochastic Differential Equation III. Polyak's Averaging, *Stochastics An International Journal of Probability and Stochastic Processes*, **82** (2010), issue 2, 165-188.

[26] **M. Mania**, R. Tevzadze and **T. Toronjadze**, Mean-Variance Hedging Under Partial Information, Stochastic Control, Chris Myers (Ed.), Publisher: Sciyo, (2010), Chapter 28, pp. 581-609

[27] **N.Lazrieva and T.Toronjadze**, Recursive estimation procedures for one-dimensional parameter of statistical models associated with semimartingales. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute (2017), Volume 171, Issue 1, 57-75.

[28] **N.Lazrieva and T.Toronjadze**, Recursive estimation of 0ne-dimensional parameter of compound Poisson process. Proceedings of Conference on applications stochastic 3rocesses and mathematical statistics in financial economic and social sciences, Georgian-American University, (2017, 27-28 .09)

ო. ფურთუხია (წინმსწრები სტოქასტური ანალიზი და გამოყენებები სტოქასტურ ფინანსურ მათემატიკაში)

შემთხვევით პროცესთა თეორიაში კვლევის ძირითად საფუძველს წარმოადგენს იტოს კლასიკური სტოქასტური აღრიცხვა და ამჟამად ინტენსიურად განვითარებადი ანტისიპატიური სტოქასტური ანალიზი. ჩვენ შევჩერდებით ანტისიპატიური სტოქასტური ანალიზის იმ პრობლემატიკაზე, რომელიც დაკავშირებულია სტოქასტური გაწარმოების ოპერატორის და სკოროხოდის ინტეგრებადობის ოპერატორის დაფუძნებასა და თვისებების შესწავლასთან. როგორც ცნობილია, ინტეგრების ჩვეულებრივ თეორიაში ინტეგრანდის ზომადობის მოთხოვნა არსებითად ნაკლები შეზღუდვაა, ვიდრე ინტეგრებადობის პირობა, რომელიც გულისხმობს ინტეგრანდის აბსოლუტური მნიშვნელობის გარკვეული აზრით შემოსაზღრულობას. რაც შეეხება იტოს სტოქასტურ ინტეგრალს, აქ სიტუაცია პირიქითაა: გარდა იმისა, რომ ინტეგრანდი ორი ცვლადის ზომადი ფუნქციაა, ის უნდა იყოს შეთანხმებული პროცესი. გასული საუკუნის 70-იანი წლებიდან იყო მრავალი მცდელობა რათა შეესუსტებინათ ინტეგრანდის შეთანხმებულობის პირობა. ასეთი ინტეგრალი აგებულ იქნა სკოროხოდის მიერ 1975 წელს, რისთვისაც მას დასჭირდა ინტეგრანდის გარკვეული აზრით სიგლუვის მოთხოვნა, კერძოდ მისი სტოქასტურად წარმოებადობა. ამ იდეამ შემდგომი განვითარება ჰპოვა Gaveau, Trauber (1982), Nualart, Zakai (1986), Pardoux (1988), Protter, Malliavin (1978) და სხვების შრომებში. კერძოდ, Gaveau და Trauber-მა აჩვენეს, რომ სკოროხოდის სტოქასტური ინტეგრების ოპერატორი ემთხვევა სტოქასტური გაწარმოების (ე. წ. მალივენის) ოპერატორის შეუღლებულს.

მეორეს მხრივ, შემთხვევით პროცესთა თეორიაში განსაკუთრებული ადგილი უკავია ე. წ. მარტინგალური წარმოდგენის თეორემებს. ამ მიმართულებით ცნობილია ერთი საკმაოდ ზოგადი შედეგი, ე. წ. ოკონე–კლარკის ფორმულა (იხ. Haussmann (1979), Ocone (1984)), მაგრამ მისი გამოყენება შეუძლებელია როცა ფუნქციონალს არ გააჩნია სტოქასტური წარმოებული. განსხვავებული მეთოდი „მაქსიმუმის" ტიპის ფინქციონალისათვის ეკუთვნის შირიავსა და იორს (2005). ჩვენი (2005, 2008) მიდგომა კლასიკური იტოს აღრიცხვის ფარგლებში, სობოლევის წონიანი სივრცეების თეორიის საფუძველზე, საშუალებას იძლევა ცხადი სახით ავაგოთ ინტეგრანდი იმ შემთხვევაშიც კი, როცა ფუნქციონალს არ გააჩნია სტოქასტური წარმოებული. ოკონე–კლარკის ფორმულის შემდგომი განზოგადება ეკუთვნით Ma, Protter და Martin–ს (1998) ე. წ. ნორმალური მარტინგალების კვადრატით ინტეგრებადი კლასისათვის, თუმცა ისიც მოითხოვს სტოქასტურ სიგლუვეს. უკანასკნელი ფორმულა ჩვენ (2003) განვაზოგადეთ როცა ინტეგრებადობა გვაქვს 2-ზე ნაკლებ (კერძოდ, 1-დან 2-მდე) ხარისხში. ჩვენ (2009-2011) შემოვიღეთ პუასონის ფუნქციონალის სტოქასტური წარმოებულის ახალი კონსტრუქცია და შევისწავლეთ კომპენსირებული პუასონის პროცესით მართული ანტისიპატიური სტოქასტური ინტეგრალის თვისებები.

ჩვენს მიერ შემოთავაზებულია ვინერის ფუნქციონალის ქაოტური გაშლის მოძებნის მეთოდი ლებეგის აზრით გასაშუალოებული კვადრატით ინტეგრებადი შემთხვევითი პროცესებისათვის, მიღებულია მარტინგალური წარმოდგენა ვინერის სტოქასტურად არაგლუვი ზოგიერთი ისეთი ფუნქციონალისათვის, რომელთა პირობითი მათემატიკური ლოდინი ვინერის ბუნებრივი ნაკადის მიმართ მალივენის აზრით სტოქასტურად წარმოებადია და დათვლილია შესაბამისი ინტეგრალქვეშა გამოსახულებები; განხილულია ე.წ. ნოკ-აუტ ბარიერული ოფციონები და ეგზოტიკური ტიპის ევროპული ოფციონი, რომლის გადასახადის ფუნქცია წარმოადგენს ბინარული და აზიური ოფციონების გადასახადის ფუნქციების გარკვეულ კომბინაციას და შესწავლილია ჰეჯირების ამოცანა, გამოყვანილია შესაბამისი ვინერის ფუნქციონალების კლარკის სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის ფორმულა ცხადი ინტეგრანდით; განზოგადებულია ოკონე-კლარკის ცნობილი ფორმულა კვადრატით ინტეგრებადი, სტოქასტურად გლუვი ბროუნის მოძრაობის ფუნქციონალების იტოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენაში მონაწილე ინტეგრანდის კონსტრუქციის შესახებ. კერძოდ, ფუნქციონალების სტოქასტური სიგლუვის მოთხოვნა შესუსტებულია ამ ფუნქციონალის ნაცვლად მხოლოდ მისი პირობითი მათემატიკური ლოდინის სტოქასტურად წარმოებადობის მოთხოვნამდე, რაც მნიშვნელოვანწილად აფართოებს ფუნქციონალების

შესაბამის კლასს. იმავდროულად შემოთავაზებულია ინტეგრანდის ცხადი სახით აგების მეთოდი. მიღებული შედეგები გამოყენებულია სხვადასხვა სახის გადასახადის ფუნქციის მქონე ევროპული ოფციონების ჰეჯირების პრობლემატიკაში მაჰეჯირებელი სტრატეგიების, კაპიტა-ლის პროცესისა და სამართლიანი ფასის დასადგენად სტოქასტური ფინასური ბაზრის როგორც ბლეკ-შოლუსის, ისე ბაშელიეს მოდელის შემთხვევაში.

კვლევის სიახლე და აქტუალობა:

ჩვენი სამომავლო კვლევის მიმართულებები შემდეგნაირად გვესახება: გაგრძელდება კვლე-ვები ანტისიპატიური სტოქასტური ანალიზისა და სტოქასტური ფინანსური მათემატიკის მიმართულებებით. კერძოდ, კვლევები მიმართული იქნება სტოქასტური აღრიცხვის ისეთი თანამედროვე იარაღის გამოყენებაზე როგორიცაა მალივენის აღრიცხვა და ზოგადი სახის სტოქასტური ინტეგრალის ფაქიზი თვისებების შესწავლა უწყვეტი სემიმარტინგალის ნულების სიმრავლეზე. საბოლოო ჯამში, გარდა საკუთრივ დიდი თეორიული მნიშვნელობისა, ეს უკავშირდება სხვადასხვა სახის ევროპული და ამერიკული ტიპის ოფციონების ფასდადებისა და ჰეჯირების პრობლემატიკას, სადაც ძირითადი აქცენტები კონცენტრირებული იქნება არაგლუვ გადასახადის ფუნქციებზე. ჩვენი ამოცანაა ვინერის და პუასონის ფუნქციონალების მაქსიმალურად ფართო კლასის აღწერა, სადაც მოხერხდება ოკონე-ჰაუსმან-კლარკის ფორმულის განზოგადება, ასევე ბურკჰოლდერ-დევის-განდის ტიპის ენერგეტიკული უტოლობების გავრცელება. ვინერის ფუნქციონალების წარმოდგენები სტოქასტური ინტეგრალის მეშვეობით (გირსანოვის ზომის შეცვლის თეორემასთან ერთად) არსებითად მნიშვნელოვან როლს თამაშობს თანამედროვე ფინანსურ მათემატიკაში. პარალელურად შევისწავლით ვინერის და პუასონის ფუნქციონალების იტოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენის პრობლემას და გირსანოვის თეორემის განზოგადოებას ზოგად ბანახის სივრცეში.

კარგი სადისერტაციო თემა იქნება არაგლუვი ვინერის ფუნქციონალების კონსტრუქციული სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენები. გარდა ამისა, მიგვაჩნია, რომ ადრე მიღებული შედეგების განზოგადება არაგლუვი გადასახადის ფუნქციების მქონე გარკვეული ევროპული ოფციონების მაჰეჯირებელი სტარტეგიების ასაგებად იქნებოდა კარგი სადისერტაციო პროექტი. კერძოდ, ჩვენ ვგეგმავთ შევისწავლოთ ჰეჯირების პრობლემატიკა ე. წ. ეგზოტიკური ოფციონე-ბისთვის, სადაც გადასახადის ფუნქცია წარმოადგენს ბინარული და აზიური ოფციონების გარკვეულ კომბინაციას, როგორც ბაშელიეს ისე ბლეკ-შოულსის ფინანსურ საბაზრო მოდელებში.

აქვე გვინდა აღვნიშნოთ, რომ აღნიშნული პრობლემატიკის აქტუალობიდან გამომდინარე, შესაძლებელია არაერთი სამაგისტრო და სადოქტორო ნაშრომის შესრულება აღნიშნული მიმ-ართულებებით, რაც კიდევ ერთხელ დასტურდება უკანასკნელი ექვსი წლის განმავლობაში ჩვენს მიერ მოპოვებული ხუთი სამეცნიერო გრანტით, რომელთა შორისაა დოქტორანტურის ერთობლივი, სტრუქტურირებული საგანმანათლებლო პროგრამების განვითარებისათვის სსიპ - შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდისა და გერმანიის ფოლკსვაგენის ფონდის ერთობლივი საგრანტო კონკურსში გამარჯვებული პროექტი # 93581 – „საერთაშორისო სადოქტორო პროგრამა მათემატიკაში თბილისის სახელმწიფო უნივერსი-ტეტში“ (იხ. http://www.mathphd.tsu.ge/pages/programperson. html). ზემოთ ჩამოთვლილი პრობლემების წარმატებით გადაწყვეტის შემდეგ ბუნებრივი იქნება ვიფიქროთ ანალოგიური კვლევები ჩავატაროთ შემთხვევით პროცესთა ისეთი ფართო კლასისათვის, როგორიცაა ე. წ. ლევის პროცესები (რომელიც მოიცავს როგორც ვინერის, ისე პუასონის პროცესებს).

თემასთან დაკავშირებულია შემდეგი ნაშრომები:

[1] Purtukhia O. Ito-Ventsel' Formula for Antisipative Processes.New Trends in Probab. And Statist., VSP/Mokslas, (1991), pp. 503-527.

[2] **Purtukhia O.** On the Representation of Measure-Valued Solutions of Second Order Stochasic Parabolic Equations. Proceedings of A. Rzmadze Mathematical Institute, vol. 116, 1998, pp. 133-158.

[3] **Purtukhia O.** Fubini Type theorems for Ordinary and Stochastic Integrals.Proceedings of A.Razmadze Mathematical Institute, vol. 130, 2002, pp. 101-114.

[4] **Purtukhia O.** An Extension of the Ocone-Haussmann-Clark Formula for a Class of Normal Martingales. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, vol. 132, 2003, pp. 127-136.

[5] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Integral Representation of Functionals of Wiener Processes. Bull. Georg. Acad. Sci. Vol. 171 (2005a), N 1, pp. 17-20.

[6] V. Jaoshvili, **O. Purtukhia.** Stochastic integral representation of functionals of Poisson processes I. *Bulletin. Georgian Acad. Sci*., 172, (2005b), N2, pp. 189-192.

[7] V. Jaoshvili, **O. Purtukhia.** Stochastic Integral Representation of Functionals of Poisson Processes II. *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, 174, (2006), N1, pp. 29-32.

[8] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Integral Representation of Functionals of Poisson Processes. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute, vol. 143 (2007), pp. 37-60.

[9] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Martingale Representation Theorems for Multidimensional Wiener Functionals. Bull. Georg. Acad. Sci. Vol. 2 (2008a), N 1, pp. 41-46.

[10] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** An Extension of the Ocone-Haussmann-Clark Formula for the Compensated Poisson Process. Theor. Prob. Appl. Vol. 53 (2008b), N 2, pp. 349-354.

[11] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Integral Representation of two dimensional Poisson Functionals. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, vol. 23 (2008c), pp.94-98.

[12] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic Derivative of Poisson Polynomial Functionals. Proceedings of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, vol. 58 (2008d), pp. 59-66.

[13] V. Jaoshvili, **O. Purtukhia.** Stochastic Integral Representation of Multidimensional Polynomial Poisson Functionals. *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, **2**, (2008e), **4**, pp. 19-22.

[14] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** An Extension of the Ocone-Haussmann-Clark Formula For the Compensated Poisson Processes.Theory Probab. Appl. Volume 53, (2009a), issue 2, pp. 316-321, SIAM .

[15] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** A New Approach to the Definition of Stochastic Derivative Operator of Poisson Functionals. Stochastic Analysis and Random Dynamics, June 14-20, (2009b), Lviv, Ukraine, pp. 207-208.

[16] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Stochastic derivative operator of two-dimensional Poisson functionals. The Third International Conference "Problems of Cybernetics and Informatics". September 6-8, 2010a, Baku, Azerbaijan, volume II, pp. 189-192.

[17] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** The Stein's identity and Poisson functionals. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Volume 24, 2010b, pp. 113-118.

[18] Jaoshvili V., **Purtukhia O.** Ito type formula for Poisson anticipating integral. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Volume 25, 2011, pp. 103-108.

[19] **Purtukhia O.** Sobolev-Poincare Type Inequalities for Poisson Functionals". IV Int. Conference "Problems of Cybernetics and Informatics" .PCI' (2012a), Baku, Azerbaijan, volume III, pp. 173-177.

[20] **Purtukhia O.** Sobolev and logarithmic Sobolev type inequalities"Applied Mathematics, Informatics and Mechanics - AMIM, Volume 17, No 2, (2012b), pp. 26-39.

[21] O. Glonti, **O. Purtukhia.** Hedging of One European Option of Integral Type in Black-Scholes Model. *International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT)*. **4**, **5**, *November*, pp. 51-61 (2014).

[22] O. Glonti, **O. Purtukhia.** Clark's Representation of Wiener functional and Hedging of the Barrier Option.

[23] *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, **8**, **1**, pp. 32-39 (2014).

[24] O. Glonti, **O. Purtukhia.** Hedging of European Option of Integral Type. *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences*, 8, 3, pp.4-13 (2014).

[25] **O. Purtukhia.** Martingale Representation of Wiener functional. *Reports of Enlatged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applide Mathematics*, **29**, pp. 115-118 (2015).

[26] O. Glonti, V. Jaoshvili, **O. Purtukhia.** Hedging of European Option of Exotic Type. *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute*, **168**, pp. 25-40 (2015).

[27] O. Glonti, **O. Purtukhia.** Об одном интегралном представлении броуновского функциона ла. *Теория вероятностей и ее применения*, **61**, **1**, pp. 158-164 (2016).

[28] H. Livinska, **O. Purtukhia.** Stochastic Integral Representation of One Stochastically Non-smooth Wiener Functional. *Bulletin of TICMI*, **20, 2**, pp. 11-23 (2016).

[29] **O. Purtukhia.** On the smoothness of conditional mean of some stochastically nonsmooth functionals. *Proceedings of I. Vekua Institute of Applied Mathematics*, **66**, pp. 52-57 (2016).

[30] **O. Purtukhia.** Stochastic Integral Representation of One Nonsmooth Brownian Functional.

Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, **10**, **3**, pp. 17-26 (2016).
[31] O. Glonti, **O. Purtukhia.** On One Integral Representation of Functionals of Brownian Motion. *SIAM J. Theory of Probability & Its Applications*, **61, 1,** pp. 133-139 (2017).
[32] H. Livinska, **O. Purtukhia.** Hedging of the European Option of the Exotic Type with a nonsmooth payoff function.. *Bulletin of TICMI*, **21, 2**, pp. 81-95 (2017).
[33] **O. Purtukhia**, V. Jaoshvili. Hedging of Barrier type one European Option. *Reports of Enlatged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applide Mathematics*. **31,** pp. 119-122 (2017).
[34] **O. Purtukhia**, Z. Zerakidze. The weakly consistent, strongly consistent and consistent estimates of the parameters. *Reports of Enlatged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applide Mathematics*. **31,** pp. 151-154 (2017).

საერთაშორისო სამეცნიერო თანამშრომლობა

მ. მანიას აქვს ორი საერთო ნაშრომი ციურიხის უნივერსიტეტის პროფესორ მარტინ შვეიცერთან (Martin Schweizer, ETH Zurich), ერთი საერთო ნაშრომი პარიზის ევრის უნივერსიტეტის პროფესორ მონიკ ჟენბლანკთან (Monique Jeanblanc, Evry University, Paris), ერთი საერთო ნაშრომი მილანის ბოკონის უნივერსიტეტის პროფესორ პიეტრო მულიერთან (Pietro Mulliere, Bocconi University, Milano) და რამდენიმე საერთო ნაშრომი მარინა სანტაკროჩესთან ტურინის პოლიტექნიკური უნივერსიტეტიდან (Marina Santacroce, Politechnico Torino).

თ. ტორონჯაძე: 1999 წელი - მიწვეული პროფესორი ჯორჯიას სახელმწიფო უნივერსიტეტის ბიზნეს სკოლაში (ჯორჯია, ატლანტა, აშშ.), 1999 წელი - მიწვეული პროფესორი აქტუარების საზოგადოების (ჩიკაგო, აშშ) , ამავე წელს იყო მიწვეული პროფესორი კომპანიების: “AllStates” ჩიკაგო, “NewYorkLife”, “PriceWaterHouse”, “Prudential”, ნიუ იორკი, “WorldBank”, ვაშინგტონი. “BlueShields”, ჩიკაგო. 2007 წელი - მიწვეული პროფესორი კოგოდის ბიზნეს სკოლაში, ვაშინგტონი, აშშ,*2011 წელი - მიწვეული პროფესორი CollegeofOzarks – ში, MO, USA, 2011,*

ნანული ლაზრიევას აქვს საერთო ნაშრომი მილანის ბოკონის უნივერსიტეტის პროფესორ პიეტრო მულიერთან (Pietro Mulliere, Bocconi University, Milano). აქვს სამეცნიერო კონტაქტები რომის უნივერსიტეტის პროფესორ ენცო ორსინგერთან და იენის უნივერსიტეტის პროფესორ ჰანს უირგენ ენგელბერტთან. იყო მიწვეული პროფესორი რომის უნივერსიტეტში 2003, 2005 და 2008 წლებში (University La Sapiensa, Roma) და იენის უნივერსიტეტში (Jena University, Germany) 2002 და 2006 წლებში.

ო.ფურთუხია 2017 წელს მიწვეული იყო გოტინგენის გეორგ–ავგუსტის უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტში ერთკვირიანი ვიზიტით (ქართველ მათემატიკოსთა 5 კაციანი ჯგუფის ფარგლებში) ფოლკსვაგენის ფონდის მიერ დაფინანსებული პროექტის ფარგლებში (პროექტის საიდენტიფიკაციო ნომერია 92148, დასახელება - „მათემატიკის საერთაშორისო სადოქტორო პროგრამა თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში“ პროფესორ რალფ მეიერის მიერ. ჩატარდა ყოველდღიური სამუშაო შეხვედრები პროფესორ რალფ მეიერთან და პრო-ფესორ ინგო ვიტთან, სადაც განხილული იყო მიმდინარე პროექტის შესრულებასთან და ახალი პროექტის მომზადებასთან დაკავშირებული საკითხები; გოტინგენის გეორგ–ავგუსტის უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტის სემინარზე წაიკითხა მოხსენება თემაზე „ბროუნის ფუნქციონალების კონსტრუქციული ინტეგრალური წარმოდგენები“. ამ მუშაობის შედეგი იყო დოქტორანტურის ერთობლივი, სტრუქტურირებული საგანმანათლებლო პროგ-რამების განვითარებისათვის სსიპ - შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდისა და გერმანიის ფოლკსვაგენის ფონდის ერთობლივი საგრანტო კონკურსში გამარჯვება (პროექტი # 93581 – „საერთაშორისო სადოქტორო პროგრამა მათემატიკაში თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში“ (იხ. http://www.mathphd.tsu.ge/pages/programperson. html). **ო.ფურთუხიას** აქვს ორი საერთო ნაშრომი კიევის ტარას შევჩენკოს უნივერსიტეტის პროფ. ა. ლივინსკასთან (H. Livinska, Taras Shevchenko National University of Kyiv); ერთი საერთო ნაშრომი პროფ. ნ. კრილოვთან (N. V. Krylov, University of Minnesota, Minneapolis) და ერთი საერთო ნაშრომი პროფ. ბ. როზოვსკისთან (B. L. Rozovskii, University of Southern California).